Contraintes normales de flexion.
Moment quadratique à considérer.

Mise en garde

Dans ce qui est présenté ici, les conventions sont propres à l'auteur. Elles peuvent être adoptées par d'autres auteurs, mais des conventions différentes peuvent aussi être rencontrées.

Introduction

Dans certains ouvrages de mécanique des structures, la détermination des contraintes normales de flexion au niveau d'une fibre donnée a pour expression :

$$\sigma = -\frac{M_z * y}{I_z}$$

En consultant le catalogue OTUA (office technique de l'utilisation de l'acier), il n'y a pas un, mais deux moments quadratiques. On y trouve I_y, et I_z.

La question que l'on peut se poser alors, est-ce bien toujours I_z qu'il faut utiliser ?

Par ailleurs, si le catalogue est ancien, I_z, était en fait I_x, ou I_y (ce qui peut rendre perplexe).

Avec les nouvelles notations, dans les cas les plus courants, le I_z de la formule, est en fait I_y du catalogue OTUA.

On notera toutefois qu'avec les nouvelles notations, c'est $W_{el,y}$ qu'il y a lieu d'utiliser dans la plupart des cas.

La confusion est évidente pour une personne abordant ce type de calcul en mécanique des structures.

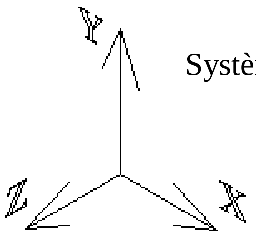
Essayons d'apporter une précision.

Tentons par la même occasion, d'adopter une méthode permettant de trouver à coup sur le moment quadratique, ou le module de flexion à utiliser suivant le problème posé.

Les repères utilisés pour fixer les valeurs (M_z, I_z, y, …) peuvent être très différents. Il s'agit généralement de conventions. Celles-ci étant variables d'un auteur à un autre, la lecture s'en trouve délicate.

Les différents systèmes de coordonnées.

Le système de coordonnées globales



Système de coordonnées globales

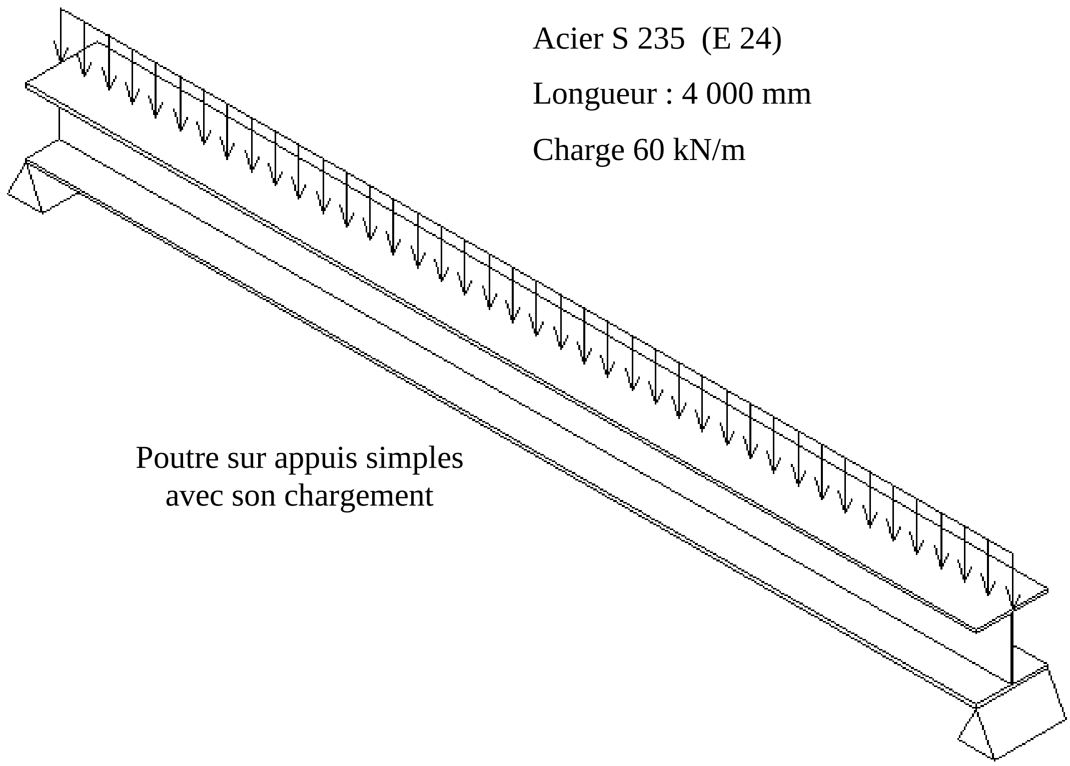
Données :

Poutre HEA 300.

Acier S 235 (E 24)

Longueur : 4 000 mm

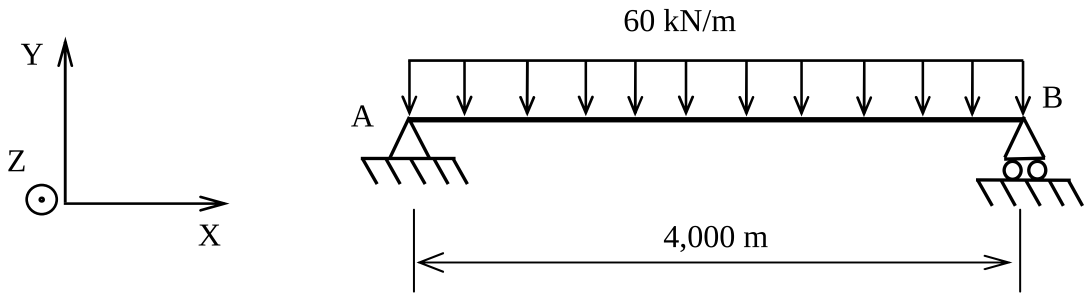
Charge 60 kN/m



Poutre sur appuis simples
avec son chargement

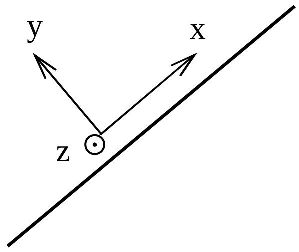
Le système de coordonnées globales (X, Y, Z, (majuscules)), permet de déterminer les actions de liaison.

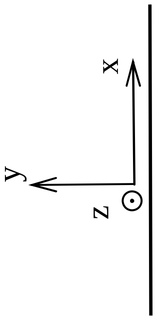
Le modèle de calcul

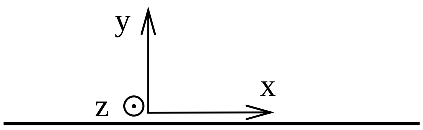


Les actions de liaisons sont : $\overrightarrow{FA} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 120 \\ 0 \end{Bmatrix}$ $\overrightarrow{FB} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 120 \\ 0 \end{Bmatrix}$ dans le repère global.

Pour les diagrammes de sollicitations, on attribut à chaque élément de la structure (ici une seule poutre) un système de coordonnées locales (x, y, z, minuscules). La justification de ce système vient de l'orientation quelconque des éléments. Dans ce repère locale, les différentes sollicitations internes sont toujours portées par un même axe de ce repère. N est orienté selon x local, V est orienté selon y local, et M est orienté selon z local (axe portant le moment).

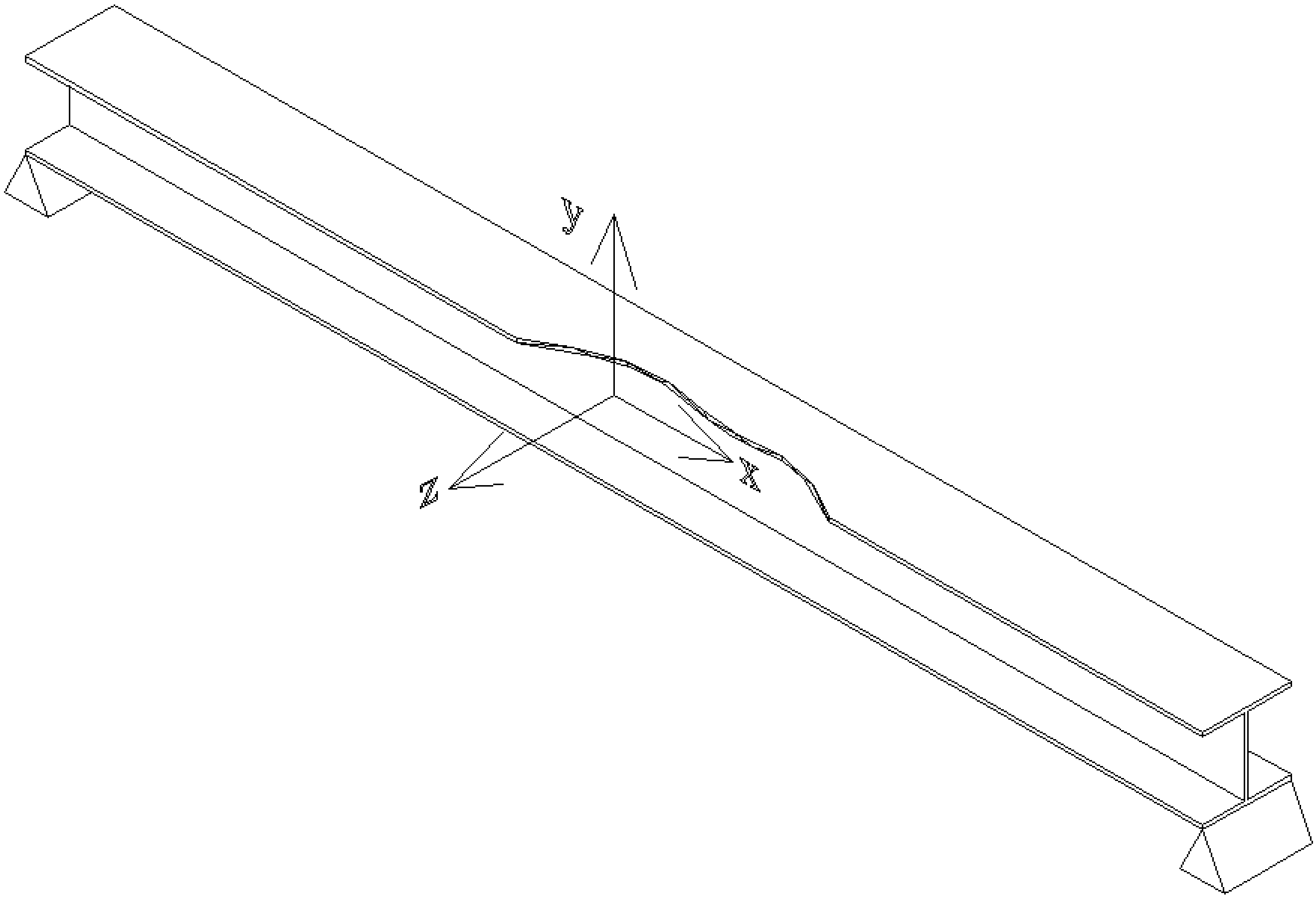






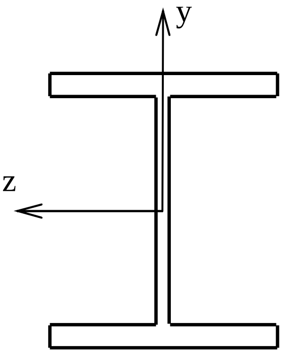
Dans ce cas, le système local, est confondu avec le système global

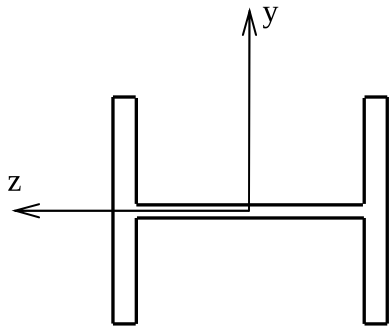
D'où le repère local dans notre cas.



Remarque : l'axe local est "attaché" à l'axe moyen de l'élément (ici la poutre). Il est indépendant de la forme de la section droite de l'élément. Et en particulier de la position de l'élément.

Exemple :





Le système de coordonnées locales est indépendant de l'orientation de la poutre.

Le moment est toujours porté par l'axe z local.

Attention : dans le cas de l'utilisation d'un logiciel de calcul informatisé, les conventions peuvent être très différentes. Surtout lors de calculs en 3 D.

Repère local

Le moment de flexion est $M_z = \dfrac{p * l^2}{8} = \dfrac{60 * 4^2}{8} = 120\text{kN.m}$ $\qquad \vec{M}_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 120 \end{Bmatrix}$

Le système de coordonnées de la section.

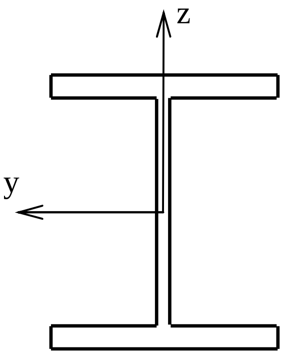
Les catalogues de profilés, fournissent les caractéristiques des sections dans un système de coordonnées encore différent des deux précédents. Ce système de coordonnées a d'ailleurs été modifié récemment. C'est pourquoi on trouve parfois dans les catalogues, deux notations pour une même caractéristique.

Exemple (voir catalogue OTUA) :

Le moment quadratique I_x de l'ancienne notation est devenu I_y de la nouvelle notation.

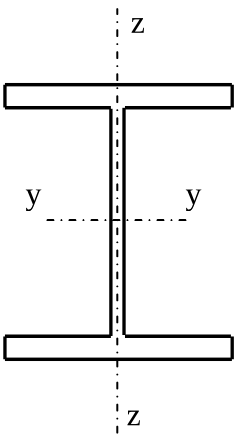
De même, le module de flexion I_x/v_x est devenu $W_{el,y}$.

Système de coordonnées attaché à la section (profilés OTUA)

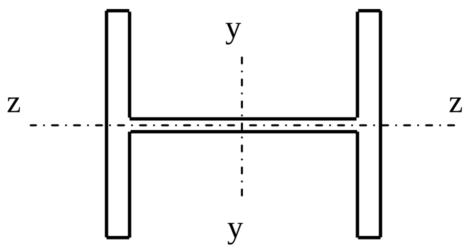


Ou plus exactement, les axes ne sont pas orientés.

Seules les directions sont présentées



Important : Ce système de coordonnées suit la section. Ainsi, contrairement au système de coordonnées locales, sa position dépend de l'orientation du profilé.



Calcul des contraintes normales de flexion.

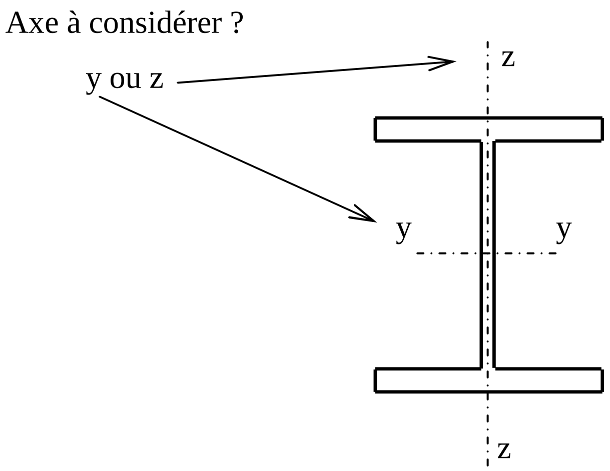
Dans la formule de calcul, il apparaît le moment quadratique (moment d'inertie) I et la coordonnée du niveau où l'on veut évaluer la contrainte.

On a vu que souvent, la contrainte normale de flexion était déterminée au moyen de la formule suivante :

$$\sigma = -\frac{M_z * y}{I_z}$$

Pour éviter une erreur sur le choix du moment quadratique à utiliser, et sur la coordonnée du niveau, en 2 D, on suivra le principe suivant.

a) L'axe du moment quadratique à utiliser correspond à un des axes du **système "attaché" à la section**.



b) l'axe du moment quadratique à utiliser correspond à celui du système attaché à la section qui se confond avec l'axe **z du système local** (celui qui porte le moment), lorsque les 2 systèmes sont superposés.

Pour le trouver, il suffit de superposer les repères.

c) l'axe de la coordonnée permettant de situer le niveau de la fibre, est l'axe de la section, qui est perpendiculaire à celui défini précédemment.

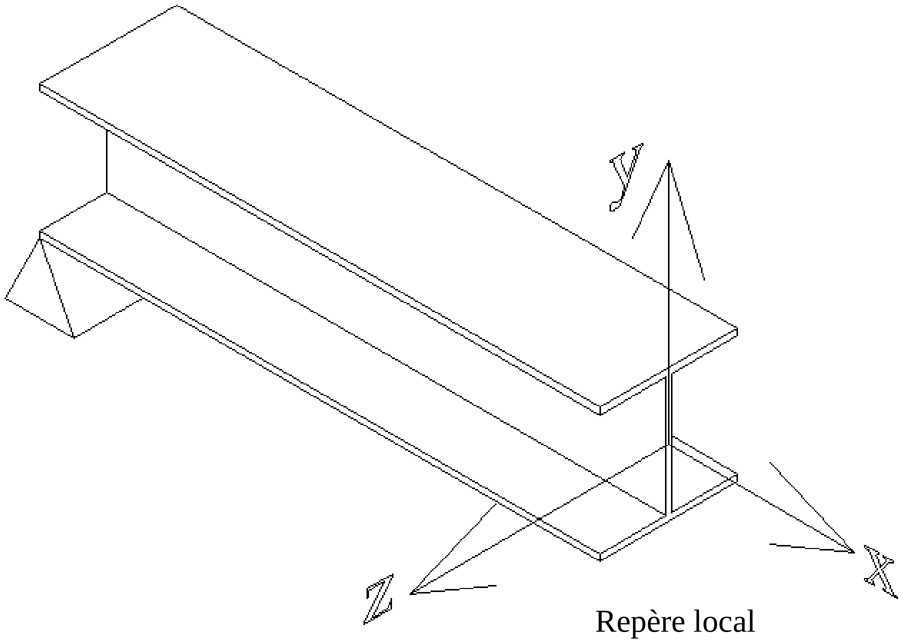
Exemple :

Dans le cas de notre poutre :

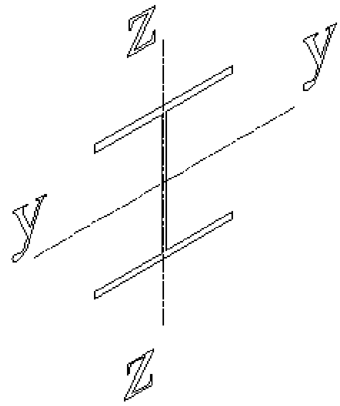
Le moment porté par l'axe local z, et il a une valeur de 120 kN.m.

Comme le moment est toujours porté par z local, la précision M_z sera abandonnée. Le moment sera appelé M, pour éviter la confusion avec d'autres systèmes d'axes.

Superposition du repère local et du repère "attaché" à la section.



Repère local



Repère "attaché à la section

En superposant le repère local avec celui de la section, l'axe portant le moment (z local) se confond avec l'axe y du repère attaché à la section.

Dans la formule du calcul de la contrainte, le moment quadratique est alors I_y.

S'agissant d'un HEA 300, on a : $I_y = 18\ 263.5\ cm^4$

Pour avoir la contrainte sur une fibre située à une certaine distance de l'axe moyen, la hauteur doit être prise sur l'axe de la section, perpendiculaire au précédent. Il s'agit donc d'une valeur sur l'axe z de la section. On compte positive une valeur au dessus de l'axe y-y, et négative une valeur sous l'axe y-y.

La valeur 0 étant au niveau de l'axe y-y. La formule est alors : $\sigma = -\frac{M * z}{I_y}$

Lorsque l'on veut la valeur maximum de la contrainte, on prend la valeur maximum possible pour z (attaché à la section).

Dans notre cas, cette valeur est obtenue pour z, égale à 145 mm ((h/2) hauteur du profilé divisée par 2).

La contrainte maximum dans ce cas est alors :

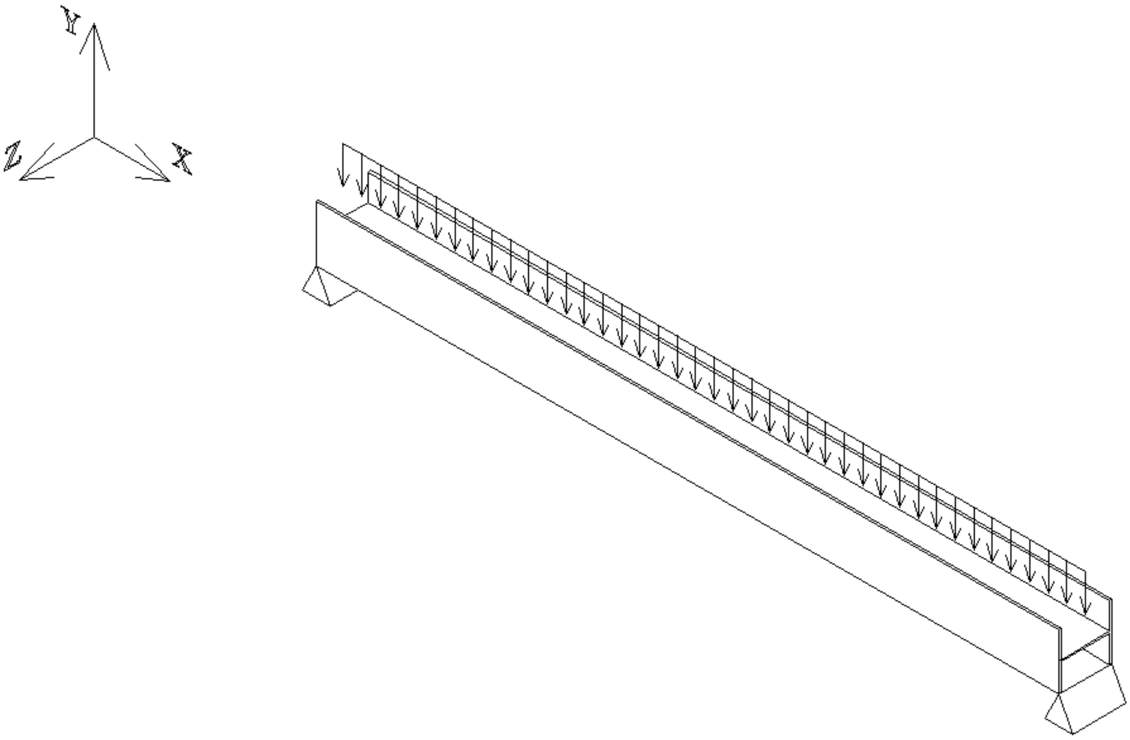
$$\sigma = -\frac{M * h/2}{I_y} = -\frac{120.10^6 * 145}{18\ 263{,}5.10^4} = -95{,}3 \text{ MPa}$$

On a donc en fibre supérieure une compression.

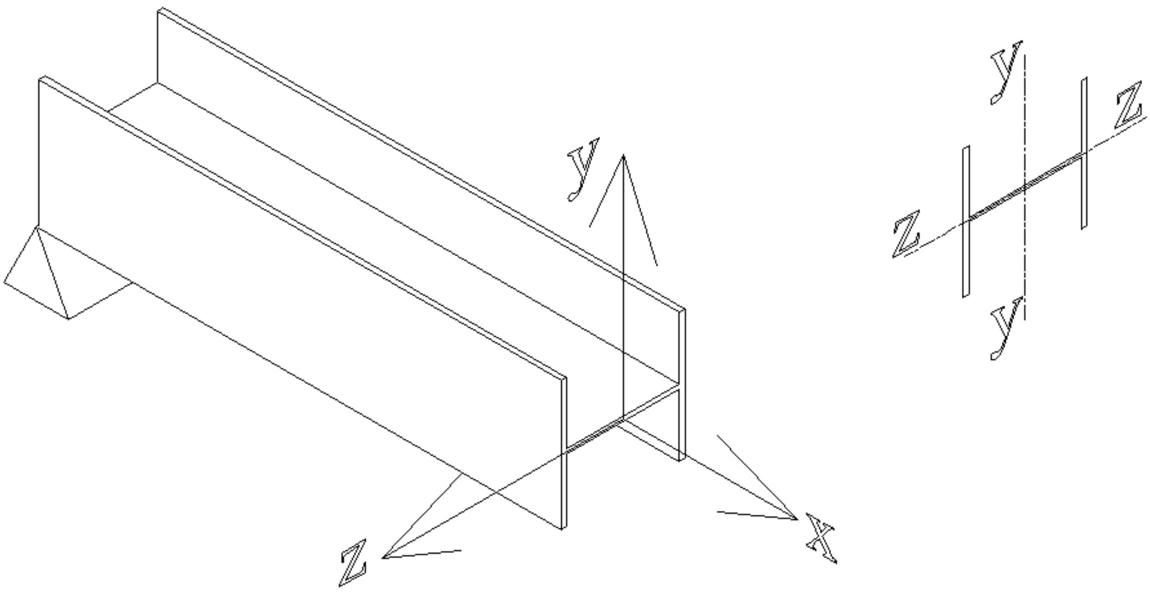
En fibre inférieure on a :

$$\sigma = -\frac{M * (-h/2)}{I_y} = -\frac{120.10^6 * (-145)}{18\ 263{,}5.10^4} = 95{,}3 \text{ MPa} \qquad \text{(traction).}$$

Cas où le profilé est pivoté de 90° autour de sont axe longitudinal.



Superposition des repères local et "attaché" à la section.



A la superposition, des deux repères, les axes z (local, et "attaché" à la section) sont confondus.

La formule est alors : $\sigma = \frac{M * y}{I_z}$

La contrainte maximum dans ce cas est alors : $\sigma = \frac{M * b/2}{I_z} = -\frac{120.10^6 * 150}{6310,5.10^4} = 285,2 \text{ MPa}$

Valeur de contrainte bien plus élevée que dans la position précédente.

Dans ce cas de figure, un acier S235 (E24) est insuffisant. Il faudrait un acier S355 (E36).