

Le phénomène du « Jackknife » se traduit lors d'un freinage d'un camion doté d'une remorque par une rotation relative de celle-ci par rapport à la cabine du chauffeur. Dans le cadre du tractage des avions, nous allons nous intéresser à la rotation du tracteur par rapport à l'avion : en effet, le « jackknifing » est inversé, les masses mises en jeu ne sont pas réparties de la même manière. Il est bien entendu impossible que l'avion tourne autour du tracteur lors d'un freinage brusque. Notre étude va par conséquent porter sur ce problème qui peut survenir suite à une mauvaise disposition des masses, à un freinage trop brusque, un coefficient d'adhérence des roues du tracteur par rapport au sol trop faible, ou à une survitesse lors d'un virage.

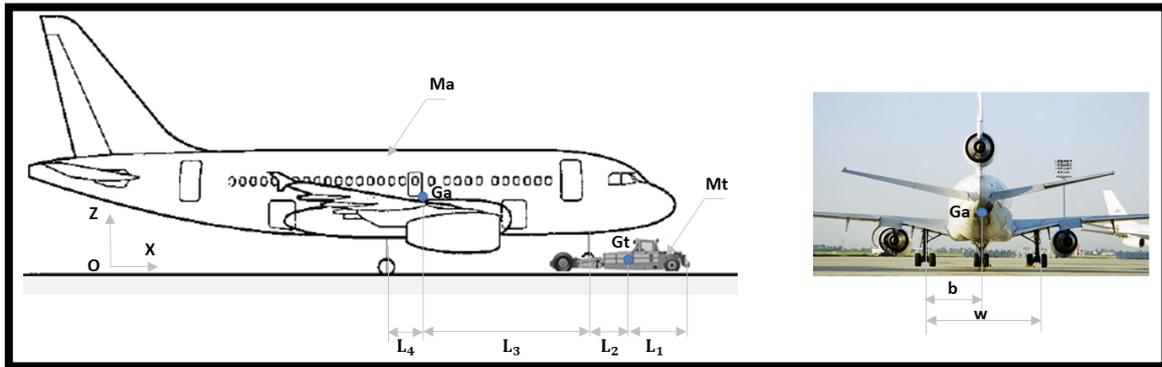


FIG 5.3.1.1 – Dimensions d'un tracteur et d'un avion

Le modèle ne suppose aucun mouvement suivant la direction verticale (axe Z). En utilisant les dimensions du tracteur et de l'avion, ainsi que les forces verticales, on en déduit d'après le principe fondamental de la statique appliqué à l'avion :

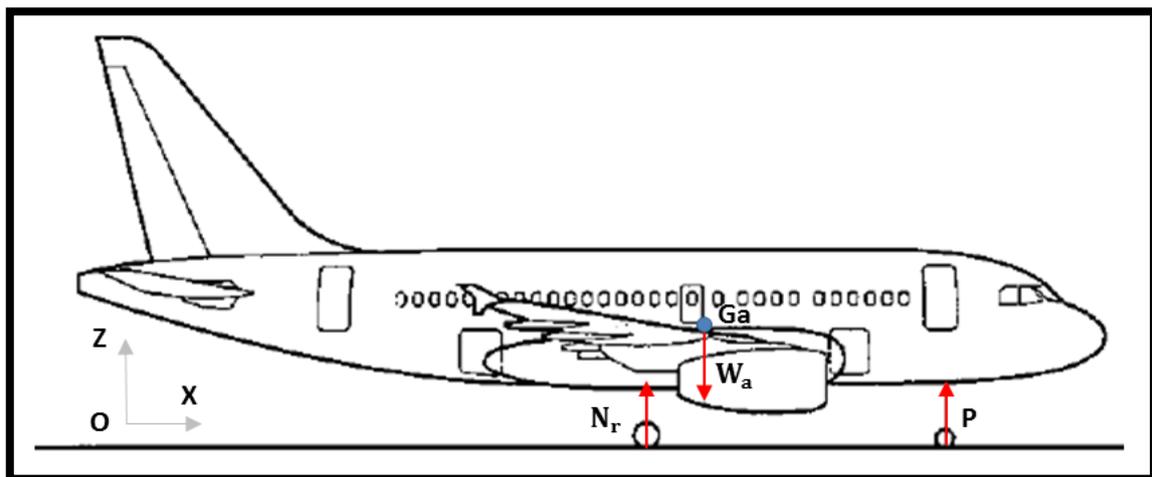


FIG 5.3.1.2 – Forces verticales appliquées sur l'avion

$$\sum F_z = N_r - W_a + P = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_y = N_r * L_4 - P * L_3 = 0 \quad (2)$$

En résolvant les équations, on trouve :

$$P = W_a * \frac{L_4}{(L_4+L_3)} \quad (3)$$

$$N_r = W_a * \frac{L_3}{(L_4+L_3)} \quad (4)$$

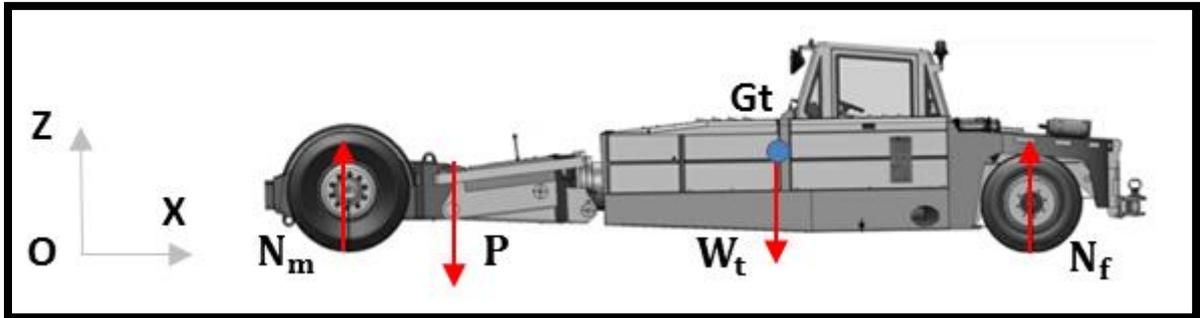


FIG 5.3.1.3 – Forces verticales appliquées sur le tracteur

On applique à nouveau le PFS au tracteur cette fois-ci :

$$\sum F_z = N_f + N_m - W_t - P = 0 \quad (5)$$

$$\sum M_y = N_m * L_2 - P * L_2 - N_f * L_1 = 0 \quad (6)$$

La résolution donne :

$$N_m = W_a * \frac{L_4}{(L_4+L_3)} + W_t * \frac{L_1}{(L_1+L_2)} \quad (7)$$

$$N_f = W_t * \frac{L_2}{(L_2+L_1)} \quad (8)$$

Supposons dans un premier temps une rotation de l'avion autour du tracteur. Pour déterminer les réactions à gauche et à droite de l'avion,  $N_{rd}$  et  $N_{rg}$ , la même approche est utilisée. La somme des moments sur X et Y sont nuls :

$$\sum M_x = (N_{rg} - N_{rd}) * \frac{w}{2} - W_a * \left(b - \frac{w}{2}\right) = 0 \quad (9)$$

$$\sum M_y = (N_{rg} + N_{rd}) * L_4 - P * L_3 = 0 \quad (10)$$

En résolvant les deux équations ci-dessus, on trouve :

$$N_{rd} = \frac{W_a}{w} * \frac{L_3}{(L_4+L_3)} * \left(\frac{w}{2} - \frac{L_3+L_4}{L_3} * \left(b - \frac{w}{2}\right)\right) \quad (11)$$

$$N_{rd} = \frac{W_a}{w} * \frac{L_3}{(L_4+L_3)} * \left(\frac{w}{2} + \frac{L_3+L_4}{L_3} * \left(b - \frac{w}{2}\right)\right) \quad (12)$$

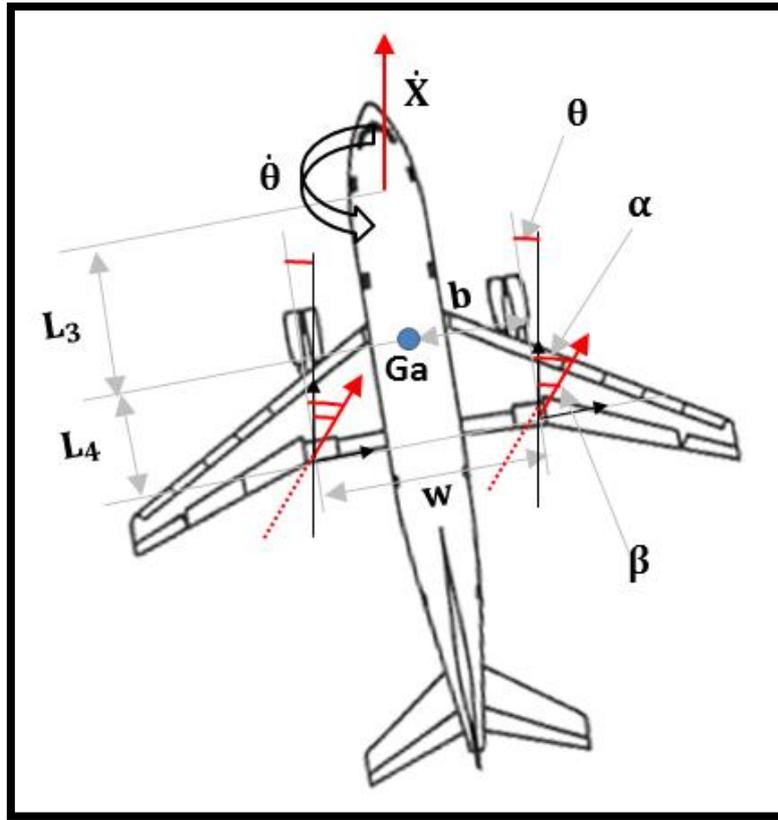


FIG 5.3.1.4 – Vélocities sur l'avion

Pour déterminer les forces de friction sur les pneus, on considère que le coefficient de friction  $\mu_r$ , est indépendant de la direction de glissement du pneu.

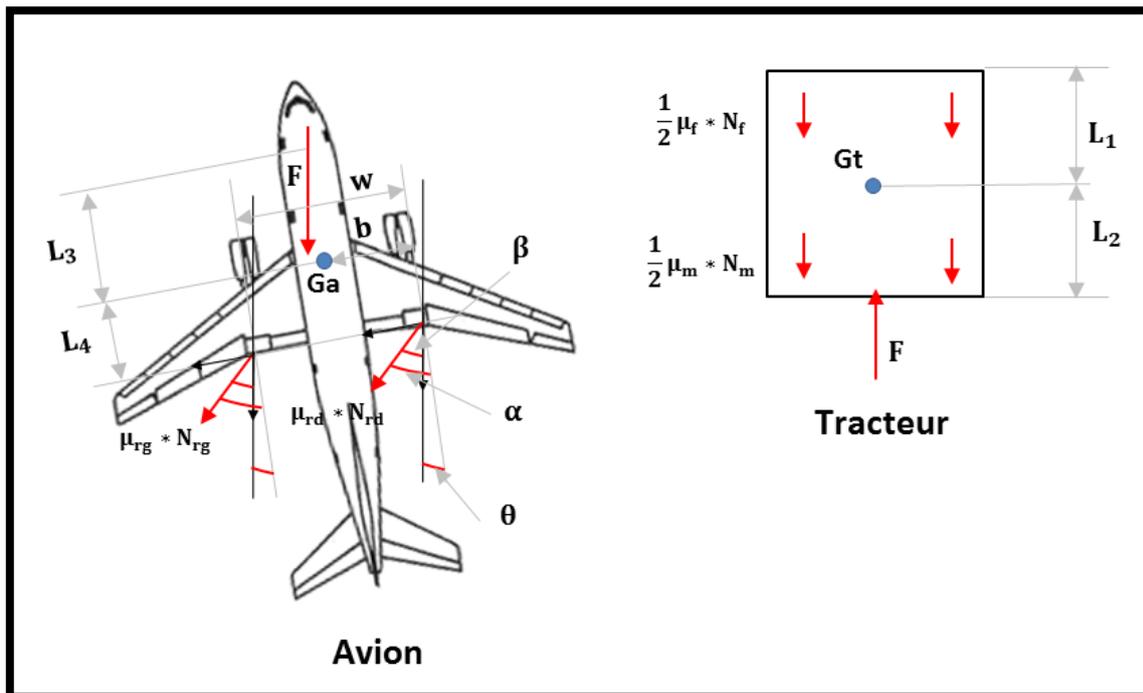


FIG 5.3.1.5 – Forces horizontales sur l'avion et le tracteur

La figure 5.3.1.5 montre un braquage important. La figure 5.3.1.4 illustre les forces horizontales s'appliquant sur l'avion et le tracteur durant le braquage. Ainsi, l'angle  $\beta$  est donné par :

$$\beta = \arctan \frac{\dot{\theta}(L_3 + L_4) \cos \theta}{\ddot{X} + \dot{\theta}(L_3 + L_4) \sin \theta} \quad (13)$$

L'angle  $\alpha$  est donné par :

$$\alpha = \beta + \theta \quad (14)$$

Le mouvement de translation pour la combinaison tracteur/avion, celui du tracteur, puis de l'avion, peuvent être décrit par les équations 15, 16 et 17 respectivement :

$$\ddot{X} = \frac{-1}{(M_a + M_t)} * (N_f \mu_f + N_m \mu_m + (N_{rd} \mu_{rd} + N_{rg} \mu_{rg}) * \cos(\beta)) \quad (15)$$

$$M_t * \ddot{X} = F - N_f \mu_f - N_m \mu_m \quad (16)$$

$$M_a * \ddot{X} = -F - (N_{rd} \mu_{rd} + N_{rg} \mu_{rg}) * \cos(\beta) \quad (17)$$

La force sur la pivot centrale, F, peut être déterminée par :

$$F = \frac{1}{(M_a + M_t)} * (M_a (N_f \mu_f + N_m \mu_m) - M_t (N_{rd} \mu_{rd} + N_{rg} \mu_{rg}) * \cos(\beta)) \quad (18)$$

L'équation décrivant la rotation de l'avion est déterminée en sommant les moments par rapport au centre de gravité :

$$J\ddot{\theta} = -F \left( \left( b - \frac{w}{2} \right) \cos(\theta) - L_3 \sin(\theta) \right) + N_{rg} \mu_{rg} \left( (w - b) \cos(\alpha) - L_4 \sin(\alpha) \right) - N_{rd} \mu_{rd} (b \cos(\alpha) + L_4 \sin(\alpha)) \quad (19)$$

Si le tracteur dérape et est pris en « jackknife », on se retrouve dans la configuration suivante :

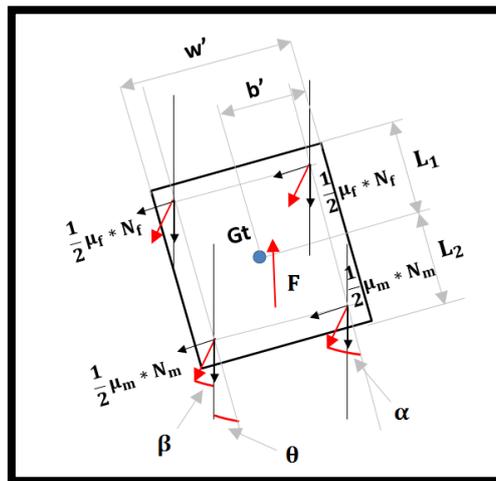


FIG 5.3.1.6 – Forces horizontales sur le tracteur subissant le « jackknife »

La force exercée au niveau de la pivot centrale devient alors égale à :

$$F = \frac{1}{(M_a + M_t)} * (M_a(N_f\mu_f + N_m\mu_m)\cos(\beta) - M_t(N_{rd}\mu_{rd} + N_{rg}\mu_{rg})) \quad (20)$$

L'équation décrivant la rotation du tracteur est la suivante :

$$J\ddot{\theta} = F \left( \left( b' - \frac{w'}{2} \right) \cos(\theta) - L_1 \sin(\theta) \right) + \frac{1}{2} (N_m\mu_m + N_f\mu_f) \left( (w' - b') \cos(\alpha) - L_2 \sin(\alpha) \right) - \frac{1}{2} (N_m\mu_m + N_f\mu_f) (b' \cos(\alpha) + L_2 \sin(\alpha)) \quad (21)$$

L'équation (19) et (21) sont non linéaire, de la forme  $\ddot{\theta} = f(\theta)$ , qui peuvent être résolues numériquement, avec les conditions initiales  $\theta(0) = \theta_0$ ,  $\dot{\theta}_0 = 0$  et  $\theta_0$  qui possède une très petite valeur.

A noter que pour diminuer au maximum le risque de « mise en portefeuille », nous choisirons par la suite, le placement des roues motrices dans l'axe vertical du train d'atterrissage. La charge verticale de l'avion donne donc un maximum d'adhérence aux roues motrices.