

Bulletin de l'Union des Physiciens

Association de professeurs de Physique et de Chimie

inégalités

Les relations ~~d'incertitude~~ de Heisenberg*

« ... il nous faut être très prudents quant à la phraséologie d'une déclaration quelconque concernant le comportement des particules atomiques. »

W. HEISENBERG.

I. PROBLEMATIQUE.

La théorie quantique aujourd'hui sous-tend une partie importante de la physique « moderne » — je veux dire : celle qui se fait dans les laboratoires de recherche. A ce titre, elle a conquis une place toujours plus importante dans l'enseignement, descendant en une dizaine d'années des programmes de troisième cycle des universités à ceux du premier cycle. Ceci ne va pas sans poser de nombreux problèmes, dont le plus important ne sera pas discuté ici, un tel article dans un tel cadre ne pouvant en rien contribuer à sa solution (**).

Cet enseignement de plus en plus précoce de la théorie quantique et les exigences pédagogiques *donc* épistémologiques qui en découlent, mettent en évidence un phénomène paradoxal. Plusieurs dizaines d'années après sa constitution, la théorie quantique n'est pas traitée avec tout le sérieux que devraient lui valoir son âge canonique, sa réputation bien établie et son

(*) Nous remercions la Société française de physique de nous avoir permis la publication de cet article paru en encart pédagogique dans le Bulletin n° 14 (avril-mai 1973) de la S.F.P.

(**) Je l'énoncerai tout de même : à quoi, à qui, sert l'enseignement de la physique quantique en premier cycle, quand la majorité de ses étudiants va quitter l'Université avec un D.U.E.S. pour devenir (par exemple) vendeurs de voitures automobiles ? La question dépasse évidemment la physique quantique et vise le curieux processus de récurrence par lequel ont été jusqu'ici déterminés les programmes universitaires d'enseignement scientifique, les domaines les plus élaborés de la recherche, réservés à une infime minorité, imposant leurs exigences de proche en proche à tous les échelons antérieurs.

efficacité incontestée. Présente quotidiennement dans le travail de milliers de chercheurs, sa mise en œuvre généralisée a permis l'émergence d'un « sens physique » nouveau, d'une intuition théorique spécifique, d'une démarche heuristique propre [1]. D'autre part, un long re-travail de sa structure formelle a permis d'en mieux dégager l'architecture, explicitant ses concepts-clés et leurs relations, dépassant la nécessaire confusion des phases de sa conception et de sa croissance. Néanmoins, ni cet enracinement pratique, ni ces réformes théoriques ne figurent en général dans les discours pédagogique, épistémologique ou même idéologique (à supposer qu'on puisse les séparer). Ce retard à la « refonte » de la théorie quantique, cette incapacité à tirer le bilan de cinquante années de *classicisme* d'une théorie qu'on persiste à appeler « moderne » (comme les mathématiques, peut-être ?) sont surprenants et inquiétants. Il s'agit d'ailleurs d'un phénomène relativement nouveau dans l'histoire de la physique, ou plus précisément dans l'histoire de l'articulation de ses pratiques de recherche d'une part et pédagogique de l'autre. Il a fallu beaucoup moins de temps en effet pour que l'électromagnétisme classique, par exemple, atteigne une maturité explicite : après les articles originaux de MAXWELL, encombrés d'un fatras de petits tourbillons hexagonaux (sic !) dans l'éther, témoignant d'une conception mécaniste dont ils démontraient au moment même l'inanité, très vite se sont dégagées les formulations modernes de l'électromagnétisme.

L'exposé courant de la théorie quantique est par contre rempli de mots, d'énoncés et de pseudo-concepts dépassés par son mouvement même : ainsi — je cite en vrac — les « relations d'incertitude », les « sauts quantiques », la « dépendance par rapport à l'observateur », les « observables », la « dualité onde-corpuscule », la « complémentarité », la « perturbation du système par la mesure », la « réduction du paquet d'ondes », la « nature classique des appareils de mesure », etc. Tous ces termes désignent ou décrivent beaucoup moins la structure réelle (*c'est-à-dire* : actuelle) de la théorie quantique, qu'un certain échafaudage épistémologique qui, si utile ou inévitable ait-il été autrefois, ne fait aujourd'hui que cacher (au mieux) ou freiner (peut-être) la construction qui se poursuit [2]. La nécessaire refonte, aujourd'hui arrivée à maturité, ne saurait attendre indéfiniment sans que des signes de sclérose ou de pourrissement apparaissent dans certains secteurs de la physique (*).

(*) A vrai dire, ces signes, déjà visibles, ne sauraient, il s'en faut de beaucoup, se voir attribuer des causes uniquement épistémologiques. Il faudra, bien entendu, comprendre l'articulation simultanée des critiques épistémologiques, idéologiques, politiques, etc., adressées à tout ou partie de la science contemporaine [3].

A titre d'exemple élémentaire, je voudrais ici envisager de ce point de vue les si fameuses « relations d'incertitude » de HEISENBERG, qui ne sont évidemment pas des relations (au sens mathématique), et dont je voudrais montrer qu'elles ne portent pas sur des « incertitudes » (*). Je les appellerai donc désormais « inégalités de HEISENBERG ». La raison du choix de ce point d'attaque précis est double (quoique simple) : raison, d'une part, pédagogique, les inégalités de HEISENBERG étant l'une des conséquences les plus immédiates et les plus frappantes de la théorie quantique, et trouvant à ce titre place dans tout enseignement élémentaire ; raison, d'autre part, épistémologique et même philosophique, les inégalités de HEISENBERG ayant servi de prétexte ou de caution à un flot de commentaires et d'exégèses sur la philosophie de la physique quantique (**), ou des sciences en général, discours emprunté aux philosophes par les physiciens, repris aux physiciens par les philosophes, et disséminé à tous les vents dans l'enseignement secondaire aussi bien que dans la théologie moderne, les « théories » artistiques et jusque dans les discours politiques.

II. CRITIQUE.

A. Heuristique.

La relation de PLANCK-EINSTEIN

$$E = \hbar \omega \quad (1)$$

relie, et identifie, pour un objet quelconque, un concept d'origine ondulatoire, la pulsation ω (***), et un concept d'origine corpusculaire, l'énergie E (****). Mais la définition même de la pulsation implique qu'un phénomène caractérisé par *une* valeur

(*) Il s'agit encore moins d'un « principe », puisqu'il n'y a là qu'une conséquence particulière des (véritables) principes fondamentaux de la théorie quantique.

(**) Il convient ici pour être honnête de dire que les commentaires des fondateurs de la théorie quantique, tels que HEISENBERG ou BOHR, sont en général beaucoup plus prudents, ou ambigus (même si leur terminologie, elle, s'expose d'emblée à la critique), que ceux de leurs épigones ou de leurs successeurs.

(***) Il devrait être clair aujourd'hui que la « bonne » constante de PLANCK est $\hbar = h/2\pi$ (à associer aux pulsations) et non h (à associer aux fréquences). Le facteur 2π ne doit jouer qu'à l'interface théorie/expérience : l'expérimentateur mesure des périodes ou des fréquences, le théoricien préfère écrire $\sin(\omega t)$ plutôt que $\sin(2\pi \nu t)$.

(****) Bien entendu, un champ, un phénomène ondulatoire transportent aussi de l'énergie. Mais il s'agit ici de l'énergie d'entités discrètes, dénombrables.

unique et bien déterminée de ω est nécessairement stationnaire dans le temps, reproduisant indéfiniment une oscillation harmonique régulière $\exp(i\omega t)$. Réciproquement, un phénomène de durée limitée, ou possédant un temps d'évolution caractéristique Δt , ne saurait être caractérisé par une pulsation unique ω . Il exige en fait toute une « bande de pulsation » $\Delta\omega$, de façon à ce que la superposition des différentes composantes harmoniques définies par cette bande, par interférences constructives ou destructives puisse conduire à une modification globale de l'amplitude du phénomène dans le temps Δt . Chacune de ces composantes voit dans le temps Δt , sa phase se modifier de $\omega\Delta t$. L'ensemble de ces variations de phases couvre donc un intervalle $\Delta\omega \cdot \Delta t$. Il ne pourra y avoir interférences assurées que si cette dispersion en phase est de l'ordre de l'unité au moins :

$$\Delta\omega \cdot \Delta t \gtrsim 1. \quad (2)$$

Ce raisonnement ondulatoire est purement classique, et peut-être formalisé grâce à l'analyse de FOURIER. Combiné avec (1), il implique l'impossibilité d'attribuer une énergie bien définie à un phénomène de temps caractéristique Δt et entraîne l'inégalité de HEISENBERG temporelle :

$$\Delta E \cdot \Delta t \gtrsim \hbar. \quad (3)$$

De même la relation de DE BROGLIE,

$$p = \hbar k, \quad (4)$$

conjointement avec le résultat classique reliant la largeur de bande de nombre d'ondes (*) Δk à l'extension spatiale Δx d'un paquet d'ondes :

$$\Delta k \cdot \Delta x \gtrsim 1 \quad (5)$$

entraîne-t-elle l'inégalité de HEISENBERG spatiale

$$\Delta p \cdot \Delta x \gtrsim \hbar. \quad (6)$$

Obtenues de façon heuristique, les inégalités (3) et (6) ne sont évidemment qu'approximatives, et n'ont de sens qu'à un facteur numérique près, qu'une définition rigoureuse des Δ et une démonstration théorique pourront seules fixer (voir C., ci-après).

(*) Il y a ici un petit problème terminologique : le « nombre d'ondes » au sens strict est $1/\lambda = k/2\pi$, et k est plutôt le « module du vecteur d'ondes ». C'est bien lourd ! Ne pourrait-on parler de « pulsation spatiale » ? Ou encore, on pourrait appeler k l'« ondulation » du phénomène — par exemple.

B. Sémantique.

J'ai reproduit le raisonnement habituel qui précède en m'astreignant seulement à une certaine prudence de vocabulaire. C'est qu'en effet tout le problème se situe dans le glissement que subit usuellement la terminologie, quand on passe de l'inégalité (2) à l'inégalité (3). La première, parfaitement classique, ne pose pas de problème : tout le monde sera d'accord pour appeler $\Delta\omega$ « largeur de bande », « dispersion en pulsation », « extension spectrale », etc. et Δt « temps caractéristique » ou « extension temporelle », etc. Pourquoi faut-il alors qu'en passant de (2) à (3), le *même* Δt se voit baptisé « incertitude sur le temps » et ΔE , qui ne diffère après tout de $\Delta\omega$ que par un simple facteur de conversion d'unités « incertitude sur l'énergie » ? Les mêmes remarques s'appliquent évidemment à (5) et (6) : si Δk est une « largeur de bande (spatiale) », pourquoi Δp serait-il une « incertitude sur la quantité de mouvement » ? Et Δx est-il une « extension spatiale », une « longueur du paquet d'ondes » — ou une « incertitude sur la position » ?

En vérité, la terminologie (« incertitudes ») et la problématique qu'elle sous-entend (« limite à la précision de la connaissance », « perturbation incontrôlable du système par la mesure », etc.), résultent d'un *refus de prendre la théorie quantique au sérieux*. Ce que nous disent (3) et (6) en effet est très simple : il n'est plus possible de penser les concepts de temps et d'énergie, de position et de quantité de mouvement en termes classiques. Mais au lieu d'accepter cette évidence et de la dépasser en tentant de penser ces concepts en termes quantiques propres, on a préféré jusqu'ici se cramponner aux concepts classiques quitte à les entourer du vague halo d'« incertitudes » nécessaire à ce que leur netteté n'entre pas trop en conflit avec les faits. C'est parce que l'on persiste à vouloir penser les concepts de position, de quantité de mouvement, etc. classiquement, c'est-à-dire comme des fonctions à valeur numérique univoquement définie par l'état du système, que l'on est obligé de parler d'« incertitudes » quand il n'est pas possible de déterminer cette valeur présumée.

Revenons d'ailleurs aux relations (3) et (6). Leur seule existence implique déjà l'inadéquation *au sens classique* des concepts, ondulatoires et corpusculaires, qu'elles relient. Elles ne peuvent être formulées en termes d'« énergie » et de « pulsation », de « quantité de mouvement » et de « vecteur d'onde », que par abus de langage : nous importons dans la théorie quantique, encore mal connue à ce stade pédagogique, un vocabulaire né en théorie classique et qui charrie donc avec lui le poids d'images, de métaphores, d'expériences mentales, dont rien ne nous garantit qu'elles restent valides ici. Cet abus n'est donc

permissible que s'il est reconnu pour tel. L'ignorer revient à ne pas reconnaître l'originalité, la nouveauté, des concepts quantiques par rapport à leurs analogues classiques. Ainsi, l'identification (aux unités près) de l'énergie et de la pulsation par (1), oblige à les penser comme caractérisant un objet lui-même de type nouveau, *ni* onde, *ni* corpuscule au sens classique. Il *n'est* pas non plus tantôt l'un, tantôt l'autre, comme le veut la fameuse « dualité onde-corpuscule » (*). Il peut certes apparaître sous l'une ou l'autre forme, mais il ne s'agit là que de deux approximations très limitées, qui exigent des conditions de validité particulières et n'épuisent pas, et de loin, le champ des apparences possibles. Reconnaissons donc la spécificité des objets quantiques et, pour y insister, appelons-les ici « particules ».

C'est faute de reconnaître cette spécificité, que les fondateurs de la théorie quantique introduisirent la notion d'« incertitudes ». Formés en effet au moule de la théorie classique, contraints d'utiliser, fût-ce inconsciemment, ses concepts, ou plus simplement ses images, pour fonder une autre théorie, leur démarche est compréhensible. Ainsi dans ses expériences imaginaires, HEISENBERG, par exemple lorsqu'il considère son « microscope » pour mesurer position et vitesse d'un électron [4], fait-il interagir un électron avec un photon conçu en termes ondulatoires (pouvoir séparateur du microscope), qui quelques lignes plus loin est brusquement décrit en termes corpusculaires (pour donner lieu à effet Compton et entraîner le recul de l'électron). L'incompatibilité entre les deux images est interprétée comme une « perturbation » de l'électron, qui empêche de mesurer sa position avec toute la précision qu'aurait permise le photon-ondulatoire et sa vitesse avec toute celle qu'aurait permise le photon-corpusculaire. N'est-il pas plus simple d'affirmer que ni le photon, ni l'électron *n'ont* de positions et de vitesses définies par une valeur numérique, et d'interpréter l'inégalité de HEISENBERG comme indiquant en fait l'unicité du concept de particule et la cohérence d'une théorie où cette inégalité caractérise toutes les particules, puisqu'elle reste valide au travers de leurs interactions. Encore une fois, la naissance difficile de la théorie quantique peut expliquer l'apparition de ces « incertitudes » qui, plutôt que propriétés des particules, étaient celles des physiciens. Les idées avancées ici sont d'ailleurs analogues à celles de V.-A. Fock qui a écrit à propos des

(*) De même, on peut décrire un cylindre à l'aide d'une « dualité cercle-rectangle » (suivant qu'il est vu dans son axe ou perpendiculairement), ou parler de M. GELL-MANN en termes d'une « dualité scientifique-militaire » (suivant qu'il donne, ou plutôt vend, un séminaire au Collège de France ou des conseils au Pentagone).

« relations d'incertitude » : « Un tel mode d'expression répond à ce point de vue abandonné depuis longtemps dans lequel x et p ont « en réalité » des valeurs déterminées mais non observables simultanément ; de ce point de vue les relations de HEISENBERG ont été interprétées comme des relations d'incertitude (...). Ces expressions doivent être abandonnées comme incorrectes ; elles n'ont servi qu'à cacher l'incohérence logique résultant de l'emploi des notions de la mécanique classique en dehors de leur domaine d'application » [5].

C. Théorique.

La démonstration stricte des inégalités de HEISENBERG, s'appuie sur la relation de commutation canonique entre les opérateurs position Q et quantité de mouvement P ,

$$[Q, P] = i\hbar I. \quad (7)$$

Soit un vecteur d'état quelconque ψ de l'espace de Hilbert des états du système, par rapport auquel on définit la valeur moyenne d'un opérateur A représentant une propriété physique quelconque :

$$\langle A \rangle = {}^{af}(\psi, A \psi). \quad (8)$$

Alors, la positivité du carré de la norme du vecteur $(Q + i\lambda P)\psi$, pour un nombre réel λ quelconque, s'écrit :

$$\begin{aligned} 0 &\leq \| (Q + i\lambda P) \psi \|^2 \\ &= ((Q + i\lambda P) \psi, (Q + i\lambda P) \psi) \\ &= (\psi, (Q - i\lambda P) (Q + i\lambda P) \psi) \\ &= (\psi, (Q^2 + i\lambda [Q, P] + \lambda^2 P^2) \psi) \\ &= \langle Q^2 \rangle - \lambda \hbar + \lambda^2 \langle P^2 \rangle, \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

On en déduit immédiatement (négativité du discriminant du trinôme en λ) :

$$\langle P^2 \rangle \cdot \langle Q^2 \rangle \geq \hbar^2/4. \quad (9)$$

Comme la relation de commutation (7) s'applique aussi aux opérateurs « centrés » :

$$Q_0 = Q - \langle Q \rangle I, \quad P_0 = P - \langle P \rangle I \quad (10)$$

l'inégalité (9) s'applique aux quantités

$$\left\{ \begin{aligned} (\Delta Q)^2 &\stackrel{af}{=} \langle Q_0^2 \rangle = \langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2 \\ (\Delta P)^2 &\stackrel{af}{=} \langle P_0^2 \rangle = \langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

et l'on a donc :

$$\Delta P \cdot \Delta Q \geq \hbar/2 \quad (12)$$

Je n'ai rappelé cette démonstration bien connue — là encore sans me compromettre au niveau du vocabulaire — que pour pouvoir la commenter maintenant. Rien en effet n'y permet de baptiser ΔP ou ΔQ « incertitudes ». Manifestement, il s'agit simplement des *dispersions* (quadratiques) des valeurs numériques des quantités physiques P et Q dans l'état considéré du système. Il y a dispersion parce que P et Q , comme toute propriété physique en théorie quantique, ne sont pas des nombres, mais des opérateurs et ne peuvent se voir attribuer *une* valeur numérique définie en général. Un système physique en général a *de fait* plusieurs valeurs de sa position, de sa quantité de mouvement, etc. On voit bien la nécessité de ne pas confondre, malgré le choix d'une même dénomination, les concepts classique et quantique de position, quantité de mouvement, etc. La distinction faite et l'idée acceptée qu'un système physique a plusieurs valeurs numériques de ses propriétés physiques, un spectre de valeurs (encore une fois, on accepte bien l'idée qu'une onde classique possède un spectre de fréquences...), il est clair que les inégalités de HEISENBERG portent sur les largeurs des spectres de position et de quantité de mouvement, les extensions de ces propriétés pour un état donné.

On peut remarquer ici que si une propriété physique est caractérisée en général par un spectre de valeurs numériques, l'émergence de l'une de ces valeurs au cours d'un processus de mesure réel, si elle est la condition formelle pour que l'on puisse parler de mesure, est aussi un processus physique complexe. La « théorie de la mesure » quantique s'est trop longtemps limitée à une simple recette, caractérisée par la soi-disant « réduction du paquet d'ondes ». Ce n'est que tout récemment qu'une véritable théorie de la mesure a commencé à s'élaborer, décrivant en détail l'interaction du système observé avec un appareil de mesure bien spécifié, au moyen de la théorie quantique, et *expliquant* sur ces bases la fameuse règle de réduction (apparente) du paquet d'ondes. L'importance de ces considérations tient au fait qu'elles reposent en termes nouveaux le vieux débat autour de l'« indéterminisme » de la théorie quantique. On notera ici que ce débat a été intimement lié, sur le plan épistémologique, à celui qu'ont suscitées les « relations d'incertitude ». Mais il s'agit en fait, sur le plan théorique, de deux questions entièrement distinctes. Je n'aborderai pas ici la première, sauf pour mettre en garde contre la confusion entre ces deux questions et son lien avec le mauvais choix termino-

logique déjà dénoncé : indéterminisme/incertitude, comment voulez-vous qu'un philosophe s'y retrouve ? (*)

Il convient maintenant d'attirer l'attention sur une importante distinction apparente entre les inégalités de HEISENBERG spatiale et temporelle. Bien que leur établissement heuristique soit le même, leurs démonstrations formelles et leurs significations diffèrent, tout au moins sous leurs expressions usuelles. Il n'existe en effet pas d'opérateur de « localisation dans le temps » en théorie quantique. Ce n'est pas le lieu ici d'expliquer pourquoi la question en est d'habitude mal posée, par suite d'une confusion entre les paramètres d'un groupe de transformation (déplacements dans le temps ou l'espace, nombres réels, reliant différents référentiels) et les propriétés physiques de localisation (opérateurs conjugués aux générateurs infinitésimaux du groupe). Toujours est-il qu'il n'existe pas de relation de commutation canonique temporelle, analogue à (7). Cependant, l'opérateur énergie E d'un système physique, son hamiltonien, est le générateur de son évolution dans le temps et le taux de variation temporelle $\dot{A}$ (qu'on pourrait — encore un abus — noter

symboliquement $\frac{dA}{dt}$) d'une propriété physique A (non explicitement dépendante du temps) est défini par :

$$\hbar \dot{A} = i [E, A]. \quad (13)$$

La même manipulation formelle que précédemment conduit alors à l'inégalité :

$$\Delta E \cdot \Delta A \geq \frac{\hbar}{2} |\langle \dot{A} \rangle|. \quad (14)$$

La quantité

$$\Delta T_A \stackrel{df}{=} \frac{\Delta A}{|\langle \dot{A} \rangle|} \quad (15)$$

est un temps, le temps nécessaire à la propriété A , variant à la vitesse moyenne $\langle \dot{A} \rangle$ pour se modifier d'une quantité égale à sa dispersion dans l'état considéré. C'est donc un temps d'évolution caractéristique de la propriété A . En l'utilisant, on ob-

(*) La confusion a encore été accrue par la terminologie initiale de « relations d'indétermination », par exemple dans la version française du livre de HEISENBERG [2]. De l'indéterminisme aux indéterminations, la distinction devient malaisée... Et pourtant, paradoxalement, « indéterminations » est sans doute un meilleur mot que « incertitudes » en ce qu'il renvoie à l'absence de détermination numérique unique d'une propriété physique. Mais il est quand même trop dangereux !

tient une forme rigoureuse de l'inégalité de HEISENBERG temporelle :

$$\Delta E \cdot \Delta T_A \geq \frac{\hbar}{2} \quad (16)$$

dont il est important de se rappeler la signification précise. Heureusement, la distinction entre le cas spatial et le cas temporel n'est pas si grande qu'il peut y paraître. Si l'on se rappelle le rôle de P comme générateur des translations spatiales (*), on peut définir pour toute propriété physique A , un taux de variation spatiale A' (qu'on peut, si l'on veut, noter, $\frac{dA}{dx}$), par :

$$\hbar A' = i[P, A]. \quad (17)$$

On est alors conduit à l'inégalité :

$$\Delta P \cdot \Delta A \geq \frac{\hbar}{2} |\langle A' \rangle|. \quad (18)$$

La quantité

$$\Delta X_A = \frac{\Delta A}{|\langle A' \rangle|} \quad (19)$$

est bien une dimension spatiale caractéristique de la propriété A dans l'état considéré. En l'utilisant, on obtient l'inégalité générale :

$$\Delta P \cdot \Delta X_A \geq \frac{\hbar}{2} \quad (20)$$

La relation usuelle en est un cas particulier, dû à l'existence de l'opérateur position. Posant $A = Q$ en effet, (19) se réduit à $\Delta X_Q = \Delta Q$ et (20) devient (12).

III. PRATIQUE.

A. Dialectique.

Les inégalités de HEISENBERG apparaissent donc comme une conséquence typique de la théorie quantique, mettant particulièrement en lumière la faillite des concepts classiques utilisés pour décrire les propriétés des systèmes physiques et soulignant la nécessité de modifier cette conceptualisation. En ce sens, elles ont un rôle d'avertissement et de mise en garde, signal d'alarme au passage de la frontière entre le domaine

(*) On se limite ici à une dimension spatiale. La généralisation est immédiate.

classique et le domaine quantique. « Les relations d'incertitude énoncent les limites au-delà desquelles les concepts de la physique classique ne peuvent plus être utilisés » [6]. Mais à cette signification négative fait pendant un rôle positif, qui leur confère l'essentiel de leur importance. Dans la mesure même où elles délimitent la validité des concepts classiques, les inégalités de HEISENBERG permettent de savoir « jusqu'où aller trop loin » en les utilisant. Elles autorisent donc à utiliser nombre de résultats classiques, en les contraignant de façon à les plier approximativement aux exigences d'une théorie quantique cohérente. Signalant la frontière classique/quantique, elles permettent de s'aventurer à une certaine profondeur, en toute connaissance de cause, dans le domaine quantique, muni du seul bagage classique. Les inégalités de HEISENBERG fondent ainsi une heuristique quantique extrêmement féconde, mais qu'il n'est possible de faire jouer sans mauvaise conscience que débarrassée de sa terminologie parasite. On verra que les quelques exemples suivants ne peuvent pas être formulés de façon satisfaisante en termes d'« incertitudes ». Le développement de cette heuristique a d'ailleurs un double intérêt : pédagogique d'abord, en produisant simplement des résultats validés ultérieurement par une formalisation cohérente mais complexe, et en développant ainsi tout un « sens physique » quantique ; épistémologique ensuite, en démontrant concrètement l'inanité d'appréciations souvent portées sur les inégalités de HEISENBERG, censées traduire une « limitation ultime de nos possibilités de connaissance », une « impossibilité d'accéder à une précision arbitrairement grande », etc. Autrement dit, *les inégalités de HEISENBERG, parce qu'elles délimitent la validité d'un certain mode de connaissance, sont un moyen d'accès à un autre mode, plus profond*. C'est ce dont les exemples qui suivent, et qu'on aurait pu multiplier sans peine, voudraient persuader.

B. Energétique.

1. *Durées de vie et largeurs d'énergie* : d'après l'inégalité temporelle (2) (ou mieux (16)), un système dans un état d'énergie numériquement bien définie ($\Delta E = 0$) a un temps d'évolution caractéristique infini pour toutes ses propriétés physiques : c'est un état stationnaire — ce qui correspond bien à la définition formelle qu'on en donne ultérieurement, comme état propre de l'opérateur énergie. Réciproquement, un état non-stationnaire ne peut avoir une énergie bien définie, mais occupe une bande d'énergie dont la largeur minimale Γ est donc liée au temps d'évolution τ par :

$$\Gamma \cdot \tau \simeq \hbar \quad (21)$$

Cette relation s'applique en particulier aux états instables, dont τ est alors la « période » de désintégration. Cette application triviale se trouve partout ; elle n'est mentionnée ici que pour faire remarquer l'inconséquence entre l'appellation d'« incertitude » utilisée dans l'abstrait pour la relation (2) (et les gloses qui l'entourent), et la reconnaissance implicite mais générale que dans le cas concret d'une particule instable, Γ est bien une « largeur d'énergie », et non une « incertitude », ce qui est évident à la vue des courbes d'origine expérimentale : la formule de BREIT-WIGNER est bien interprétée comme donnant le spectre d'énergie de la particule étudiée, comme une propriété physique, et non comme une évaluation subjective, entachée d'« incertitudes ».

2. *Petites distances et grandes énergies* : une application extrêmement directe et similaire de l'inégalité spatiale (6) explique (physiquement, sinon socialement) la course aux hautes énergies. Pour explorer des domaines spatiaux de dimensions inférieures à l , il faut évidemment disposer de particules localisées dans un domaine de dimensions $\Delta x < l$. Le spectre de quantité de mouvement de ces particules doit alors s'étendre sur une zone de largeur égale à $\Delta p \approx \hbar/l$; ce spectre doit donc comprendre des composantes de quantité de mouvement au moins $\hbar/l$, d'autant plus grandes que le domaine étudié est plus petit, d'où la nécessité d'accélérer les particules à des énergies correspondant à ces quantités de mouvement. Remarquons d'ailleurs que si la mécanique quantique coûte cher en obligeant à cette escalade énergétique, la relativité en diminue le prix puisqu'elle ne fait asymptotiquement croître l'énergie que linéairement avec la quantité de mouvement

$$(E = (m^2 c^4 + p^2 c^2)^{1/2} \simeq pc, p \rightarrow \infty)$$

au lieu de quadratiquement ($E = p^2/2m$) en théorie galiléenne.

C. Atomique.

1. *Stabilité de l'atome d'hydrogène* : la stabilité des atomes est incompréhensible pour la mécanique classique : on démontre aisément que l'énergie d'un système de particules chargées en interaction purement coulombienne n'est pas bornée inférieurement. En effet, dans un état lié, l'énergie cinétique ne compense en moyenne que la moitié de l'énergie potentielle négative (théorème du viriel) et celle-ci peut être rendue arbitrairement grande en valeur absolue en réduisant indéfiniment l'échelle des distances. Considérons le cas le plus simple, celui de l'atome d'hydrogène, et supposons de plus le proton infiniment lourd.

Classiquement, l'énergie de l'électron s'écrit :

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{r} \quad (22)$$

avec des notations évidentes (sauf peut-être la définition $e^2 \stackrel{af}{=} q^2/4\pi\epsilon_0$ qui permet d'utiliser le système M.K.S.A. sans ses inconvénients formels !) Admettons qu'une expression analogue soit valable quantiquement ; elle devrait alors être simulée par la formule classique (22) sous la contrainte de l'inégalité de HEISENBERG (6). Appelons ainsi $\bar{r}$ la dimension approximative de la zone occupée par le mouvement de l'électron et $\bar{p}$ l'ordre de grandeur de sa quantité de mouvement. Dans la mesure où il s'agit d'un mouvement borné dans l'espace et en quantité de mouvement (par analogie avec le cas classique), on voit que $\bar{r}$ et $\bar{p}$ caractérisent aussi bien les largeurs Δr et Δp des spectres de position et de quantité de mouvement. On peut estimer l'énergie suivant :

$$\bar{E} \simeq \frac{\bar{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{\bar{r}} \quad (23)$$

sous la condition

$$\bar{p} \cdot \bar{r} \gtrsim \hbar. \quad (24)$$

On a donc

$$\bar{E} \gtrsim \frac{\bar{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{\hbar} \bar{p}. \quad (25)$$

Cette expression admet un minimum :

$$E_0 \simeq - \frac{me^4}{2\hbar^2} \quad (26)$$

pour des paramètres

$$p_0 \simeq \frac{me^2}{\hbar}, \quad r_0 \simeq \frac{\hbar^2}{me^2}. \quad (27)$$

Bien entendu, on obtiendrait les expressions (26) pour l'énergie de l'état fondamental, et (27) pour le « rayon de BOHR » de l'hydrogène sur la base d'un simple argument dimensionnel (la coïncidence de (26) et (27) avec les valeurs théoriques exactes est accidentelle, et ne devait être attendue qu'à une constante numérique près !) Mais l'on obtient ici quelque aperçu sur le détail du mécanisme qui assure la stabilité du système : en physique quantique, l'énergie cinétique d'un système croît avec

sa concentration spatiale, ce qui joue dans le cas présent contre la baisse d'énergie potentielle. On observera au passage que dans l'état fondamental défini par (27), le théorème du viriel reste vrai, à notre niveau heuristique, ce qui laisse espérer qu'il garde un sens dans une théorie quantique cohérente. Il est clair que ce raisonnement, qu'on peut trouver dans certains livres, n'a guère de sens si l'inégalité de HEISENBERG est censée s'y appliquer à des « incertitudes », et non à des extensions, des paramètres caractéristiques, en position et quantité de mouvement.

2. *Les inégalités de HEISENBERG et le principe de PAULI* : le principe d'exclusion est couramment interprété heuristiquement comme interdisant la présence de plus d'un fermion dans une cellule de l'espace des phases de volume de l'ordre de $\hbar^3$. Un système de N fermions y occupera donc un volume au moins égal à $N\hbar^3$. Si Δr et Δp sont les ordres de grandeur moyens des extensions spatiales et en quantité de mouvement du système, ce volume peut être estimé à $(\Delta p)^3 \cdot (\Delta r)^3$.

On aurait donc

$$\begin{aligned} (\Delta p)^3 (\Delta r)^3 &\approx N \hbar^3, \text{ soit :} \\ \Delta p \cdot \Delta r &\approx N^{1/3} \hbar. \end{aligned} \quad (28)$$

Une analyse rigoureuse permet de démontrer effectivement une telle inégalité pour un système de N fermions [7], ratifiant ainsi l'interprétation usuelle déjà rappelée du principe d'exclusion à partir de sa formulation exacte (antisymétrie du vecteur d'état du système). On peut utiliser cette inégalité pour estimer l'énergie de l'état fondamental d'un atome à Z électrons. Ecrite sous forme classique d'abord :

$$E = \sum_{i=1}^Z \frac{p_i^2}{2m} - \sum_{i=1}^Z \frac{Ze^2}{r_i} + \sum_{1 \leq i < j \leq Z} \sum \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}, \quad (29)$$

cette expression est comme plus haut évaluée à l'aide de la taille moyenne $\bar{r}$ du domaine occupé par le mouvement des Z électrons (indiscernables, ou plutôt, en termes moins subjectifs, équivalents donc ayant mêmes caractéristiques !) et de leur quantité de mouvement moyenne $\bar{p}$:

$$\bar{E} \simeq Z \frac{\bar{p}^2}{2m} - Z^2 \frac{e^2}{\bar{r}}. \quad (30)$$

L'énergie potentielle n'est évidemment évaluée qu'à un coefficient numérique près, l'attraction par le noyau.

$$Z \times Ze^2 < \frac{1}{r} > \simeq \frac{Z^2 e^2}{\bar{r}}$$

et la répulsion mutuelle des électrons

$$\frac{Z(Z-1)}{2} \times e^2 < \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} > \simeq \frac{Z^2 e^2}{\bar{r}}$$

étant du même ordre de grandeur. L'inégalité :

$$\bar{p} \cdot \bar{r} \gtrsim Z^{1/3} \hbar \quad (31)$$

contraint notre évaluation (30), et comme ci-dessus, assure l'existence d'un minimum aisé à calculer :

$$E_0(Z) \simeq - \frac{me^4}{2\hbar^2} Z^{7/3}, \quad (32)$$

pour des paramètres caractéristiques

$$p_0(Z) \simeq Z^{2/3} \frac{me^2}{\hbar}, \quad r_0(Z) \simeq Z^{-1/3} \frac{\hbar^2}{me^2}. \quad (33)$$

On observe en particulier la réduction de la taille moyenne des atomes quand leur numéro atomique augmente. Les dépendances en Z des expressions (32) et (33) sont d'ordinaire obtenues de façon bien plus complexe, par exemple à l'aide de l'approximation de THOMAS-FERMI [8] (*). La présente estimation peut être rendue rigoureuse. Des considérations similaires peuvent être faites avec fruit pour des systèmes en interaction gravitationnelle, conduisant en particulier très simplement à une évaluation de la « limite de CHANDRASEKAR » pour les étoiles naines blanches [9].

3. *Absence d'électrons dans les noyaux* : supposons, comme on le croyait avant la découverte du neutron, que les noyaux atomiques sont composés de protons et d'électrons. Dans un noyau de diamètre $\Delta r \simeq 10 \text{ F.} = 10^{-14} \text{ m}$ par exemple, un électron aura d'après l'inégalité de HEISENBERG, une extension en

quantité de mouvement $\Delta p \gtrsim \frac{\hbar}{\Delta r}$, donc une énergie cinétique

qui avoisinera des valeurs $T \simeq \frac{\hbar^2}{m(\Delta r)^2} \simeq 10^3 \text{ MeV}$. Or, *expérimentalement*, la physique nucléaire ne met en jeu que des

(*) On notera de plus que, contrairement à l'exemple précédent, l'analyse dimensionnelle serait impuissante ici quant à l'établissement des dépendances en Z .

énergies (d'excitation, de liaison), de l'ordre de la dizaine de MeV. Il semble donc impossible que les forces nucléaires soient assez puissantes pour obliger l'électron à rester confiné dans un volume aussi restreint que celui d'un noyau — sans compter comme on le sait maintenant, qu'elles ne s'exercent pas sur les électrons ! Autant que le paradoxe du spin de l'azote 14, ces considérations obligèrent à renoncer à la présence d'électrons dans les noyaux, exigeant l'idée du neutron pour expliquer leur structure, d'une part, et, d'autre part, la théorie de Fermi de la radioactivité (*création* d'électrons). Cet argument repose sur l'applicabilité des inégalités de HEISENBERG, donc de la théorie quantique, en physique nucléaire. Cette persistance de la validité d'une théorie, mise au point en physique atomique, à une échelle 10^5 fois plus petite, est suffisamment remarquable pour valoir la peine d'être ainsi mise en valeur à un stade très primitif de l'apprentissage de la théorie quantique. Il en va de même de l'argument suivant qui vise un mécanisme tout à fait fondamental de la théorie quantique la plus élaborée en physique des particules.

D. Quantodynamique.

La portée des forces et l'échange des particules : En physique classique, la transmission à distance des forces entre deux particules est médiée par la propagation d'un champ (ondes). La physique quantique, qui ne connaît plus que des êtres d'une seule espèce, les particules, transcrita ce schéma en l'idée que les forces qui s'exercent entre deux particules, A_1 et A_2 sont transmises par *l'échange* d'une particule de type B (voir fig. 1) :

$$A_1 \rightarrow A_1 + B, \quad A_2 + B \rightarrow A_2, \quad (34)$$

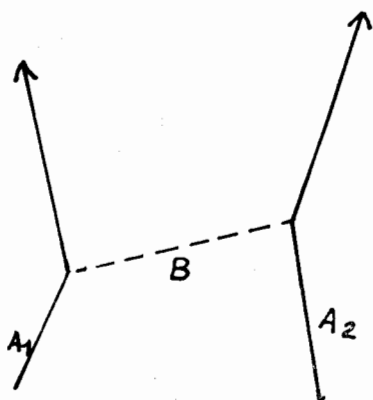


Fig. 1

mécanisme évidemment réciproque et itératif. Cependant, chacun des processus élémentaires (34) (« vertex » des diagrammes) est habituellement interdit par les lois de conservation simultanées de la quantité de mouvement et de l'énergie. La « création » de toute pièce d'une particule B de masse m semble exiger une « violation » de la loi de conservation de l'énergie par un écart environ $\Delta E \simeq mc^2$ — l'énergie de masse de la particule B. Mais cette « violation » n'aurait de sens que pour autant que l'énergie du système soit bien définie. Si l'état intermédiaire, entre la création de B par A_1 et sa réabsorption par A_2 , ne dure qu'un temps limité Δt , son énergie n'est pas définie à mieux que $\Delta E = \hbar/\Delta t$ près — ou encore, cet état occupe une bande d'énergie de largeur ΔE . Cette largeur est suffisante pour tolérer des écarts comparables à l'énergie de création d'une parti-

cule B si $\Delta E > mc^2$, soit $\frac{\hbar}{\Delta t} > mc^2$. Si le phénomène d'échange

dure donc un temps suffisamment court, $\Delta t < \frac{\hbar}{mc^2}$, la disper-

sion en énergie y est suffisamment grande pour que création et absorption de la particule intermédiaire y soient compatibles avec la conservation de l'énergie. Puisque la durée de cet échange est limitée, le parcours de la particule B, à une vitesse inférieure à c , le sera également par $\Delta r < c \Delta t$, soit :

$$\Delta r \lesssim a = \frac{\hbar}{mc}. \quad (35)$$

C'est donc la portée maximale des forces transmises par une particule de masse m , que nous avons obtenue. On observe que la *nature* des forces indiffère ici : il s'agit d'un mécanisme universel de la physique quantique. Le cas de l'électromagnétisme y est singulier : la masse présumée nulle du photon correspond à une portée infinie, ce qui est une façon de décrire la *très* lente décroissance de la force coulombienne avec la distance. A l'inverse, l'inégalité (35) peut être utilisée pour borner la masse du photon : toute vérification des lois de l'électromagnétisme sur des distances supérieures à Δr permet de

borner la masse du photon par $m \lesssim \frac{\hbar}{c \Delta r}$. Dans un autre

domaine, YUKAWA, de la portée observée des forces nucléaires, $\simeq 1 \text{ F m}$, déduisit en 1935 la masse des particules hypothétiques qui les médiaient, $m \simeq 200 \text{ MeV}$ d'après (35), et la découverte des mésons π sanctionna cette hypothèse. On sait aujourd'hui que *toutes* les particules à interactions fortes (hadrons) participent aux échanges qui médient ces interactions mutuelles.

Mais d'après (35), c'est la plus légère, ici le méson π , qui détermine la portée maximale des forces. Remarquons finalement que l'échange des particules intermédiaires est par nature inobservable directement : la détection d'une particule B, ou plus précisément la discrimination de sa présence effective, exigerait une définition en énergie $\Delta'E \ll mc^2$, donc un temps d'observation $\Delta't \gg \Delta t$, plus long que la durée du phénomène... Pour cette raison, les particules échangées sont souvent dites « virtuelles », par opposition aux particules, « réelles » qu'on détecte et mesure. Il n'est pas certain que cette terminologie reflète autre chose qu'à nouveau une certaine timidité conceptuelle devant les nouveautés de la physique quantique, aggravée sans doute par le dogme positiviste qui interdit en principe d'introduire toute notion « inobservable » et qu'on ne transgresse donc (car on y est obligé) qu'en s'entourant de multiples précautions verbales.

IV. APOLOGETIQUE.

Voilà beaucoup de mots à seule fin d'en modifier quelques-uns. Y a-t-il là plus que pédantisme et prétexte à polémique ? Bien entendu, les considérations avancées ici ne constituent pas des « résultats nouveaux », et à ce titre pourront être qualifiées par certains de trivialités philosophiques, au sens le plus péjoratif du terme. On remarquera cependant que ce n'est sans doute pas par hasard si des résultats, modestes certes, tels que l'inégalité de HEISENBERG pour un système de fermions (28), ou l'éclaircissement des relations entre l'inégalité temporelle et l'inégalité spatiale (voir (16) et (20)), ont dû attendre plusieurs décennies avant d'être formulés, et ne l'ont été que dans un contexte interprétatif bien précis (même s'il a pu être implicite), celui du présent essai.

Mais surtout, le refus de prendre en compte les problèmes soulevés ici, témoignerait d'une conception extrêmement étroite de l'activité scientifique, réduisant sa pratique à celle de la recherche, son histoire à sa chronologie et son développement à une croissance interne continue. Il est pourtant devenu clair maintenant que l'enseignement et la diffusion des connaissances scientifiques ne sauraient être tenues pour subalternes par rapport à la recherche dite « fondamentale ». Il est acquis également que l'évolution des sciences n'est pas linéaire et cumulative, mais procède (comme *toute* histoire), par ruptures et décrochements ; leur histoire ne peut donc être écrite que de façon rétroactive et récurrente, de l'intérieur du paradigme dominant [10]. Cette histoire nous enseigne en retour la nécessité de mener à leur terme les refontes épistémologiques que chaque rupture historique rend nécessaire [11]. Enfin, on sait aussi le

poids de l'environnement idéologique dans le développement scientifique, sans doute pas au niveau des « équations » comme on l'a parfois cru dogmatiquement mais à celui de la formation théorique, en particulier dans le choix de la terminologie.

C'est ici qu'on rejoint les inégalités de HEISENBERG. Je reviendrai ailleurs sur la terminologie originelle de la physique quantique, des « incertitudes » à l'« indéterminisme », et ses relations avec la philosophie implicite ou explicite des fondateurs, l'idéologie qui la sous-tendait et, plus profond encore, l'organisation de la production scientifique et la division du travail qui en étaient une source directe. Il faudra, parallèlement, étudier les effets en retour de cette formulation de la théorie sur la philosophie et au-delà.

J'ai seulement voulu montrer ici, sur un cas très particulier : d'une part, que la consolidation de la théorie quantique et l'élargissement de sa pratique, exigeaient que l'on reconsidère sa formulation, et, d'autre part, que l'utilisation philosophique et idéologique qui en a été faite est abusive et constitue une véritable exploitation, en ce sens qu'aucun argument interne à la théorie quantique ne permet de justifier et cautionner une telle utilisation. Les inégalités de HEISENBERG constituent à cet égard une pierre de touche unique : sur elles s'appuient presque toutes les gloses intéressées, se concentrent la majorité des tentatives de critique ou de réfutation [12] et se révèlent les faiblesses ou l'originalité de la plupart des exposés de la théorie quantique.

Jean-Marc LÉVY-LEBLOND,

*Laboratoire de Physique Théorique
Université Paris VII.*

REFERENCES

- [1] Voir G. BACHELARD, « L'engagement rationaliste » (P.U.F., 1973), en particulier p. 79.
- [2] Voir, de ce point de vue, M. BUNGE, « Foundations of Physics » (Springer-Verlag, 1967) et « Philosophy of Physics » (D. Reidel, 1972); aussi, J.-M. LÉVY-LEBLOND, « Quantique (Mécanique) » in *Encyclopaedia Universalis* (1971).

- [3] A. JAUBERT et J.-M. LÉVY-LEBLOND, « (Auto) critique de la science » (Le Seuil, 1973).
 - [4] W. HEISENBERG, « Les Principes Physiques de la Théorie des Quanta » (Gauthier-Villars, 1957).
 - [5] V.-A. FOCK, Czech. Journ. Phys. 5, 436 (1955), cité par O. COSTA DE BEAUREGARD, « La Théorie Physique et la Notion de Temps » (Thèse Paris, 1960).
 - [6] E. WICHMANN, « Quantum Physics », Berkeley Course in Physics, Vol. 4 (Mc Graw Hill, 1971). On ne saurait trop insister sur l'intérêt de ce livre qui, avec le tome 3 du « Cours de Physique de Feynman » (Addison-Wesley, 1970), est le seul à entamer, fût-ce implicitement, la refonte appelée ici. Sur le sujet du présent article, voir particulièrement les sections 1.22 à 1.26 et 6.9 à 6.13.
 - [7] J.-M. LÉVY-LEBLOND, Phys. Letters 26 A, 540 (1968).
 - [8] L. LANDAU et E. LIFSHITZ, « Mécanique Quantique » (Mir, Moscou 1966) § 70.
 - [9] J.-M. LÉVY-LEBLOND, J. Math. Phys. 10, 806 (1969); J. Phys. 30, C. 3-43 (1969); Phys. Rev. D 1, 1837 (1970).
 - [10] T. KUHN, « La Structure des Révolutions Scientifiques » (Flammarion, 1972).
 - [11] M. FICHANT et M. PÉCHEUX, « Sur l'Histoire des Sciences » (Maspero, 1969).
 - [12] Voir exemple encore récemment J. TERLETZKY et L. DE BROGLIE, C.R. Acad. Sci. 272, B. 1161 (1971). Comparer, dans la Réf. [5], p. 262, Problème 1.
-