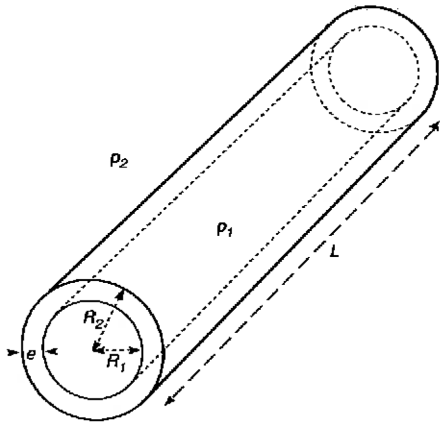
Force pressante exercée sur un tuyau cylindrique

Soit une conduite cylindrique de longueur L, de rayon intérieur R_1, de rayon extérieur R_2. L'épaisseur du tuyau est:

$$\mathbf{e = R_2 - R_1}$$

Cette conduite contient un fluide dont la pression est p_1. A l'extérieur, la pression de l'air atmosphérique est p_2.

Concrètement, le problème est de pouvoir déterminer l'épaisseur e, minimale, pour que le tuyau ne coure pas le risque d'éclater.



On choisit une direction Δ coïncidant avec un des diamètres du tuyau :

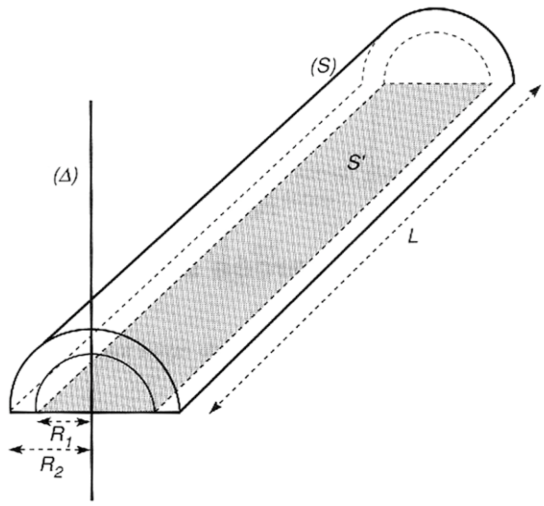
La force de pression résultante $\vec{F_1}$, due au fluide intérieur a pour module :

$$F_1 = p_1 . S'$$

S' étant la projection de la surface S sur un plan perpendiculaire à Δ.

Or, S est la surface d'un demi-cylindre de longueur L et de rayon R_1. S' est donc un rectangle de longueur L et de largeur 2 R_1. Il vient :

$$\mathbf{F_1 = p_1 . 2\, R_1 . L}$$



De façon semblable, on obtient pour la force de pression $\vec{F_2}$ due à l'air extérieur :

$$F_2 = p_2 . S''$$

avec :

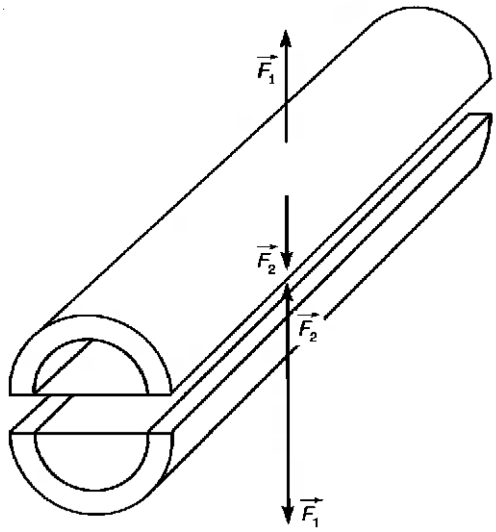
$$S'' = 2\, R_2 . L$$

soit :

$$\mathbf{F_2 = p_2 . 2\, R_2 . L}$$

Un raisonnement identique pourrait être fait pour la seconde partie du tuyau.

Si la pression p_1 du fluide intérieur est supérieure à la pression p_2, la force $\vec{F_1}$, est plus grande que la force $\vec{F_2}$, alors le tuyau risque d'éclater (c'est-à-dire de se séparer effectivement en deux parties).



La direction Δ a été choisie arbitrairement suivant un diamètre quelconque du tuyau. Il est évident que des forces telles que $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ se développent suivant tous les diamètres du tuyau et que l'éclatement, s'il se produit, n'aura pas lieu suivant un plan déterminé. Le tuyau, s'il éclate, ne sera pas proprement découpé en deux demi-cylindres !

Mais, le matériau qui constitue la conduite a une certaine résistance mécanique. Soit T la force de cohésion par unité de surface de ce matériau. C'est une contrainte homogène à une pression (force/surface) et on peut écrire par analogie avec les résultats précédents pour la force de résistance F, du tuyau :

$$F_3 = T \;.\; S'''$$

où S''' désigne la projection de la surface du matériau sur un plan perpendiculaire à la direction Δ.

$$S''' = 2 \;.\; L \;.\; e = 2 \;.\; L \;.\; (R_2 - R_1)$$

soit :

$$\mathbf{F_3 = T \;.\; 2 \;.\; L \;.\; (R_2 - R_1)}$$

La rupture du tuyau se produira si :

$$F_1 - F_2 \geq F_3$$

A la limite :

$$p_1 \;.\; 2\,R_1 \;.\; L - p_2 \;.\; 2\,R_2 \;.\; L = T \;.\; 2 \;.\; L \;.\; (R_2 - R_1)$$

soit :

$$T = \frac{p_1 . R_1 - p_2 . R_2}{R_2 - R_1}$$

Connaissant les caractéristiques du matériau, on peut alors calculer l'épaisseur minimale e de la conduite conforme aux normes de sécurité.

En effet, si R_1 et p_1 sont fixés (pour des raisons liés au débit du fluide dans la conduite, par exemple), p_2 étant la pression atmosphérique (donc connue), alors on a :

$$T = \frac{p_1 . R_1 - p_2 . \;(e + R_1)}{e}$$

$$e \;.\; T = p_1 . R_1 - p_2 . \;(e + R_1)$$

$$e \;.\; (T + p_2) = R_1 . \;(p_1 - p_2)$$

soit :

$$e = \frac{R_1 . \;(p_1 - p_2)}{(T + p_2)}$$

Si on applique un coefficient K, qui traduit une marge de sécurité (généralement $1{,}5 < K < 3$), alors on a :

$$e \geq K \;.\; \frac{R_1 . \;(p_1 - p_2)}{(T + p_2)}$$