Q9. Son accélération (en m/s²) est égale à :

A. 1 **B.** $\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** 2 **E.** Autre réponse

Un point mobile M est repéré dans un système d'axes orthonormé (Ox, Oy) par : $x(t) = 2 + \cos 2t$ *et* $y(t) = 3 - \sin 2t$.

$x(t)$ *et* $y(t)$ *s'expriment en mètres (m) et* t *en secondes (s).*

Q10. La trajectoire du point M dans le repère (Oxy) est :

A. rectiligne **B.** curviligne **C.** circulaire
D. sinusoïdale **E.** hélicoïdale

Q11. Au temps $t = \frac{4}{3}\pi$ secondes, la position $(x\,;y)$ du mobile est :

A. $(0;3)$ **B.** $(1;1{,}5)$ **C.** $(1{,}5;2{,}1)$ **D.** $(2{,}1;1{,}5)$ **E.** $(1{,}5;1)$

Q12. Sa vitesse (en m/s) est alors égale à :

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$ **E.** 4

Q13. Et son accélération (en m/s²) est égale à :

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\sqrt{3}$ **E.** 4

Q14. Deux obus sont lancés par un canon à la vitesse initiale $v_0 = 250\ m.s^{-1}$, le premier sous un angle de 60°, le second sous un angle de 45°. L'intervalle de temps séparant les deux tirs pour que les obus se rencontrent doit être égal à :

A. 9 s **B.** 10 s **C.** 10,4 s **D.** 10,7 s **E.** 11 s

C. EXERCICES ET PROBLEMES

E1. La vitesse de chute libre d'une petite bille dense lâchée dans un liquide visqueux suit la loi : $v = u\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ où τ est une constante appelée constante de temps du mouvement égale à 0,2 s.

a. 1. Déterminer la vitesse de la bille à $t = 0$ s, à t infiniment grand.
   2. Exprimer en fonction de u la vitesse de la bille à $t = 0{,}2$ s.
   3. A quel temps t la vitesse v est-elle égale à 9/10 de u ?
   4. Représenter graphiquement v en fonction de t.

b. Exprimer l'accélération de la bille en fonction du temps. Quelle est sa valeur à $t = 0$ s, à t infiniment grand ? (application numérique : $u = 0{,}05\ m.s^{-1}$)

c. Déterminer la distance parcourue x en fonction du temps (l'origine des abscisses coïncide avec l'origine des temps : $x = 0$ pour $t = 0$ s).

E2. La direction du vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point matériel M animé d'un mouvement circulaire de centre O et de rayon R fait, à un instant t, un angle θ avec le rayon OA (A étant la position du point M à l'instant t.

a. Déterminer les expressions de a_t et v en fonction de θ.

b. Applications numériques : $R = 0{,}8\ m$, $a = 0{,}6\ m.s^{-2}$, $\theta = 30°$.

c. Représenter graphiquement les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{a_t}$ et $\vec{a_n}$. Envisager les deux cas possibles.

E3. Les coordonnées d'un point mobile M dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ sont données par les équations : $\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ y = A\sin\omega t \\ z = Bt \end{cases}$.

a. Calculer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ à chaque instant. En déduire le module de $\vec{v}$. Que peut-on en conclure ?

b. Même question pour le vecteur accélération $\vec{a}$.

c. Quelle est la nature de la trajectoire ?

E4. La période de révolution de la Terre, supposée sphérique de rayon R, tournant suivant l'axe des pôles Nord-Sud, est voisine de 24 heures.

II) Exercices et problèmes

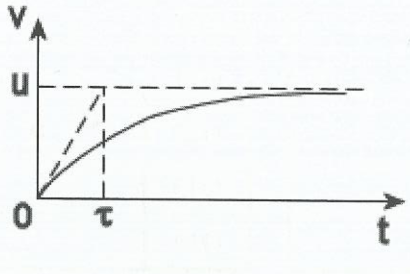
E1.

a. 1. A $t = 0$ s : la vitesse est nulle ($e^0 = 1$)
A t infiniment grand : la vitesse est égale à u appelée vitesse limite ($e^{-\infty} = 0$).

2. A $t = 0{,}2$ s : $v = u\left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63\ u$.

3. $v = 0{,}9\ u = u\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ soit $t = \tau \ln 10 = 0{,}46\, s$.

4. Représentation graphique de $v(t)$:



b. $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{u}{\tau} e^{-t/\tau}$

A $t = 0$ s : $a(0) = \dfrac{u}{\tau} = 0{,}25\, m.s^{-2}$

A t infini : $a(\infty) = 0$.

?

c. $x = \int v\, dt = \int u\left(1 - e^{-t/\tau}\right) dt \;\Rightarrow\; x = u\left(t + \tau e^{-t/\tau} + C\right)$

C : constante d'intégration

A $t = 0$ s : $x = 0$ soit $C = -\tau$

D'où : $x = u\left\{t - \tau\left(1 - e^{-t/\tau}\right)\right\}$.

E2.

a. De $\vec{a} = \overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_t}$, on déduit $a_n = a\cos\theta$ et $a_t = a\sin\theta$

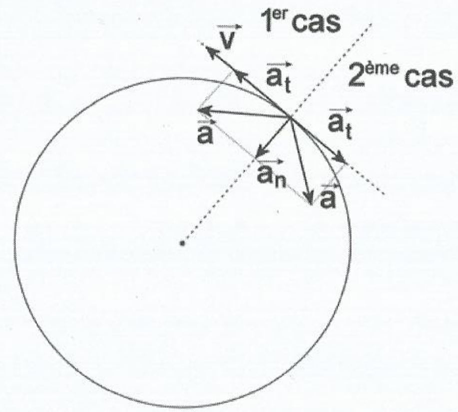
Le module (ou intensité) de a_t : $a_t = a\sin\theta$

de v : $v = \sqrt{R a_n} = \sqrt{R a \cos\theta}$

b. Applications numériques : $a_t = 0{,}3\, m.s^{-2}$

$v = 0{,}64\, m.s^{-1}$

c. Représentation graphique de la solution :



E3.

a. $\vec{v}\begin{cases} v_x = -\omega A \sin \omega t \\ v_y = \omega A \cos \omega t \\ v_z = B \end{cases} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}} = \sqrt{\omega^2 A^2 + B^2}$

Le module du vecteur vitesse $\vec{v}$ étant constant par rapport au temps, le mouvement est uniforme.

b. $\vec{a}\begin{cases} a_x = -\omega^2 A \cos \omega t \\ a_y = -\omega^2 A \sin \omega t \\ a_z = 0 \end{cases} \;\Rightarrow\; a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}} = \omega^2 A$

c. La trajectoire est une hélice.

E4.

a. Par définition, la période $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ soit $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 7{,}27.10^{-5}\ rad.s^{-1}$.