Université Lille 1 – Sciences et Technologies Année 2013–2014

Licence SESI, Semestre 1 – Profils MIMP, PC, ~~PEIP~~ et SPI

Statique et Mouvement

Devoir surveillé du 12 juin 2014

Sans documents ni calculatrice Durée : 2 heures

<u>A lire très attentivement</u>
- Il sera tenu grand compte du soin apporté à la rédaction.
- Il est rappelé qu'il est toujours bénéfique de lire l'intégralité du questionnaire avant de traiter un exercice donné.
- Les exercices 1 et 2 portent sur la Statique, les exercices 3 et 4 sur la Cinématique.
- **Le document intitulé « Annexe » est à restituer.**
- **Les informations suivantes doivent être inscrites sur la copie : profil, numéro du groupe de TD.**

Exercice 1

On considère le système de la figure 1, composé d'un disque S_1 et d'un demi-disque S_2, de même rayon r, de masses respectives m_1 et m_2, de centre de gravité respectifs A et G ($BG = h$). Ils sont en contact entre eux et avec le bâti S_0. Le contact entre S_2 et le bâti est supposé ponctuel en B. L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{y}$, $g > 0$. Le frottement est pris en compte en B (coefficient f) mais négligé en C et en D.

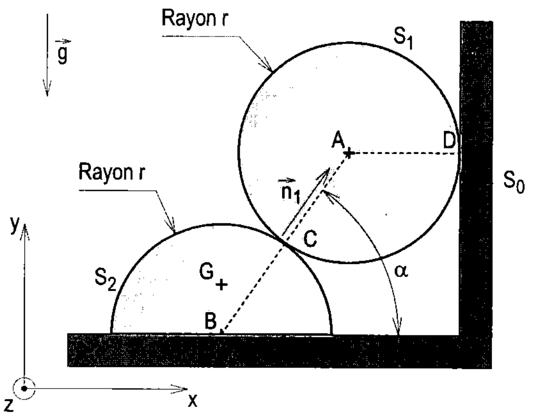

FIGURE 1

Les réactions du bâti en B et en D, ainsi que la réaction de S_2 sur S_1, sont :

$$\vec{R}_B = T_B\vec{x} + N_B\vec{y}\ , \qquad \vec{R}_D = -N_D\vec{x}\ , \qquad \vec{R}_{21} = R_{21}\vec{n}_1$$

où $\vec{n}_1 = \cos\alpha\vec{x} + \sin\alpha\vec{y}$.

1. Ecrire les conditions de contact en B, en C et en D.
2. Isoler l'ensemble formé des deux solides S_1 et S_2 et effectuer le bilan des forces extérieures. Reporter ces dernières sur le document intitulé « Annexe » qui est à restituer.
3. Ecrire les équations d'équilibre vectorielles. En déduire les trois équations d'équilibre scalaires (dont la résolution n'est pas demandée à ce stade).
4. Montrer que l'équilibre est impossible si le frottement en B est négligé (bien noter que $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$).
5. On se place à la limite du glissement :
   (a) Enoncer la loi de Coulomb en présence d'un glissement, puis exprimer la relation entre T_B, N_B et f.
   (b) Déterminer alors les inconnues de liaison ainsi que la relation entre f, α, m_1 et m_2.
   (c) Vérifier que les conditions de contact sont satisfaites.

Exercice 2

Une poutre $ACDB$ est liée au bâti en A au moyen d'une liaison pivot d'axe Ax et en D au moyen d'un appui simple de normale $\vec{z}$ (figure 2). Deux forces ponctuelles $\overrightarrow{F} = -F\vec{z}$ et $\overrightarrow{Q} = Q\,\vec{x}$ sont exercées respectivement en B et en C.

1. Isoler la poutre et effectuer le bilan des forces extérieures.
2. Ecrire les équations d'équilibre. En déduire les inconnues de liaison.

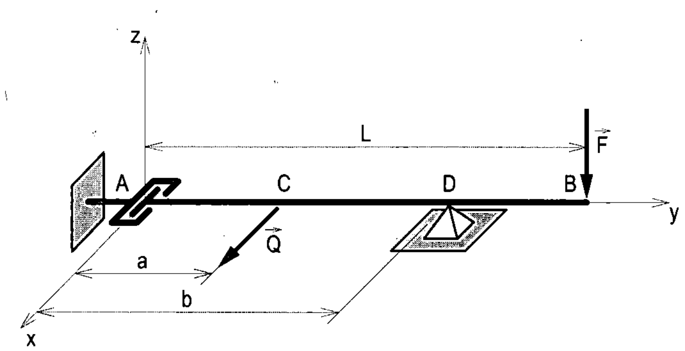

FIGURE 2

Exercice 3

Soit le système de la figure 3.

On définit les référentiels :

- $\mathcal{R}_0$ rapporté au repère (A, b_0), $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$
- $\mathcal{R}_1$ rapporté au repère (A, b_1), $b_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$
- $\mathcal{R}_2$ rapporté au repère (A, b_2), $b_2 = (\vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

La base b_1 se déduit de la base b_0 par une rotation d'angle $\varphi(t)$ autour de $\vec{z}_0$, la base b_2 de la base b_1 par une rotation d'angle $\theta(t)$ autour de $\vec{x}_1$:

$$b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\varphi} b_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0) \xrightarrow{\theta} b_2 = (\vec{x}_1, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$$

Un point M est assujetti à se déplacer sur l'axe $(A, \vec{z}_2)$. Et on pose : $\overrightarrow{AM} = r(t)\vec{z}_2$.

1. Préciser les vecteurs rotations instantanées $\vec{\Omega}_{b_1/b_0}$, $\vec{\Omega}_{b_2/b_1}$ et $\vec{\Omega}_{b_2/b_0}$.
2. On s'intéresse au point M. Déterminer, en choisissant b_2 pour base de projection :
   (a) ses vecteurs vitesse et accélération par rapport à $\mathcal{R}_2$.
   (b) son vecteur vitesse par rapport à $\mathcal{R}_1$.
   (c) son vecteur vitesse par rapport à $\mathcal{R}_0$.

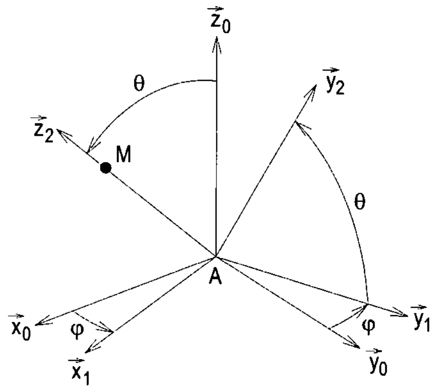

FIGURE 3

Exercice 4

On considère le mécanisme de la figure 4. La tige AB, désignée S_1, est animée d'un mouvement de translation par rapport au bâti S_0. Elle est liée en son extrémité B, et ce au moyen d'une articulation, à une pièce rectangulaire pouvant glisser dans une rainure du bras OC. Ce dernier, désigné S_2, a pour longueur L. Ainsi la translation de la tige entraîne la rotation du bras autour de son point d'articulation O et vice-versa.

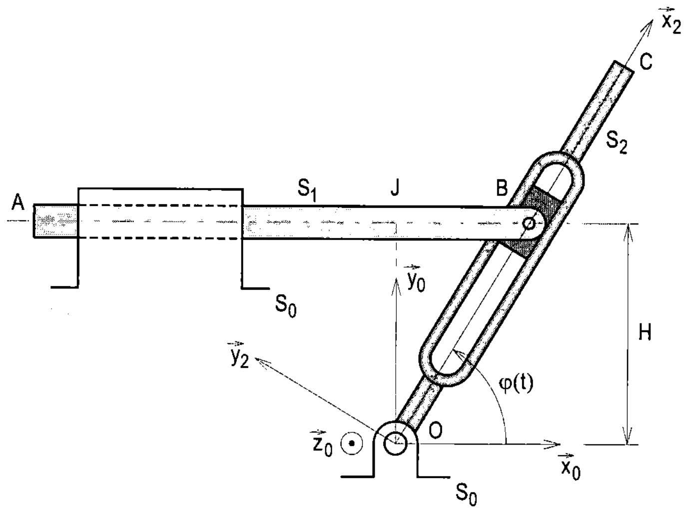

FIGURE 4

On définit les référentiels :

- $\mathcal{R}_0$ rapporté au repère (O, b_0), $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, lié au bâti S_0
- $\mathcal{R}_1$ rapporté au repère (A, b_0), lié à la tige S_1
- $\mathcal{R}_2$ rapporté au repère (O, b_2), $b_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, lié au bras S_2

La base b_2 se déduit de la base b_0 par une rotation d'angle $\varphi(t)$ autour de $\vec{z}_0$:

$$b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\varphi} b_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$$

1. Préciser le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}_{b_2/b_0}$.
2. Préciser la nature des mouvements par rapport à $\mathcal{R}_0$ des points B et C.
3. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération par rapport à $\mathcal{R}_0$ du point C et ce par la cinématique du solide.
4. En considérant le triangle OJB, J étant la projection orthogonale de O sur AB, exprimer le vecteur position dans $\mathcal{R}_0$ de B. En déduire le vecteur vitesse par rapport à $\mathcal{R}_0$ de ce point.
5. Préciser les torseurs cinématiques de la tige et du bras dans leurs mouvements respectifs par rapport à $\mathcal{R}_0$.
6. Exprimer le vecteur position dans $\mathcal{R}_2$ de B. En déduire le vecteur vitesse par rapport à $\mathcal{R}_2$ de ce point.

Formulaire

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\tan\alpha}\right) = -\frac{\dot{\alpha}}{\sin^2\alpha}$$