

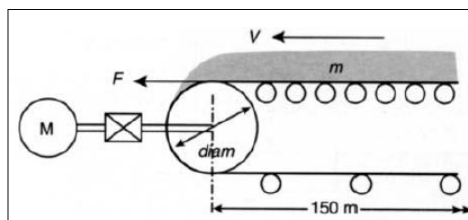
Calculs autour des moteurs et de leurs charges...

Guy Gauthier ing., Ph.D.
Juillet 2011

Source: Drury Bill, The Control Techniques Drives and Controls Handbook, The Institution of Electrical Engineers, London, United Kingdom, 2001. (ISBN 0 85296 793 4)

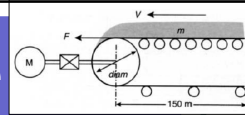
Exemple #1: Convoyeur horizontal

- Convoyeur transportant un solide.



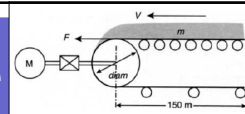
- Moteur à induction 3 phases de 400 Vac, 50 Hz, tournant à 1475 RPM à pleine charge.
 - Puissance du moteur ?

Informations sur le procédé



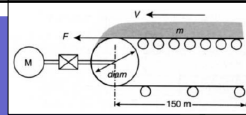
- Débit de matière requis: 900 tonnes/heure (250 kg/s);
- Densité de cette matière: 2000 kg/m³;
- Largeur du convoyeur: 0.8 m;
- Longueur du convoyeur: 150 m;
- Épaisseur maximale de matière pour éviter le gaspillage: 0.1 m;
- Poids linéaire du convoyeur: 15 kg/m
- Diamètre de la poulie du convoyeur = 0.4 m;

Informations sur le procédé



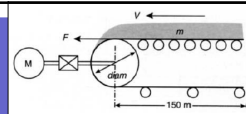
- Coefficient de friction statique: 0.09;
- Coefficient de friction dynamique: 0.07;
- Spécification du client:
 - Accélération complétée en 4 secondes.
 - Démarrage du tapis à pleine charge !

Calcul des vitesses



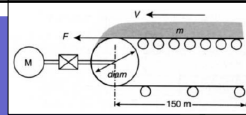
- Volume de matière à transporter par seconde:
 - Volume = masse/densité
 - Vol. = $250 \text{ kg/s} / 2000 \text{ kg/m}^3 = 0.125 \text{ m}^3/\text{s}$
- Vitesse linéaire du convoyeur:
 - Vitesse = Volume/section
 - Vit = $0.125 \text{ m}^3/\text{s} / (0.1 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}) = 1.56 \text{ m/s}$

Calcul des vitesses



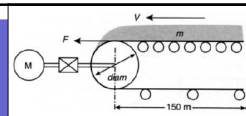
- Vitesse de rotation de la poulie:
 - $\omega = \text{vitesse/rayon}$
 - $\omega = 1.56 \text{ m/s} / 0.2 \text{ m} = 7.8 \text{ rad/s}$
 - En RPM cela donne 74.5 RPM.

Rapport des engrenages



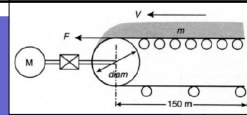
- Le rapport des engrenages entre le moteur et le convoyeur sera:
 - 1475 : 74.5 → environ 20:1
 - Rendement assumé de 98%.

Calcul de la charge



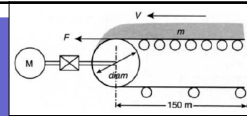
- La charge sera due au matériau sur le convoyeur ainsi que la courroie du convoyeur.
 - Charge = masse de la charge + masse de la courroie
 - Charge = $(150\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.8\text{m} \times 2000\text{kg/m}^3) + (2 \times 150\text{m} \times 15\text{ kg/m})$
 - Donc Charge = $28.5 \times 10^3\text{ kg}$

Calcul de l'accélération



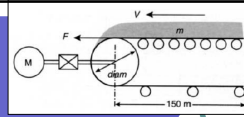
- Vitesse à atteindre = 1.56 m/s.
- Temps d'accélération de 4 secondes.
- $a = v/T_{acc} = (1.56 \text{ m/s}) / (4 \text{ s}) = 0.39 \text{ m/s}^2$.

Calcul du couple lors de l'accélération (à vitesse nulle)



- Force horizontale pour l'accélération:
 - Force = (masse de la charge x accélération) + (masse de la charge x accélération de la pesanteur x coefficient statique de friction);
 - $F_d = m(a + g\mu_{stat})$
 - $F_d = 28.5 \times 10^3 \text{ kg} (0.39 \text{ m/s}^2 + 9.81 \text{ m/s}^2 \times 0.09) = 36277.7 \text{ N}$

Calcul du couple lors de l'accélération (à vitesse nulle)

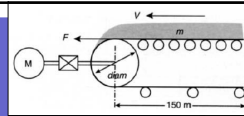


● Couple:

- Couple = Force x rayon de la poulie;

- $M_d = F_d r = 36277.7 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = 7255.5 \text{ Nm}$

Calcul du couple lors de l'accélération



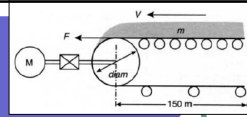
● Force horizontale pour l'accélération:

- Force = (masse de la charge x accélération) + (masse de la charge x accélération de la pesanteur x coefficient dynamique de friction);

- $F_a = m(a + g\mu_{dyn})$

- $F_a = 28.5 \times 10^3 \text{ kg} (0.39 \text{ m/s}^2 + 9.81 \text{ m/s}^2 \times 0.07) = 30686 \text{ N}$

Calcul du couple lors de l'accélération

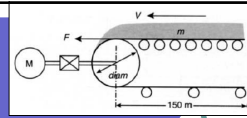


● Couple:

- Couple = Force x rayon de la poulie;

- $M_a = F_a r = 30686 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = 6138 \text{ Nm}$

Calcul du couple en opération normale



● Force horizontale:

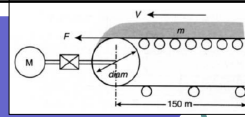
- Force = masse de la charge x accélération de la pesanteur x coefficient dynamique de friction;

- $F_a = mg \mu_{dyn} = 28.5 \times 10^3 \text{ kg} \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 0.07 = 19571 \text{ N}$

● Couple:

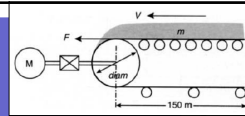
- $M_s = F_s r = 19571 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = 3915 \text{ Nm}$

Évolution du couple



- Au démarrage: $M_d = 7255.5 \text{ Nm}$
- Dès que le convoyeur avance: $M_a = 6138 \text{ Nm}$
- À la vitesse d'opération: $M_s = 3915 \text{ Nm}$

Puissance du moteur



- Définition: $P = M \omega$

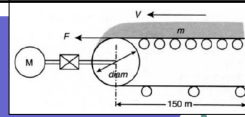
- Lors de l'accélération:

$$P_a = \frac{M_a \omega}{\eta} = \frac{6138 \text{ Nm} \times 7.8 \text{ rd/s}}{0.98} = 48.9 \text{ kW}$$

- En utilisation normale:

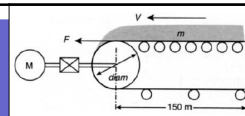
$$P_s = \frac{M_s \omega}{\eta} = \frac{3915 \text{ Nm} \times 7.8 \text{ rd/s}}{0.98} = 31.2 \text{ kW}$$

Puissance du moteur



- Choisir le pire cas, soit 48.9 kW.
 - Tout de même risque de surdimensionnement puisque l'on a besoin de cette puissance pour 4 secondes seulement.
 - Accélération lors du démarrage seulement.

Puissance du moteur



- Souvent, les moteurs permettent une surcharge de 150% pendant un maximum de 30 secondes (*).
 - Ici, on a 4 seconde...

43.72 HP

➡

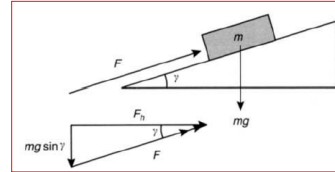
50 HP
 - Donc: $P_m = \frac{P_a}{1.5} = \frac{48.9 \text{ kW}}{1.5} = 32.6 \text{ kW} > P_s = 31.2 \text{ kW}$
 - Un moteur de 37 kW peut faire l'affaire.
 - Couple de démarrage > 7255.5 Nm

(*) Vérifiez avec le représentant vous vendant le moteur !

Convoyeur incliné

- Les calculs de force changent car il faut prendre en compte l'inclinaison du convoyeur.

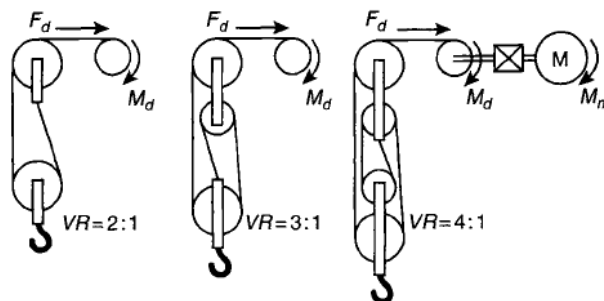
- $$new F_i = \sqrt{F_i^2 + (mg \sin \gamma)^2}$$



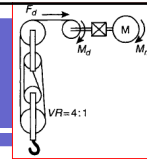
- Les calculs se font avec cette nouvelle force.

Exemple #2: Palans

- Les engins de levage utilisent des palans pour diminuer l'intensité de la force au moteur.

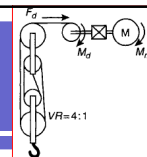


Informations sur le procédé



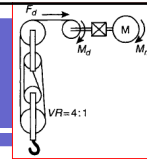
- Moteur à induction 3 phases de 400 Vac, 50 Hz, tournant à 1475 RPM à pleine charge.
 - Puissance du moteur ?
 - Note, la charge à soulever est fragile.

Informations sur le procédé



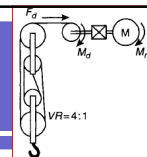
- Charge maximum de 2 tonnes (2000 kg);
- Diamètre de la bobine d'enroulement du câble: 0.2 m;
- Rapport d'engrenage entre le moteur et la bobine: 11:1;
- Coefficient de friction du palan: 0.095;
- Ratio de vitesse du palan de 4:1.

Informations sur le procédé



- Comme la charge est fragile, la durée de l'accélération est fixée à 8 secondes.

Vitesse de levage

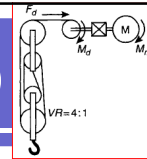


- La vitesse de levage du palan dépend de la vitesse du moteur, du ratio des engrenages et du ratio de vitesse.
- Ainsi, la vitesse de la bobine est:

$$\Omega_b = \frac{\Omega_{mot}}{N \times 60} = \frac{1475 RPM}{11 \times 60} = 2.235 RPS$$

$$\omega_b = 2\pi\Omega_b = 2\pi \times 2.235 RPS = 14.04 \text{ rad/s}$$

Vitesse et accélération (levage)



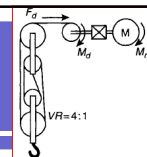
- La vitesse linéaire du crochet de levage est:

$$v = \frac{\Omega_b \pi d}{VR} = \frac{2.235 RPS \times \pi \times 0.2m}{4} = 0.351 m/s$$

- L'accélération est:

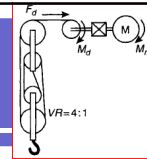
$$a = \frac{v}{T_{acc}} = \frac{0.351 m/s}{8s} = 0.0439 m/s^2$$

Forces en jeu



- Les forces en jeu comprennent une ou plusieurs des composantes suivantes:
 - Force pour tenir la charge = mg ;
 - Force pour accélérer la charge = ma ;
 - Force des frottements à vaincre = $mg\mu$

Forces lors de l'accélération



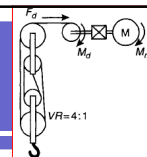
- La somme de toutes les forces:

$$\begin{aligned}
 F_a &= 2000kg \times 9.81 \frac{m}{s^2} + 2000kg \times 0.0439 \frac{m}{s^2} \\
 &\quad + 2000kg \times 9.81 \frac{m}{s^2} \times 0.095 \\
 &= 2.157 \times 10^4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

- De l'autre coté du palan:

$$F_{da} = \frac{F_a}{VR} = \frac{2.157 \times 10^4 \text{ N}}{4} = 5.393 \times 10^3 \text{ N}$$

Couple lors de l'accélération

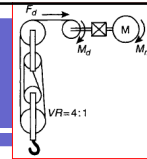


- Le couple sur la bobine:

$$M_{da} = F_{da} \times r = 5.393 \times 10^3 \text{ N} \times \frac{0.2m}{2} = 539.3 \text{ N}$$

- Ce couple, avec la vitesse de rotation de la bobine permet de calculer la puissance du moteur.

Force lors du mouvement



- Lorsque le système se déplace à vitesse constante:

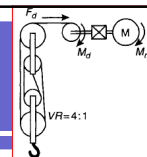
- $$F_s = 2000kg \times 9.81 m/s^2 + 2000kg \times 9.81 m/s^2 \times 0.095$$

$$= 2.1484 \times 10^4 N$$

- $$F_{ds} = \frac{F_s}{VR} = \frac{2.1484 \times 10^4 N}{4} = 5.371 \times 10^3 N$$

- $$M_{ds} = F_{ds} \times r = 5.371 \times 10^3 N \times \frac{0.2m}{2} = 537.1 N$$

Force pour maintenir la charge



- Lorsque le système est au repos:

- $$F_r = 2000kg \times 9.81 m/s^2 = 1.962 \times 10^4 N$$

- $$F_{dr} = \frac{F_r}{VR} = \frac{1.962 \times 10^4 N}{4} = 4.905 \times 10^3 N$$

- $$M_{dr} = F_{dr} \times r = 4.905 \times 10^3 N \times \frac{0.2m}{2} = 490.5 N$$

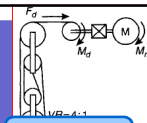
Puissance du moteur

- Rappel: $P = M \omega$
 - Mais, il faut prendre en compte le rendement.

- Accélération: $P_a = \frac{M_{da} \times \omega_d}{\eta} = \frac{539.3N \times 14.04 \text{ rd/s}}{0.98} = 7.73kW$

- Mouvement: $P_s = \frac{M_{ds} \times \omega_d}{\eta} = \frac{537.1N \times 14.04 \text{ rd/s}}{0.98} = 7.70kW$

- Au repos: $P_r = \frac{M_{dr} \times \omega_d}{\eta} = \frac{490.5N \times 7.02 \text{ rd/s}}{0.98} = 7.03kW$



15 HP

10.36 HP

7.73kW