Pendule de Torsion

Dans ce TP, nous souhaitons trouver le moment d'inertie de trois objets :

- Un parallélépipède à base carrée
- Une barre cylindrique
- Un solide en H (à la vertical et à l'horizontal)

Pour cela, nous utilisons un pendule de torsion et nous faisons osciller les objets afin de déterminer leurs périodes et d'en déduire leurs moments d'inertie. Ce seront les moments d'inertie expérimentaux.

Ensuite nous calculerons grâce aux dimensions des objets leur moment d'inertie théorique

Le but de ce TP sera donc, en partie, de comparer les valeurs expérimentales aux valeurs théoriques.

Avant tout, nous mesurons la longueur L du fil ainsi que son diamètre d pour trouver la constante de torsion C du fil :

- ⇨ L = 0,5400 +/- 0,0003 m
- ⇨ d = 0,00200 +/- 0,00005 m

Nous avons trouvé les incertitudes de L et d de par nous-même en estimant l'imprécision du mètre ruban ainsi que du geste.

Nous savons que µ = 4,67*10^9 +/- 0,05*10^9 N.m^-2 rad^-1

D'après la formule : C= (µ*d^4)/L on obtient : C=0,1384 N.m.rad^-1.

A partir de ce résultat, on a cherché à connaitre l'incertitude absolue de ΔC.
ΔC = |∂C/∂µ|*Δµ + |∂C/∂d|*Δd +|∂C/∂L|*ΔL
ΔC = |d^4/L|*Δµ + |4µd^3/L|*Δd +|-µd^4/L^2|*ΔL
ΔC = 0,0015 N.m.rad^-1

D'où, ***C = 0,1384 +/- 0,0015 N.m.rad^-1.***

A) Calcul des valeurs expérimentales

I) La plaque carrée

A présent, nous mesurons les moments d'inertie de la plaque carrée. Nous l'a faisons osciller 20 fois en partant d'un angle de 40° et nous relevons le temps qu'elle met à effectuer les 20 oscillations pour déterminer sa période (Nous diviserons donc les valeurs par 20 pour trouver T(s)). Nous répétons la manipulation 5 fois pour en faire une moyenne et donc obtenir un résultat plus précis.

	1ière mesure	2ième mesure	3ième mesure	4ième mesure	5ième mesure	Moyenne	Ecart type	Incertitude (avec t68%)
20 T (s)	24,85	24,75	25,26	24,60	24,95	24,882	0,223	0,1
T (s)	1,2425	1,2375	1,263	1,23	1,2475	1,2441	0,011	0,005

On trouve ***T = 1,244 +/- 0,005 s***

A partir de ce résultat, on a cherché à connaitre l'incertitude absolue de ΔI_p.

$\Delta I_P = |\partial I/\partial C| * \Delta C + |\partial I/\partial T| * \Delta T$

$= |T^2/4\pi^2| * \Delta C + |2CT/4\pi^2| * \Delta T$

$\Delta I_P = 6,474*10^{-4}$ kg.m²

On sait que $T = 2\pi * \sqrt{I/C}$ donc on a :

$I_p = (CT^2)/(4\pi^2)$

$I_p = 5,43*10^{-3}$ kg.m²

Donc, on en conclue que le résultat final ***$I_P = 5,5*10^{-3}$ +/- $6,474*10^{-4}$ kg.m²***

II) Barre cylindrique

Nous reproduisons exactement les mêmes manipulations que pour la plaque carrée en ne faisant varier qu'un seul facteur, l'objet, ici la barre cylindrique à la place de la plaque carrée.

Nous obtenons donc le tableau suivant avec 20T(s) et T(s) :

	1ière mesure	2ième mesure	3ième mesure	4ième mesure	5ième mesure	Moyenne	Ecart type	Incertitude (avec t68%)
20 T (s)	45,08	45,10	44,97	44,72	45,15	45,004	0,154	0,069
T (s)	2,254	2,255	2,2485	2,236	2,2575	2,2502	0,007	0,003

Nous trouvons ***T = 2,2502 +/- 0,003 s***

A partir de ce résultat, nous avons calculé l'incertitude absolue ΔI_B de I_B.

$\Delta I_B = |T^2/4\pi^2| * \Delta C + |2CT/4\pi^2| * \Delta T$

$\Delta I_B = 2,022*10^{-3}$ kg.m²

$I_p = (CT^2)/(4\pi^2)$

$I_p = 1,775*10^{-2}$ kg.m²

Donc, on en conclue que le résultat final ***$I_p = 1,775*10^{-2}$ +/- $2,022*10^{-3}$ kg.m²***

III) H vertical

De même pour trouver la période du solide H positionné à la verticale.
Nous obtenons donc le tableau de valeurs suivant :

	1ière mesure	2ième mesure	3ième mesure	4ième mesure	5ième mesure	Moyenne	Ecart type	Incertitude (avec t68%)
20 T (s)	89,49	88,94	88,72	88,83	89,04	89,004	0,266	0,119
T (s)	4,4745	4,447	4,436	4,4415	4,452	4,4502	0,013	0,006

Nous trouvons ***T = 4,4502 +/- 0,006 s***

A partir de ce résultat, on a cherché à connaitre l'incertitude absolue ΔI_{Hv} de I_{Hv}.
$\Delta I_{Hv} = |T^2/4\pi^2|\Delta C + |2CT/4\pi^2|\Delta T$
ΔI_{Hv} = 7,913*10^-3 kg.m²

$I_p = (CT^2)/(4\pi^2)$
I_p = 6,943*10^-2 kg.m²

Donc, nous en concluons que le résultat final ***I_{Hv} = 6,943*10^-2 +/- 7,913*10^-3 kg.m²***

IV) H horizontal

Et enfin, également de la même manière que pour les trois objets précédents, nous cherchons la période du solide H placé cette fois ci à l'horizontale.
Nous avons donc le tableau suivant :

	1ière mesure	2ième mesure	3ième mesure	4ième mesure	5ième mesure	Moyenne	Ecart type	Incertitude (avec t68%)
20 T (s)	103,15	103,17	102,96	103,04	102,86	103,036	0,116	0,52
T (s)	5,1575	5,1585	5,148	5,152	5,143	5,1518	0,006	0,0025

Nous trouvons ***T = 5,1518 +/- 0,0025 s***

A partir de ce résultat, nous calculons l'incertitude absolue ΔI_{Hh} de I_{Hh}.
$\Delta I_{Hh} = |T^2/4\pi^2|\Delta C + |2CT/4\pi^2|\Delta T$
ΔI_{Hh} = 1,044*10^-2 kg.m²

$I_p = (CT^2)/(4\pi^2)$
I_p = 9,301*10^-2 kg.m²

Donc, on en conclue que le résultat final ***I_{Hh} = 9,301*10^-2 +/- 1,044*10^-2 kg.m²***

B) Calcul des valeurs théoriques

A présent, nous mesurons les dimensions de la plaque carrée ainsi que de la barre cylindrique afin de calculer les valeurs théoriques des moments d'inertie I_p et I_B.

I) Pour la plaque carrée :

Tout d'abord, nous mesurons la longueur l de la plaque ainsi que son épaisseur e pour trouver la masse m :

- ⇨ l = 0,139 +/- 0,05*10^-2 m
- ⇨ e = 0,09 +/- 0,05 * 10^-3 m

Nous avons trouvé les incertitudes de L et d de par nous-même en estimant l'imprécision du mètre ruban ainsi que du geste.

Nous savons que la masse volumique ρ = m/V g.cm^3 ce qui nous permet de trouver la masse m : m = ρ*V g
Et nous savons que V = l²*e m^3 pour la plaque carrée.
D'où m = ρ*l²*e
Avec ρ = 7,92 +/- 0,01 g.cm^3
= 7,92*10^-3 +/- 0,01*10^-3 kg.m^3

m = 7,92*13,9*9 = 13772 g = 13,772 kg

Et I_P = (ml²)/6
= (ρ*l^4*e)/6
I_P = 4,4348.10^-2 kg.m²

ΔI_P = |∂Ip/∂e|*Δe + |∂Ip/∂l|*Δl + |∂Ip/∂ρ|*Δρ

= |ρ*l^4/6|Δe + |4ρ*e*l^3/6|Δl + |e*l^4/6|Δρ
ΔI_P = 6,627*10^-7 kg.m²

Donc ***I_P = 4,4348.10^-2 +/- 6,627*10^-7 kg.m²***

II) Pour la barre cylindrique :

De même, nous mesurons la longueur l de la barre cylindrique ainsi que son diamètre d pour trouver la masse m :

- ⇨ l = 0,501 +/- 0,03*10^-2 m
- ⇨ d = 0,016 +/- 0,05 * 10^-3 m

Nous savons que la masse volumique ρ = m/V g.cm^3 ce qui nous permet de trouver la masse m : m = ρ*V g

Et nous savons que $V = \pi l\,(d/2)^2$ m^3 pour la barre cylindrique
D'où $m = \rho\,\pi l\,(d/2)^2$ g
m = 7,978*10^-4 g

Et $I_B = (ml^2)/12$
$= (\rho\,\pi l^3 (d/2)^2)/12$
$I_B =$ 1,6687*10^-5 kg.m²

$\Delta I_B = |\partial I_B/\partial \rho| * \Delta\rho + |\partial I_B/\partial l| * \Delta l + |\partial I_B/\partial d| * \Delta d$

$= |(d^2 \pi l^3)/48| * \Delta\rho + |(3\rho l^2 d^2 \pi)/48| * \Delta l + |(2\rho l^3 d \pi)/48| * \Delta d$
ΔI_B = 1,553*10^-7 kg.m²

Donc ***I_B = 1,6687*10^-5 +/- 1,553*10^-7 kg.m²***

C) Comparaison des valeurs expérimentale avec les valeurs théoriques

Maintenant nous allons comparer les deux valeurs mesurées de la plaque carrées et de la barre cylindrique avec leurs deux valeurs théoriques.

I) Pour la plaque carrée

La valeur expérimentale est : ***I_P = 5,5*10^-3 +/- 6,474*10^-4 kg.m²***
Et la valeur théorique est : ***I_P = 4,4348.10^-2 +/- 6,627*10^-7 kg.m²***

II) Pour la barre cylindrique

La valeur expérimentale est : ***I_p = 1,775*10^-2 +/- 2,022*10^-3 kg.m²***
Et la valeur théorique est : ***I_B = 1,6687*10^-5 +/- 1,553*10^-7 kg.m²***