Le point C où la force est appliquée divise la corde en deux parties $(0, c)$ et (c, l). En examinant séparément ces deux parties, on désigne l'ordonnée du premier intervalle par $u_1(x, t)$ et celle du second par $u_2(x, t)$. On obtient pour ces fonctions u_1 et u_2 les équations suivantes :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \quad \text{pour} \quad 0 < x < c, \tag{61}$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \quad \text{pour} \quad c < x < l, \tag{61$_1$}$$

étant donné qu'il n'y a pas de forces extérieures à l'intérieur des intervalles $(0, c)$ et (c, l). De plus, on a les conditions de fixation des extrémités :

$$u_1|_{x=0} = 0, \quad u_2|_{x=l} = 0, \tag{62}$$

la condition de continuité de la corde au point $x = c$:

$$u_1|_{x=c} = u_2|_{x=c} \tag{63}$$

et, enfin, la condition d'équilibre des forces agissant au point $x = c$ [VII-1-1] :

$$\left.\frac{\partial u_2}{\partial x}\right|_{x=c} - \left.\frac{\partial u_1}{\partial x}\right|_{x=c} = -\frac{\rho}{T_0} P(t) = -\frac{1}{a^2} P(t)\ ^{*)}. \tag{64}$$

On se bornera au cas d'une force sinusoïdale :

$$P(t) = P_0 \sin \omega t$$

et on sépare les oscillations forcées provoquées par elle des oscillations de même fréquence ω. On cherche ces oscillations sous la forme :

$$u(x, t) = X(x) \sin \omega t,$$

où, cependant, la fonction $X(x)$ doit avoir différentes expressions dans les intervalles $(0, c)$ et (c, l) ; on suppose alors que

$$u_1 = X_1(x) \sin \omega t, \quad u_2 = X_2(x) \sin \omega t. \tag{65}$$

En portant ces valeurs dans les équations (61) et (61$_1$), on a :

$$-\omega^2 \sin \omega t X_1(x) = a^2 X_1''(x) \sin \omega t,$$

autrement dit,

$$X_1''(x) + \frac{\omega^2}{a^2} X_1(x) = 0$$

et, de façon analogue,

$$X_2''(x) + \frac{\omega^2}{a^2} X_2(x) = 0,$$

d'où

$$X_1(x) = C_1' \cos \frac{\omega}{a} x + C_2' \sin \frac{\omega}{a} x \ ; \quad X_2(x) = C_1'' \cos \frac{\omega}{a} x + C_2'' \sin \frac{\omega}{a} x.$$

---

*) Avec ces nouvelles notations, il faut écrire dans la formule (7) [VII-1-1] $\rho P(t)$ au lieu de P et $\frac{\partial u_2}{\partial x}$, $\frac{\partial u_1}{\partial x}$ au lieu de $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_+$, $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_-$.