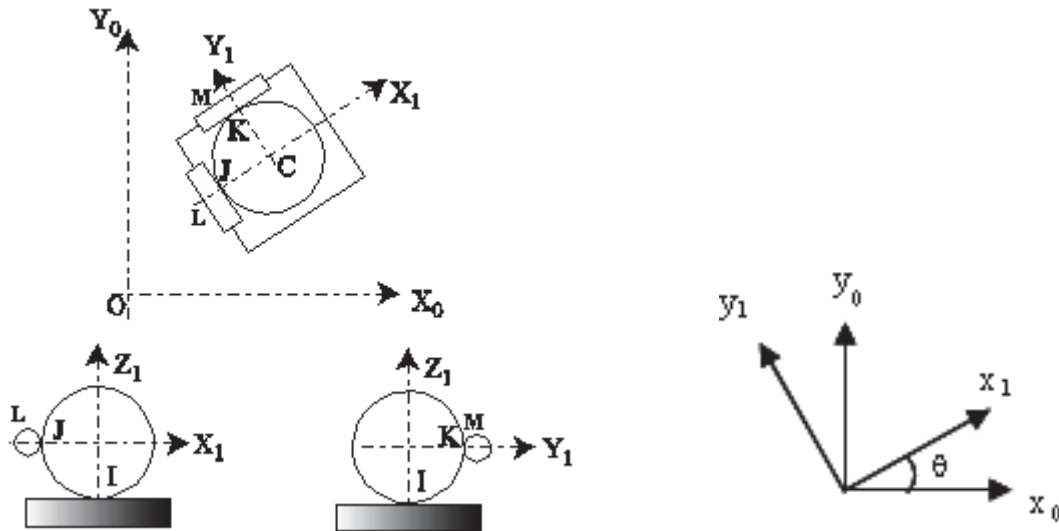


Souris mécanique d'ordinateur

On se propose d'étudier le fonctionnement d'une souris mécanique d'ordinateur. Soit $R_0 (O, X_0, Y_0, Z_0)$ le repère de référence définissant le plan de travail (O, X_0, Y_0) de la souris. Le système étudié comporte 4 solides :

- Le bâti ($S1$) de la souris
- La bille ($S2$) de centre C , de rayon R , qui roule sans glisser en I sur le plan de travail (O, X_0, Y_0)
- Deux galets ($S3$) et ($S4$), de centres L et M (respectivement), de rayon a qui tournent respectivement autour des axes Y_1 et X_1 liés au bâti ($S1$). Ils roulent sans glisser sur la bille ($S2$) aux points J et K



La position du solide ($S1$) est défini par :

$$\begin{aligned} \mathbf{OC} &= x(t) \mathbf{X}_0 + y(t) \mathbf{Y}_0 + R \mathbf{Z}_0 \\ \theta(t) &= (\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1) = (\mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_1) \end{aligned}$$

On définit la position des galets ($S3$) et ($S4$) par :

$$\begin{aligned} \mathbf{LC} &= (R+a) \mathbf{X}_1 & \mathbf{CM} &= (R+a) \mathbf{Y}_1 \\ \vec{\Omega}(S3/S1) &= \dot{\phi}_3 \vec{Y}_1 & \vec{\Omega}(S4/S1) &= \dot{\phi}_4 \vec{X}_1 \end{aligned}$$

Les trois points de contact I, J, K sont tels que :

$$\begin{aligned} \mathbf{CI} &= -R \mathbf{Z}_0 \\ \mathbf{LJ} &= a \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{KM} &= a \mathbf{Y}_1 \end{aligned}$$

Par commodité, on nommera les composantes du vecteur rotation instantanée de $S2 / S1$:

$$\vec{\Omega}(S2/S1) = \omega_x \vec{X}_0 + \omega_y \vec{Y}_0 + \omega_z \vec{Z}_0$$

1. Dédurre de la condition de roulement sans glissement en I l'expression des composantes ω_x et ω_y en fonction des données (en particulier des dérivées de x et y par rapport au temps).
2. Exprimer $\vec{V}(J \in S3/S1)$ et $\vec{V}(K \in S4/S1)$. Dédurre de la condition de roulement sans glissement en J les expressions de ω_z et $\dot{\phi}_3$ en fonction des données.

3. Exprimer $\vec{V}(K \in S4/S1)$ et $\vec{V}(K \in S2/S1)$. Déduire de la condition de roulement sans glissement en K l'expression de $\dot{\phi}_4$ en fonction des données.
4. Conclure en écrivant les différentes expressions des vecteurs rotations instantan es en fonction des d riv es de x et y par rapport au temps :

$$\vec{\Omega}(S2/R_0), \vec{\Omega}(S3/S1), \vec{\Omega}(S4/S1)$$