

Le potentiel instantané en un point (M) situé dans un plan vertical (xOy), respectivement aux distances (d, d₁, d₂) des points (M₀, M₁, M₂), admet pour expression :

$$U = U_0^\circ \text{Ln}(r^\circ/d) + U_1^\circ \text{Ln}(r^\circ/d_1) + U_2^\circ \text{Ln}(r^\circ/d_2)$$

en convenant de noter (r[°]) le rayon des lignes conductrices supposées rectilignes et infinies, (U₀[°], U₁[°], U₂[°]) les potentiels instantanés de chacune d'entre elles.

Il vient dans ces conditions :

$$U = (U_0^\circ + U_1^\circ + U_2^\circ) \text{Ln}(r^\circ) - (1/2)(U_0^\circ \text{Ln}(d^2) + U_1^\circ \text{Ln}(d_1^2) + U_2^\circ \text{Ln}(d_2^2))$$

soit, compte tenu de ce que la somme des potentiels est nulle (U₀[°] + U₁[°] + U₂[°] = 0) :

$$U = -(1/2)(U_0^\circ \text{Ln}(d^2) + U_1^\circ \text{Ln}(d_1^2) + U_2^\circ \text{Ln}(d_2^2)) .$$

Exprimons les carrés des distances :

$$d^2 = MM_0^2 = x^2 + y^2 ,$$

$$d_1^2 = MM_1^2 = (x - a)^2 + y^2 = d^2 - 2ax + a^2 ,$$

$$d_2^2 = MM_2^2 = (x + a)^2 + y^2 = d^2 + 2ax + a^2 ,$$

On obtient pour un écartement des lignes relativement faible (a << d), en limitant au second ordre le développement au voisinage de zéro de Ln(1 + u) ≈ u + u²/2

$$\text{Ln}(d_1^2) = \text{Ln}(d^2(1 + (a^2 - 2ax)/d^2)) \approx \text{Ln}(d^2) + (a^2 - 2ax)/d^2 + (a^2 - 2ax)^2/2d^4 ,$$

$$\text{Ln}(d_2^2) = \text{Ln}(d^2(1 + (a^2 + 2ax)/d^2)) \approx \text{Ln}(d^2) + (a^2 + 2ax)/d^2 + (a^2 + 2ax)^2/2d^4 ;$$

en tenant compte de plus de la relation x = d.Cos(θ), et en laissant tomber les termes en (a/d) de degré supérieur à 2 :

$$\text{Ln}(d_1^2) = \text{Ln}(d^2) - 2a.\text{Cos}(\theta)/d + (2\text{Cos}^2(\theta) + 1)a^2/d^2 ,$$

$$\text{Ln}(d_2^2) = \text{Ln}(d^2) + 2a.\text{Cos}(\theta)/d + (2\text{Cos}^2(\theta) + 1)a^2/d^2 .$$

Cela conduit à l'expression approchée du potentiel :

$$U = -(1/2)(U_0^\circ + U_1^\circ + U_2^\circ) \text{Ln}(d^2) - U_a = -U_a , \text{ avec}$$

$$U_a = (U_2^\circ - U_1^\circ)a.\text{Cos}(\theta)/d + (U_2^\circ + U_1^\circ)(\text{Cos}^2(\theta) + 1/2)a^2/d^2$$

Connaissant les expressions des potentiels

$$U_0^\circ = U_m \text{Cos}(\omega t) ,$$

$$U_1^\circ = U_m \text{Cos}(\omega t + 2\pi/3) = -(U_m/2) \text{Cos}(\omega t) - (3^{1/2}/2) U_m \text{Sin}(\omega t) ,$$

$$U_2^\circ = U_m \text{Cos}(\omega t - 2\pi/3) = -(U_m/2) \text{Cos}(\omega t) + (3^{1/2}/2) U_m \text{Sin}(\omega t) ,$$

il intervient dans l'expression approchée de (U) deux termes en quadrature de phase :

$$U = - (3^{1/2}) U_m \text{Sin}(\omega t)a.\text{Cos}(\theta)/d + U_m \text{Cos}(\omega t)(\text{Cos}^2(\theta) + 1/2)a^2/d^2 .$$

À la verticale sous le pylône (θ = - π/2) le potentiel varie en (1/d²) ;

à l'horizontale de la ligne (θ = 0) il varie en (1/d) .