Les différents problèmes ci-dessous montrent comment s'applique cette équation.

Problèmes

1. Déterminer les dimensions nécessaires d'une poutre standard I de façon qu'elle supporte une charge répartie de 600 daN/m (voir fig. 91), sachant que la contrainte d'utilisation est $\sigma_W = 1\,200$ bars. On ne tiendra compte que des contraintes normales σ_x et l'on négligera le poids de la poutre.

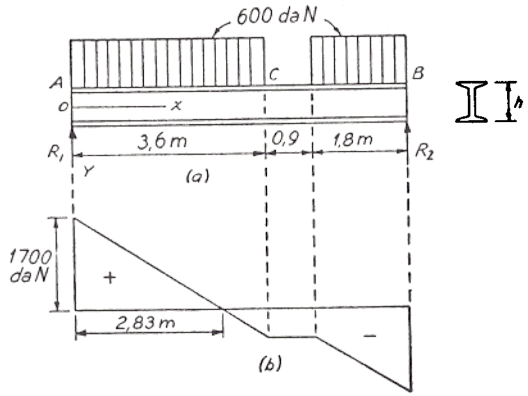

FIG. 91.

Solution. Pour obtenir la section du moment maximum on construit le diagramme de l'effort tranchant (fig. 91*b*). La réaction d'appui à gauche est

$$R_1 = \frac{600 \times 3{,}6 + 600 \times 1{,}8 \times 0{,}9}{6{,}3} = 1\,700 \text{ daN}.$$

L'effort tranchant, pour une section quelconque du tronçon AC de la poutre, est

$$V = R_1 - qx = 1\,700 - 600\,x.$$

Cet effort est nul pour $x = 1\,700/600 = 2{,}83$ m. Dans cette section le moment fléchissant maximum est

$$M_{\max} = 1\,700 \times 2{,}83 - 600 \times \tfrac{1}{2} \times 2{,}83^2 = 2\,400 \text{ m} \cdot \text{daN}.$$

Le module de section nécessaire (éq. 63) est alors

$$Z \geqslant \frac{240\,000}{1\,200} = 200 \text{ cm}^3$$

Cette condition est satisfaite pour une poutre IPN de 200 mm de hauteur, avec $Z = 214$ cm³ (voir Appendice).

2. Une digue en bois (fig. 92) est composée de poutres verticales, identiques à AB, de section rectangulaire et d'épaisseur $h = 0{,}30$ m. Ces poutres

sont en appui sur leurs extrémités et leur longueur est $l = 5{,}40$ m. Déterminer $(\sigma_x)_{\max}$; on néglige le poids des poutres.

Solution. Soit b la largeur d'une poutre, la pression hydrostatique totale sur la poutre, représentée par le prisme triangulaire ABC, est $W = \frac{1}{2}\,bl^2 \times 10$ kN, la réaction en A est $R_1 = \frac{1}{3}\,W = \frac{1}{6}\,bl^2 \times 10$ kN et l'effort tranchant sur une section quelconque mn est égal à la réaction R_1 moins le poids du prisme d'eau Amn, c'est-à-dire,

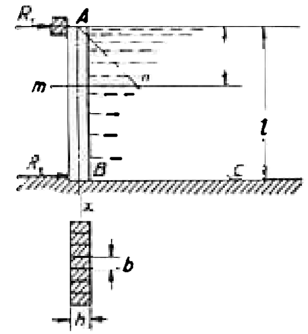

FIG. 92.

$$V = R_1 - W\frac{x^2}{l^2} = W\left(\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

On détermine la section correspondant à $M_{\max}$ par la condition $V = 0$ ou

$$\frac{1}{3} - \frac{x^2}{l^2} = 0,$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{\quad}{\sqrt{3}} = 3{,}12 \text{ m}.$$

Le moment fléchissant d'une section mn quelconque est égal au moment de la réaction R_1 diminué du moment de la charge répartie, représentée par le prisme triangulaire Amn. Par suite,

$$M = R_1 x - \frac{Wx^2}{l^2} \cdot \frac{x}{3} = \frac{Wx}{3}\left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)$$

Substituons, dans cette équation,   à x^2/l^2 et 3,12 m à x, nous obtenons

$$M_{\max} = \tfrac{1}{9}\,bl^2 \times 1\,000 \times 3{,}12,$$

$$(\sigma_x)_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{6\,M_{\max}}{bh^2} = \frac{2}{3}\left(\frac{l}{h}\right)^2 1\,000 \times 3{,}12 = 67{,}39 \text{ bars}$$

3. Déterminer la valeur de $M_{\max}$ d'une poutre sollicitée par une charge triangulaire ADB égale à $W = 50$ kN, sachant que $l = 4$ m et $d = 1$ m (fig. 93).

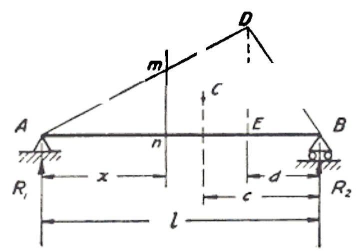

FIG. 93.

Solution. La distance c séparant la verticale, passant par le centre de gravité C, de l'appui B est, dans le cas du triangle,

$$c = \tfrac{1}{3}\,(l+d) = \tfrac{5}{3} \text{ m}$$

$M_{\max} = 1\,163$ m N. Divisons également le moment entre les deux poutres nous trouvons le module de section nécessaire

$$Z = \frac{M_{\max}}{2\,\sigma_W} = 551{,}3 \text{ cm}^3$$

La poutre I à utiliser est une IPN, sa hauteur est 30 cm, sa section est égale à 69,1 cm², $Z = 653$ cm³. Le poids de la poutre est négligé.

7. Une poutre circulaire en bois appuyée sur C et encastrée dans la fondation au point A (fig. 97) supporte une charge $q = 446{,}5$ daN/m uniformément répartie sur BC. Construire le diagramme du moment fléchissant et déterminer le diamètre nécessaire d, sachant que $\sigma_W = 84{,}4$ bars, $a = 0{,}92$ m, $b = 1{,}84$ m.

Solution. Le diagramme du moment fléchissant est représenté sur la figure 97*b*. La plus grande valeur numérique du moment se situe en C et est égale à 7 466 m · N. Par suite, d'après l'équation (63),

$$d = \sqrt[3]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{M}{\sigma_W}} = 20{,}8 \text{ cm}$$

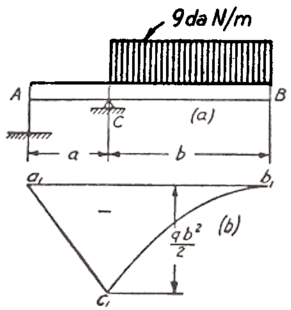

FIG. 97.

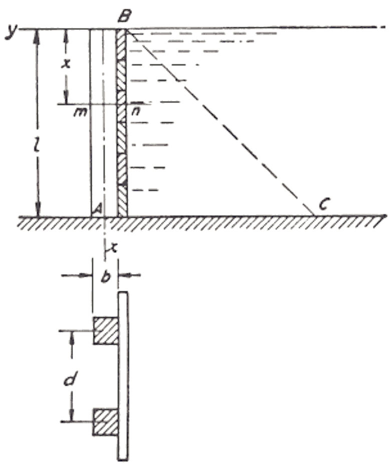

FIG. 98.

8. Une digue en bois se compose d'un platelage en planches horizontales étayées par des piles verticales encastrées à leur base (fig. 98). Déterminer les dimensions de la section carrée des piles, sachant que $l = 1{,}80$ m, $d = 0{,}90$ m et $\sigma_W = 35$ bars. Construire les diagrammes du moment fléchissant et de l'effort tranchant.

Solution. La charge totale, transversale, sur une pile est représentée par le poids W du prisme d'eau triangulaire ABC. Pour une section quelconque mn, l'effort tranchant et le moment fléchissant sont :

$$V = -\frac{Wx^2}{l^2}, \qquad M = -\frac{Wx^2}{l^2} \cdot \frac{x}{3}$$

Pour déterminer les signes de V et M on suppose que la figure 98 tourne de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre de manière à faire coïncider les axes x et y avec les axes correspondants de la figure 61. On détermine la dimension b nécessaire à l'aide de (63),

$$Z = \frac{b^3}{6} = \frac{M_{\max}}{\sigma_W}$$

d'où

$$b = 251 \text{ mm}.$$

Nous laissons au lecteur le soin de réaliser les diagrammes.

9. Déterminer les dimensions nécessaires d'une poutre I en porte-à-faux, qui supporte une charge uniforme $q = 3$ kN/m et une charge concentrée $P = 225$ daN à son extrémité. Sa longueur est $l = 1{,}5$ m et $\sigma_W = 10$ hectobars.

Réponse. $Z = \dfrac{225 \times 150 + 300 \times 1{,}50 \times 75}{1\,000} = 67{,}5 \text{ cm}^3.$

La poutre I à utiliser est une IPN de 140 mm de hauteur et 18,3 cm² de section (voir Appendice).

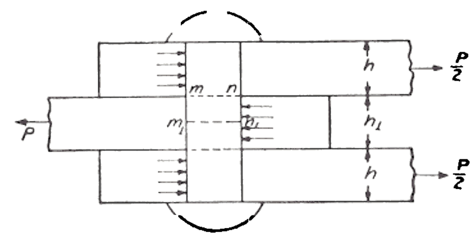

FIG. 99.

10. Déterminer les contraintes de flexion dans un rivet en supposant que les charges s'exerçant sur lui sont réparties comme l'indique la figure 99. Le diamètre du rivet est $d = 18$ mm, $h = 6$ mm, $h_1 = 10$ mm, $P = 45$ kN.

Solution. Le moment fléchissant de la section mn est $P/2 \times h/2$. Le moment fléchissant de la section moyenne est

$$\frac{P}{2}\left(\frac{h}{2} + \frac{h_1}{4}\right).$$