

DEVOIR
MÉZON

Diverses détente adiabatiques.

Soit un gaz parfait monoatomique ($\gamma = 5/3$) à $T_0 = 1000$ K et $P_0 = 10^6$ Pa. On donne $R = 8,314$ J.K⁻¹.mol⁻¹. On cherche à extraire de ce gaz une énergie mécanique maximale.

0/ Montrer qu'une transformation adiabatique qui amènerait le gaz à 0 K permettrait de récupérer entièrement l'énergie interne du fluide sous forme de travail mécanique (par convention on prendra $U = 0$ pour $T = 0$ K).

Nous allons maintenant étudier plusieurs modes de détente adiabatique d'une mole de ce gaz parfait, de son état initial (P_0, T_0) vers différents états ayant tous la même pression finale $P_f = 10^5$ Pa. On notera $\alpha = P_f/P_0$.

1/ Premier type de détente

Déterminer la loi d'évolution du rapport des températures finale et initiale T_1/T_0 en fonction de α dans le cas d'une détente adiabatique réversible. Calculer la valeur numérique de T_1 . Évaluer le travail mécanique fourni par le fluide ainsi que sa variation d'entropie (on donnera les expressions algébriques et les valeurs numériques).

2/ Deuxième type de détente

Le gaz est initialement contenu dans un piston. On effectue la détente de manière irréversible en faisant passer brusquement la pression extérieure de P_0 à P_f . Soit T_2 la température d'équilibre final.

- Montrer que $T_2/T_0 = \gamma^{-1}[1 + (\gamma - 1)\alpha]$. Calculer numériquement T_2 .
- Évaluer le travail mécanique fourni par le fluide ainsi que sa variation d'entropie au cours de la détente (on donnera les expressions algébriques et les valeurs numériques).
- Tracer sur le même graphe le rapport T/T_0 en fonction de $\alpha \in [0, 1]$ pour les deux modes de détente des questions 1/ et 2/. Placer soigneusement les deux courbes l'une par rapport à l'autre. Commenter et discuter.

3/ Troisième type de détente

On décide de faire successivement deux détente du type décrit à la question 2/ : une première détente de P_0 à la pression intermédiaire $(P_0 P_f)^{1/2}$, puis une seconde de $(P_0 P_f)^{1/2}$ à P_f .

Déterminer la température finale T_3 , l'énergie prélevée au fluide et sa variation d'entropie (on donnera les expressions algébriques et les valeurs numériques).

4/ Quatrième type de détente

On passe maintenant de l'état initial à l'état final par une succession de n détente intermédiaires de type 2/ séparées par des phases de mise en équilibre thermodynamique. On pose $\beta = (P_f/P_0)^{1/n}$. La pression initiale est P_0 , les pressions intermédiaires sont $\beta P_0, \beta^2 P_0, \dots, \beta^{n-1} P_0$, et la pression finale est $\beta^n P_0 = P_f$.

- Déterminer la température finale T_4 . On donnera son expression en fonction de T_0, n, γ et α . La calculer pour $n = 5$ et $n = 10$.
- Montrer que si n devient très grand, T_4 tend vers la température finale T_1 que l'on obtient lors d'une détente adiabatique réversible entre P_0 et P_f (cf. question 1/). Commenter.