

En 1912, Einstein entreprend sa recherche de l'équation du champ de gravitation (qu'il découvrira en novembre 1915).

Il identifie les variations du champ de gravitation à celle de la vitesse de la lumière et transforme l'équation de Poisson en une première équation du champ :

$$\Delta c = kc\rho$$

dans laquelle Δ est le Laplacien. Mais il va se rendre compte que cette équation n'obéit pas à la loi de conservation de l'impulsion parce que l'intégrale ci-dessous ne s'annule pas.

$$-\frac{1}{k} \int \frac{\Delta c}{c} grad(c) d\tau$$

1

Cette intégrale est étendue à un volume arbitraire, $d\tau$ est un élément de volume élémentaire et la vitesse de la lumière à l'infini est considérée comme constante (donc $gradc = 0$)

Il recherche donc l'équation du champ qui satisfait cette exigence.

Dans son papier de mars 1912, il écrit simplement que l'intégrale ci-dessus s'annule si

$$c\Delta c - \frac{1}{2}(gradc)^2 = kc^2\rho$$

Quelqu'un peut-il m'indiquer comment Einstein est arrivé à cette expression ? J'ai bien essayé de faire une double intégration par partie, mais je n'arrive pas au résultat attendu. A titre indicatif, la résolution est celle d'un physicien, il est donc possible que c^2 au dénominateur soit considéré comme constant par rapport au c du numérateur

1. Dans une unité de volume, une densité massique exerce une force $F = -\rho grad(\phi)$ où ϕ est le potentiel du champ qui est ici remplacé par la vitesse de la lumière. D'où l'expression intégrée sur un volume donné $-\int \rho grad(c)$. En remplaçant ρ par sa valeur en fonction de Δc , on retrouve l'expression d'Einstein.