Les conditions (62) donnent :

$$C_1' = 0, \quad C_1'' \cos\frac{\omega l}{a} + C_2'' \sin\frac{\omega l}{a} = 0.$$

On peut poser

$$C_1'' = C_2 \sin\frac{\omega l}{a}, \quad C_2'' = -C_2 \cos\frac{\omega l}{a},$$

où C_2 est une constante arbitraire. En désignant pour des raisons de symétrie la constante arbitraire C_2' par C_1, on obtient :

$$X_1(x) = C_1 \sin\frac{\omega x}{a}, \quad X_2(x) = C_2 \sin\frac{\omega(l-x)}{a}.$$

La condition de continuité (63) donne alors :

$$C_1 \sin\frac{\omega c}{a} \sin\omega t = C_2 \sin\frac{\omega(l-c)}{a} \sin\omega t.$$

Il faut enfin que la dernière condition (64) soit vérifiée ; on obtient ainsi :

$$-\frac{\omega}{a} C_2 \cos\frac{\omega(l-c)}{a} \sin\omega t - \frac{\omega}{a} C_1 \cos\frac{\omega c}{a} \sin\omega t = -\frac{P_0}{a^2} \sin\omega t.$$

Ainsi, on détermine les constantes C_1 et C_2 à partir du système d'équations :

$$C_1 \sin\frac{\omega c}{a} - C_2 \sin\frac{\omega(l-c)}{a} = 0;$$

$$C_1 \cos\frac{\omega c}{a} + C_2 \cos\frac{\omega(l-c)}{a} = \frac{P_0}{a\omega},$$

qui donne après quelques transformations :

$$C_1 = \frac{P_0}{a\omega} \frac{\sin\frac{\omega(l-c)}{a}}{\sin\frac{\omega l}{a}}; \quad C_2 = \frac{P_0}{a\omega} \frac{\sin\frac{\omega c}{a}}{\sin\frac{\omega l}{a}},$$

et les formules (65) donnent alors la solution du problème sous la forme :

$$u(x,t) = \begin{cases} \dfrac{P_0}{a\omega} \dfrac{\sin\frac{\omega(l-c)}{a}}{\sin\frac{\omega l}{a}} \sin\dfrac{\omega x}{a} \sin\omega t, & \text{pour } 0 < x < c, \\[2ex] \dfrac{P_0}{a\omega} \dfrac{\sin\frac{\omega c}{a}}{\sin\frac{\omega l}{a}} \sin\dfrac{\omega(l-x)}{a} \sin\omega t, & \text{pour } c < x < l, \end{cases} \tag{66}$$

où $\frac{\omega l}{a} \neq n\pi \ (n = 1, 2 \ldots)$.

Le lecteur vérifiera sans peine l'identité des solutions (66) et (60) pour $V(x, t)$, en développant (66) en série de Fourier des sinus.