

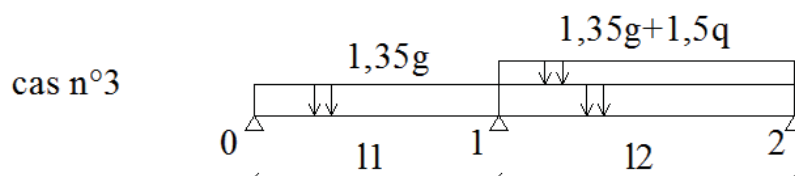
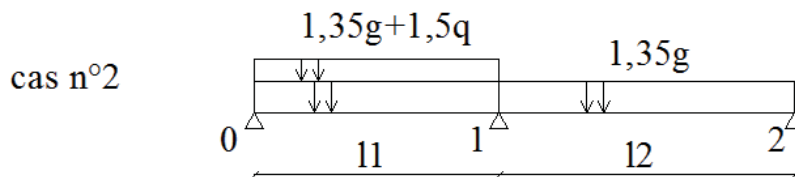
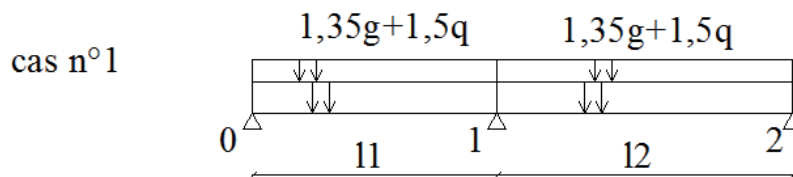
# Corrigé du devoir de la série 3

## Exercice 1 - Étude des sollicitations le long de la poutre 30 × 50

1. Charge à l'ELU :

$$p_u = 1,35g + 1,5q = 1,35 \times 37 + 1,5 \times 20 = 79,95 \text{ kN/m}$$

2. Cas de charges à étudier :



3. L'étude de la poutre continue se fait en appliquant la méthode des Trois Moments dont on rappelle ici les grandes règles :

- Moments sur appuis  $\Rightarrow$  équation de Clapeyron :

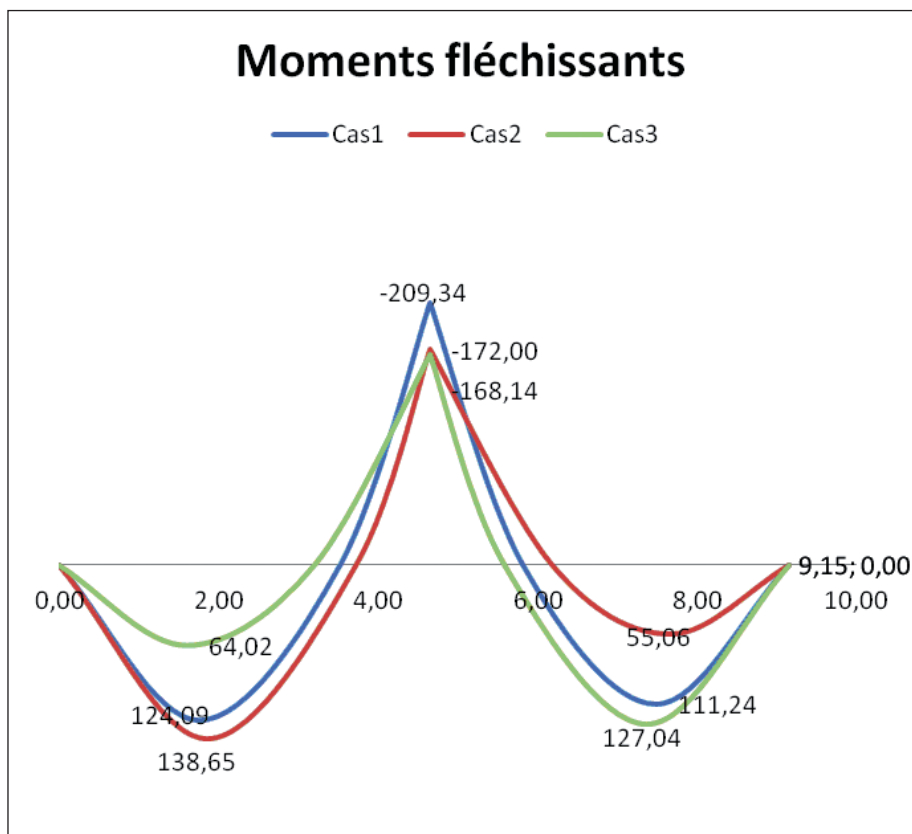
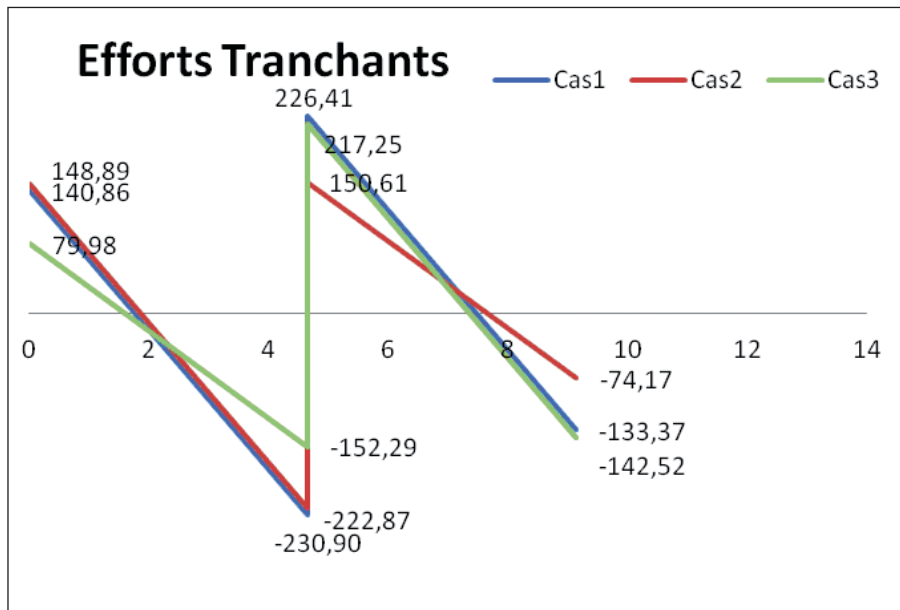
$$\frac{M_{i-1}\ell_{i-1}}{6E I_i} + M_i \left( \frac{\ell_i}{3E I_i} + \frac{\ell_{i+1}}{3E I_{i+1}} \right) + \frac{M_{i+1}\ell_{i+1}}{6E I_{i+1}} = \omega'_{i+1} - \omega''_i$$

- Étude des travées :

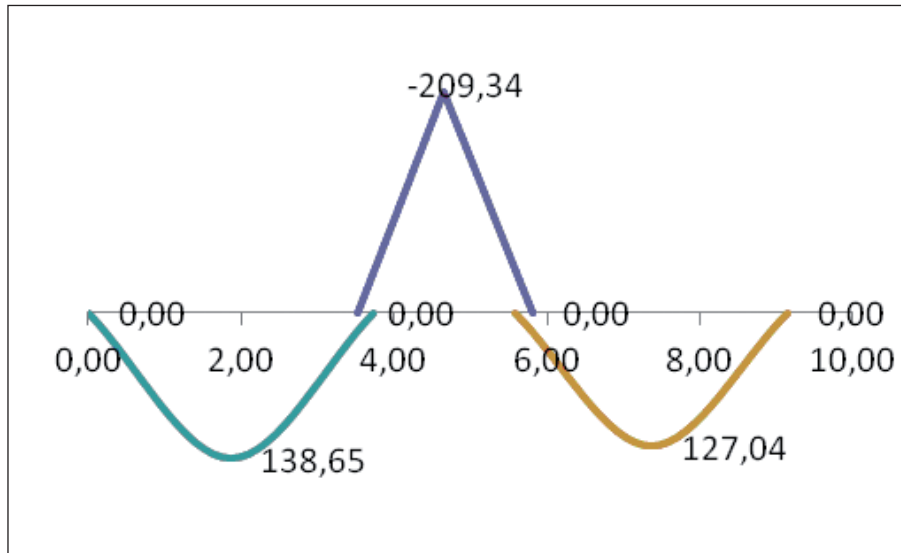
$$M(x) = \frac{px(\ell - x)}{2} + M_{i-1} \left( 1 - \frac{x}{\ell} \right) + M_i \frac{x}{\ell}$$

$$V(x) = \frac{dM(x)}{dx}$$

On obtient les diagrammes enveloppe aux ELU suivants :



Ce qui donne la courbe enveloppe suivante :



### Exercice 2 - Étude de béton armé sur la poutre 30 × 50

On rappelle les formules développées dans le cours et dans les séries précédentes :

- $f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$
- $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$
- $d = 0,9 h$
- $\mu_u = \frac{M_u}{b_w d^2 f_{cd}}$
- $\alpha_u = 1,25 \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_u} \right)$
- $z_u = d(1 - 0,4\alpha_u)$
- $A_s = \frac{M_u}{z_u \times f_{yd}}$
- $A_{s,min} = \max \left[ 0,26 b_w d \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} ; 0,0013 b_w d \right]$

Pour la **section au droit de l'appui**, cela donne les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} f_{ck} &= 25 \text{ MPa} \\ f_{yk} &= 500 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{cd} &= 16,67 \text{ MPa} \\ f_{yd} &= 434,78 \text{ MPa} \\ d &= 0,450 \text{ m} \\ b_w &= 0,300 \text{ m} \\ M_u &= 0,175 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_u &= 0,173 \\ \alpha_u &= 0,239 \\ z_u &= 0,407 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{st} &= 9,889 \text{ cm}^2 \\ A_{min} &= 1,801 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Choix pratique de ferrailage :

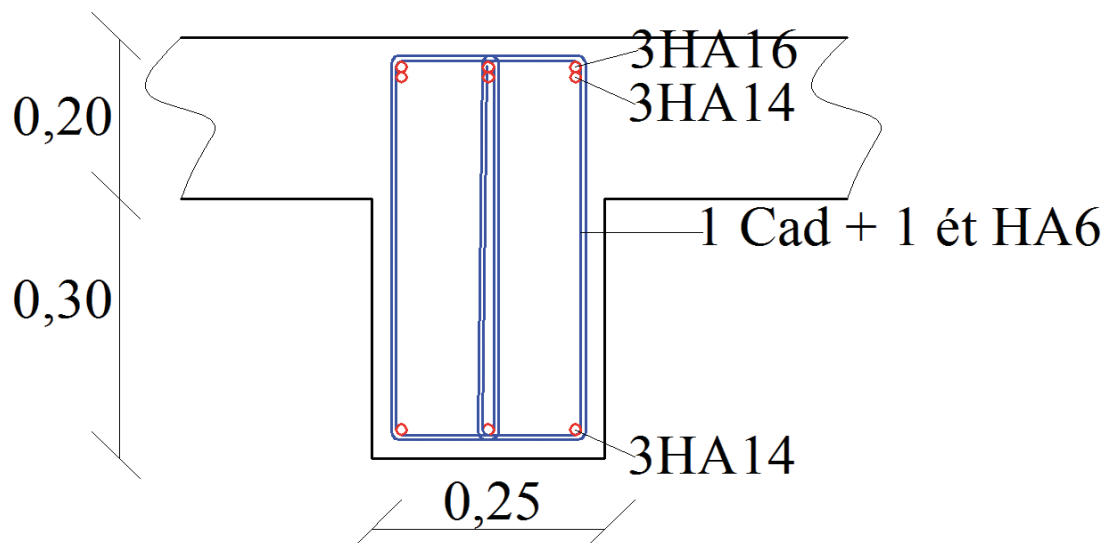
$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

On choisira donc 3 files d'armatures.

$$9,89 \text{ cm}^2 : 3 \text{ HA16} + 3 \text{ HA14} = 6,03 + 4,62 = 10,65 \text{ cm}^2$$

Armatures transversales :

On choisira un cadre et un étrier HA6.



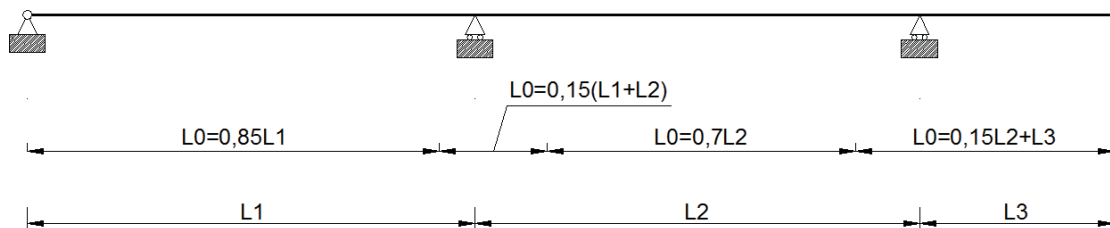
Pour la **travée 1**, il faut calculer la largeur de table efficace à prendre en compte.

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

avec :  $b_{\text{eff},i} = 0,2b_i + 0,1L_0 \leq 0,2 L_0$

et  $b_{\text{eff},i} \leq b_i$

$L_0$  est la distance entre points de moment nul définie ci-dessous :



$$L_0 = 0,85 \times 4,65 = 3,95 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff}1} = 0,2 \times 0,95 + 0,1 \times 3,95 = 0,59 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff}2} = b_{\text{eff}1}$$

$$\text{Soit : } b_{\text{eff}} = b_{\text{eff}1} + b_w + b_{\text{eff}2} = 0,59 + 0,30 + 0,59 = 1,48 \text{ m}$$

Moment résistant de la table :

$$\begin{aligned} M_{RT} &= b_{\text{eff}} h_f f_{cd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \\ &= 1,48 \times 0,20 \times 16,67 \times \left( 0,45 - \frac{0,20}{2} \right) \\ &= 1,73 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

$1,73 > 0,140$ . On fait donc un calcul en section rectangulaire fictive :  $1,48 \times 0,50$ .

On obtient les valeurs suivantes :

$f_{ck} =$	30	MPa	$\mu_u =$	0,028	
$f_{yk} =$	500	MPa	$\alpha_u =$	0,036	
			$z_u =$	0,444	m
$f_{cd} =$	16,67	MPa	$A_{st} =$	7,26	cm <sup>2</sup>
$f_{yd} =$	434,78	MPa	$A_{\text{min}} =$	1,80	cm <sup>2</sup>
$d =$	0,450	m			
$b_w =$	1,48	m			
$M_u =$	0,140	MN/m			

Choix pratique de ferrailage :

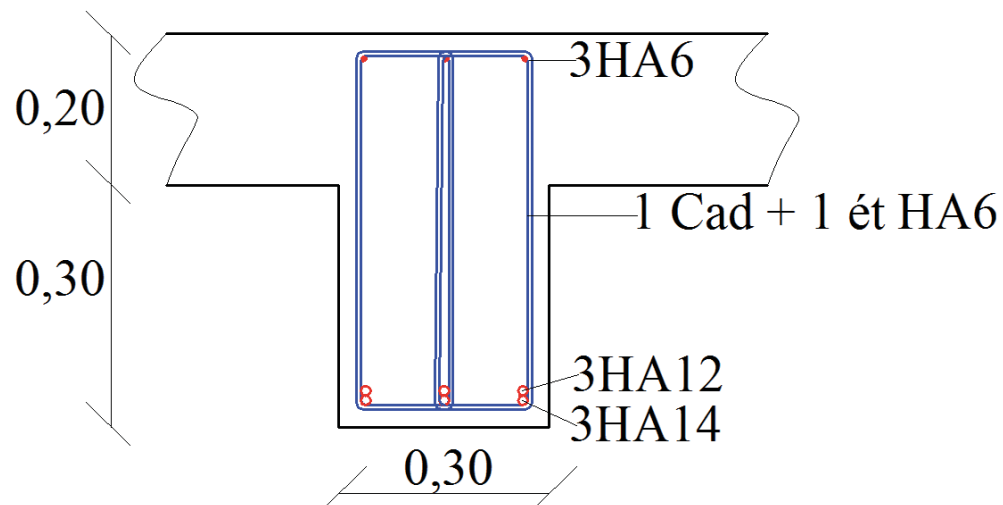
$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

On choisira donc 3 files d'armatures.

$$7,26 \text{ cm}^2 : 3 \text{ HA14} + 3 \text{ HA12} = 4,62 + 3,39 = 8,01 \text{ cm}^2$$

Armatures transversales :

On choisira un cadre et un étrier HA6.



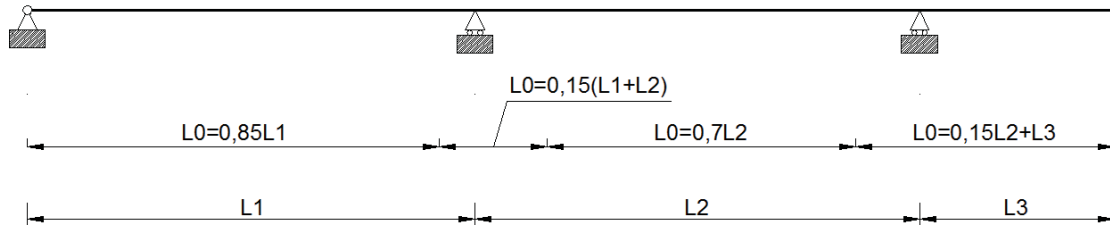
Pour la **travée 2**, il faut calculer la largeur de table efficace à prendre en compte.

$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

avec :  $b_{\text{eff},i} = 0,2b_i + 0,1L_0 \leq 0,2 L_0$

et  $b_{\text{eff},i} \leq b_i$

$L_0$  est la distance entre points de moment nul définie ci-dessous :



$$L_0 = 0,85 \times 4,5 = 3,825 \text{ m}$$

$$b_{\text{eff}1} = 0,2 \times 0,95 + 0,1 \times 3,825 = 0,57 \text{ m}$$

$$0,2 \times 3,825 = 0,765$$

Il faut donc limiter la valeur de  $b_{\text{eff}1}$  à 0,765 m.

$$b_{\text{eff}2} = b_{\text{eff}1}$$

$$\text{Soit : } b_{\text{eff}} = b_{\text{eff}1} + b_w + b_{\text{eff}2} = 0,57 + 0,30 + 0,57 = 1,44 \text{ m}$$

Moment résistant de la table :

$$\begin{aligned} M_{\text{RT}} &= b_{\text{eff}} h_f f_{\text{cd}} \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \\ &= 1,44 \times 0,20 \times 16,67 \times \left( 0,45 - \frac{0,20}{2} \right) \\ &= 1,68 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

$1,68 > 0,130$ . On fait donc un calcul en section rectangulaire fictive :  $1,53 \times 0,50$ .

On obtient les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} f_{\text{ck}} &= 30 \text{ MPa} \\ f_{\text{yk}} &= 500 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_u &= 0,027 \\ \alpha_u &= 0,034 \\ z_u &= 0,444 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{\text{cd}} &= 16,67 \text{ MPa} \\ f_{\text{yd}} &= 434,78 \text{ MPa} \\ d &= 0,450 \text{ m} \\ b_w &= 1,44 \text{ m} \\ M_u &= 0,130 \text{ MN/m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{st}} &= 6,74 \text{ cm}^2 \\ A_{\text{min}} &= 1,80 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Choix pratique de ferrailage :

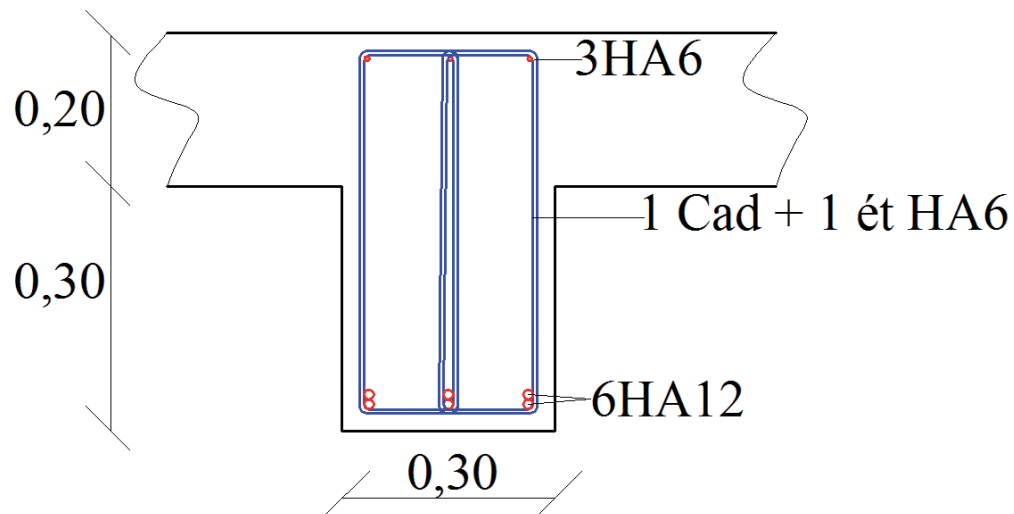
$$b_w = 0,30 \text{ m}$$

On choisira donc 3 files d'armatures.

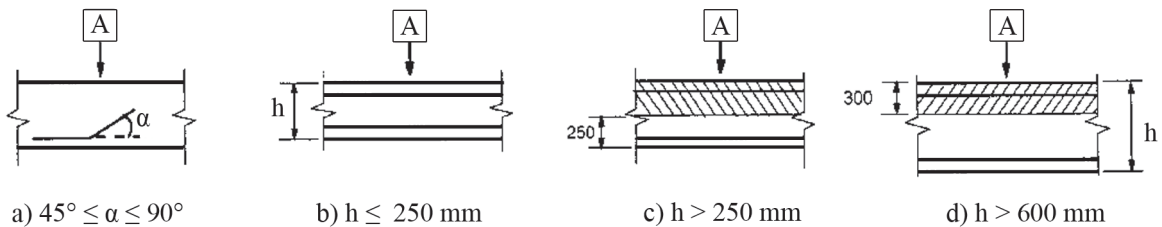
$$6,74 \text{ cm}^2 : 6 \text{ HA12} = 6,79 \text{ cm}^2$$

Armatures transversales :

On choisira un cadre et un étrier HA6.

**Calcul de l'enrobage :**

Sur appui, les aciers sont situés dans la zone considérée comme une zone d'adhérence médiocre :

a)  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ b)  $h \leq 250 \text{ mm}$ c)  $h > 250 \text{ mm}$ d)  $h > 600 \text{ mm}$ 

**A** Direction du bétonnage

a & b) Conditions d'adhérence bonnes  
pour toutes les barres

c & d) Zone non hachurée :  
conditions d'adhérence « bonnes »  
Zone hachurée :  
conditions d'adhérence « médiocres »

Cependant, étant donné que la retombée de poutre est coulée avant le plancher, on peut donc considérer que lorsque le plancher est coulé, la hauteur coulée étant inférieure à 250 mm, les conditions d'adhérence sont bonnes.

Les paquets de deux barres seront donc à considérer comme une barre unique.

$$c_{\text{nom}} = c_{\text{min}} + \Delta c_{\text{dev}}$$

$$c_{\text{min}} = \max(c_{\text{min,b}} ; c_{\text{min,dur}} ; 10 \text{ mm})$$

$$c_{\text{min,dur}} : \text{XC1, 50 ans}$$

Critère	Classe d'exposition selon Tableau 4.1						
	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1/ XA1 <sup>3)</sup>	XD2/XS2/ XA2 <sup>3)</sup>	XD3/XS3/ XA3 <sup>3)</sup>
Durée d'utilisation de projet	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2	100 ans : majoration de 2
	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1	25 ans et moins : minoration de 1
Classe de résistance <sup>1)</sup>	≥ C30/37 et < C50/60 : minoration de 1	≥ C30/37 et < C50/60 : minoration de 1	≥ C30/37 et < C55/67 : minoration de 1	≥ C35/45 et < C60/75 : minoration de 1	≥ C40/50 et < C60/75 : minoration de 1	≥ C40/50 et < C60/75 : minoration de 1	≥ C45/55 et < C70/85 : minoration de 1
	≥ C50/60 : minoration de 2	≥ C50/60 : minoration de 2	≥ C55/67 : minoration de 2	≥ C60/75 : minoration de 2	≥ C60/75 : minoration de 2	≥ C60/75 : minoration de 2	≥ C70/85 : minoration de 2
Nature du liant		Béton de classe C35/45 à base de CEM I sans cendres volantes : minoration de 1	Béton de classe C35/45 à base de CEM I sans cendres volantes : minoration de 1	Béton de classe C40/50 à base de CEM I sans cendres volantes : minoration de 1			
Enrobage compact <sup>2)</sup>	minoration de 1	minoration de 1	minoration de 1	minoration de 1	minoration de 1	minoration de 1	minoration de 1

1) Par souci de simplicité, la classe de résistance joue ici le rôle d'un indicateur de durabilité. Il peut être judicieux d'adopter, sur la base d'indicateurs de durabilité plus fondamentaux et des valeurs de seuil associées, une justification spécifique de la classe structurale adoptée, en se référant utilement au guide AFGC «Conception des bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages», ou à des documents normatifs reposant sur les mêmes principes.

2) Ce critère ne s'applique que dans le cas des éléments pour lesquels une bonne compacité des enrobages peut être garantie, à savoir :

- face coffrée des éléments plans (assimilables à des dalles, éventuellement nervurées), coulés horizontalement sur coffrages industriels ;
- éléments préfabriqués industriellement : éléments extrudés ou filés, ou faces coffrées des éléments coulés dans des coffrages métalliques ;
- sous face des dalles de pont, éventuellement nervurées, sous réserve de l'accessibilité du fond de coffrage aux dispositifs de vibration.

3) Pour les classes d'exposition XAi, cette correspondance est indicative sous réserve d'une justification de la nature de l'agent agressif.

**Exigence environnementale pour  $c_{min,dur}$  (mm)**  
Classe d'exposition selon Tableau 4.1

Classe structurale	X0	XC1	XC2/XC3	XC4	XD1/XS1	XD2/XS2	XD3/XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

Donc  $c_{min,dur} = 15$  mm.



On en déduit donc  $c_{\min,b}$  en fonction de l'emplacement :

*En travée :*

$$c_{\min,b} = 14 \text{ ou } 12 \text{ mm}$$

$$c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c_{\text{dev}} = 15 + 10 = 25 \text{ mm}$$

*Sur appui :*

$$c_{\min,b} = 16 \text{ mm}$$

$$c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c_{\text{dev}} = 16 + 10 = 26 \text{ mm}$$

### Calcul de l'espacement entre les barres :

*En travée :*

$$e = \frac{(30 - 2 \times 2,5 - 2 \times 0,6 - 3 \times 1,4)}{2} = 9,80 \text{ cm}$$

$$e \geq \max \begin{cases} k_1 \phi_n = 1 \times 14 = 14 \text{ mm} \\ d_g + k_2 = 20 + 5 = 25 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{cases}$$

On a bien  $98 \text{ mm} \geq 25 \text{ mm}$ .

*Sur appui :*

$$e = \frac{(30 - 2 \times 2,6 - 2 \times 0,6 - 3 \times 1,6)}{2} = 9,40 \text{ cm}$$

$$e \geq \max \begin{cases} k_1 \phi_n = 1 \times 16 = 16 \text{ mm} \\ d_g + k_2 = 20 + 5 = 25 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{cases}$$

On a bien  $94 \text{ mm} \geq 25 \text{ mm}$ .