



Q 5: [6pt] Une masse m_1 est posée sur une table. Elle est liée à une masse m_2 par une corde inextensible de masse négligeable. Cette corde passe par une poulie de rayon R et de moment d'inertie I .

Q5-1 : Précisez la condition sur le coefficient de frottement statique μ_s , entre la table et la masse m_1 , qui permettrait que rien ne bouge.

Les forces en présence nous donnent les équations:

$$\text{sur } m_2 : T = m_2 g \quad \text{sur } m_1 : N = m_1 g \quad \text{et } f = T \quad \text{donc } m_2 g \leq \mu_s m_1 g \rightarrow \mu_s \geq \frac{m_2}{m_1}$$

Q5-2 : Le coefficient de frottement statique μ_s n'est pas suffisant, donc le système est en mouvement et la corde fait tourner la poulie sans glisser. En notant le coefficient de frottement dynamique μ_d déterminer les équations de mouvement des deux masses et de la poulie.

Nous avons

$$\text{pour } m_2 : m_2 a = m_2 g - T_2 \quad \text{pour } m_1 : m_1 a = T_1 - \mu_d m_1 g \quad \text{pour la poulie : } I \alpha = (T_2 - T_1) R$$

Q5-3 : En prenant $I = kmR^2$, résoudre ces équations de mouvement et déterminez l'accélération du système et les tensions dans la corde.

Nous avons donc

$$\begin{cases} m_2 a = m_2 g - T_2 \\ m_1 a = T_1 - \mu_d m_1 g \\ kma = T_2 - T_1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{m_2 - \mu_d m_1}{m_2 + m_1 + km} g \\ T_1 = m_1 g \frac{m_2 + \mu_d m_2 + km}{m_2 + m_1 + km} \\ T_2 = m_2 g \frac{m_1 + \mu_d m_1 + km}{m_2 + m_1 + km} \end{cases}$$

Q5-4 : Que vaut, à chaque instant, l'énergie cinétique totale du système

$$E_c = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + km) V^2$$

Q5-5 : Montrez, en dérivant l'énergie cinétique par rapport au temps, que l'on retrouve bien la puissance totale des forces extérieures. On a donc

$$\frac{dE_c}{dt} = (m_1 + m_2 + km) V a = g(m_2 - \mu_d m_1) V \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} m_2 g V : \text{puissance du poids} \\ - \mu_d m_1 g V : \text{puissance du frottement} \end{array}$$