La formule pour $T_n(t)$ donne alors :

$$T_n(t)=\frac{P_0}{l\omega_n}\sin\frac{n\pi c}{l}\int_0^t 2\sin\omega\tau\sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau=$$

$$=-\frac{P_0}{l\omega_n}\sin\frac{n\pi c}{l}\int_0^t \{\cos[\omega_n t-(\omega_n-\omega)\tau]-\cos[\omega_n t-(\omega_n+\omega)\tau]\}\,d\tau=$$

$$=\frac{-2\omega P_0}{l\omega_n(\omega_n^2-\omega^2)}\sin\frac{n\pi c}{l}\sin\omega_n t+\frac{2P_0}{l(\omega_n^2-\omega^2)}\sin\frac{n\pi c}{l}\sin\omega t.$$

Si la fréquence de la force appliquée ne coïncide avec aucune des fréquences ω_n des oscillations propres, aucun des dénominateurs $(\omega_n^2-\omega^2)$ n'est nul ; mais si ω est voisin de l'une des fréquences ω_n, le dénominateur correspondant décroît et le terme $T_n(t)$ devient très grand par rapport aux autres, c'est-à-dire qu'il se produit un phénomène de *résonance*. Enfin, si $\omega=\omega_n$, l'expression précédente de $T_n(t)$ n'a pas de sens et doit être remplacée par une autre expression.

En portant les expressions de $T_n(t)$ obtenues dans la formule (52), on a :

$$v(x,t)=\frac{-2\omega P_0}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\omega_n}\frac{\sin\frac{n\pi c}{l}}{\omega_n^2-\omega^2}\sin\omega_n t\sin\frac{n\pi x}{l}+$$

$$+\frac{2P_0}{l}\sin\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi c}{l}}{\omega_n^2-\omega^2}\sin\frac{n\pi x}{l}.$$

Le premier terme du second membre a la même forme que les oscillations libres, le second a la même fréquence que la force extérieure. En associant le premier terme aux oscillations libres $w(x,t)$, on ne considère que le second terme en le désignant par $V(x,t)$:

$$V(x,t)=\frac{2P_0}{l}\sin\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi c}{l}}{\omega_n^2-\omega^2}\sin\frac{n\pi x}{l},$$

ou, en posant $\alpha^2=\frac{\omega^2 l^2}{a^2\pi^2}$,

$$V(x,t)=\frac{2P_0 l}{a^2\pi^2}\sin\omega t\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi c}{l}}{n^2-\alpha^2}\sin\frac{n\pi x}{l}. \qquad (60)$$

La somme

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi c}{l}}{n^2-\alpha^2}\sin\frac{n\pi x}{l}$$

peut être calculée selon le procédé indiqué [VI-2-9], mais sans s'arêter à cela, on indiquera une autre solution du même problème, sans considérer la force concentrée comme le cas limite d'une force uniformément répartie, mais en abordant directement la question.