

Thermodynamique PH201 : devoir à la maison

à rendre au plus tard le vendredi 10/04/2020

Vous pouvez utiliser tous les moyens de recherche à votre disposition (cours, TD, internet, ...).

Une rédaction personnelle est demandée.

Vous apporterez un soin particulier à l'expression de vos arguments et justifications.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice I (2 points) : Equation d'état d'un gaz réel

L'étude des propriétés d'un gaz aboutit à l'équation d'état suivante

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)V = nRT \text{ où } a \text{ et } R \text{ sont des constantes.}$$

- 1) Quelles sont les dimensions des constantes a et R ? Justifier.
- 2) Calculer $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$
- 3) Calculer $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$
- 4) Dans quelles conditions sur a , n , V et P cette équation d'état coïncide-t-elle avec celle du gaz parfait ? A quoi ces conditions correspondent-elles en termes de pression et de température du gaz ?

Exercice II (13 points) : Compression par différents chemins

On considère n moles d'un gaz parfait dont l'état d'équilibre initial est P_A , V_A et T_A . On souhaite le comprimer en suivant différents chemins quasi-statiques pour l'amener dans le même état d'équilibre final P_B , V_B et T_B tel que $V_B = V_A/3$ et $T_B = T_A$.

On donne $n = 0,042$ mol, $V_A = 1$ L, $T_A = 17,1$ °C et $P_A = 1$ atm, $c_v = 1,5 R$

Les résultats numériques seront exprimés avec les unités du système international. Attention aux conversions !

A. Premier chemin : Compression isotherme quasi-statique (AB)

- 1) Exprimer P_B en fonction de P_A . Evaluer P_B numériquement.
- 2) Représenter cette transformation dans un diagramme de Clapeyron.
- 3) Proposer une méthode expérimentale pour réaliser cette transformation et l'illustrer par un schéma.
- 4) A partir de l'équilibre mécanique sur un piston vertical de masse négligeable, déterminer quelle masse totale poser sur sa section de 10 cm^2 pour atteindre la pression P_B ? On prendra $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$. Quelles précautions faut-il prendre expérimentalement ?

- 5) Bilan énergétique :
 - a. Déterminer ΔU_{AB} , la variation d'énergie interne du gaz.
 - b. Déterminer W_{AB} , le travail reçu par le gaz. Evaluer W_{AB} numériquement et vérifier son signe.
 - c. Déterminer Q_{AB} , la quantité de chaleur reçue par le gaz. Evaluer Q_{AB} numériquement.

- B. **Second chemin** (ACB) composé de deux transformations quasi-statiques successives : (AC) chauffage isochore jusqu'à l'état d'équilibre intermédiaire P_C , V_C et T_C , puis (CB) refroidissement isobare jusqu'à l'état d'équilibre final P_B , V_B et T_B .
 - 1) Représenter ce chemin dans le même diagramme de Clapeyron que précédemment.
 - 2) Exprimer P_C , V_C et T_C en fonction des caractéristiques de l'état initial A. Evaluer T_C .
 - 3) Proposer une méthode expérimentale pour réaliser cette transformation et l'illustrer par un schéma.
 - 4) Bilan énergétique lors de la transformation (AC) :
 - a. Déterminer ΔU_{AC} , la variation d'énergie interne du gaz. Evaluer ΔU_{AC} .
 - b. Déterminer W_{AC} , le travail reçu par le gaz.
 - c. Déterminer Q_{AC} , la quantité de chaleur reçue par le gaz. Evaluer Q_{AC} numériquement et vérifier son signe.
 - 5) Bilan énergétique lors de la transformation (CB):
 - a. Déterminer ΔU_{CB} , la variation d'énergie interne du gaz. Evaluer ΔU_{CB} numériquement.
 - b. Déterminer W_{CB} , le travail reçu par le gaz. Evaluer W_{CB} numériquement et vérifier son signe.
 - c. Déterminer Q_{CB} , la quantité de chaleur reçue par le gaz. Evaluer Q_{CB} numériquement.
 - 6) En déduire ΔU_{AB} , W_{AB} et Q_{AB} pour le second chemin.

- C. **Comparer** les bilans énergétiques des deux chemins à l'aide d'un tableau. Commenter et conclure.

Exercice III (5 points): Comportement thermo-élastique de l'air

L'objet de cet exercice est d'étudier le comportement thermo-élastique de l'air et de voir s'il peut être décrit par le modèle du gaz parfait dans les conditions normales de pression et de température. Il s'agit de réaliser une compression isotherme, à la température de la pièce, d'une petite quantité d'air atmosphérique emprisonné dans une seringue. Dans le modèle du gaz parfait, le produit PV reste constant lors d'une transformation isotherme. Ce n'est pas forcément le cas pour les gaz réels.

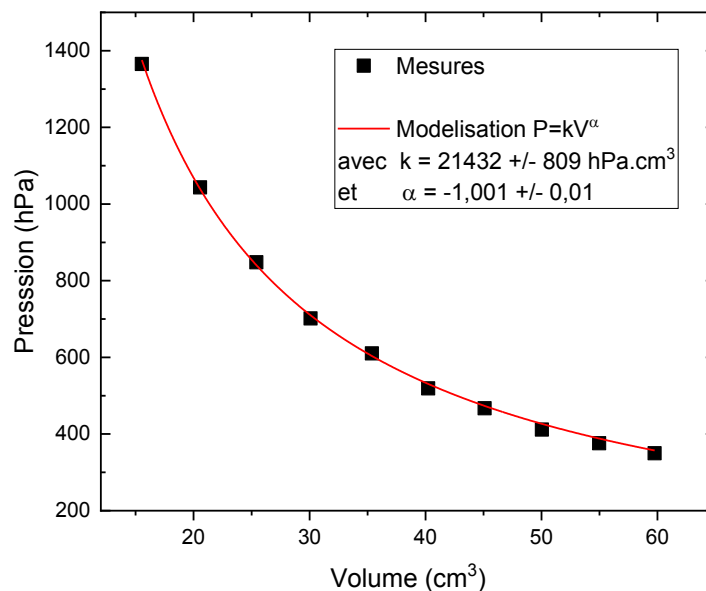
On cherche par les expériences qui suivent à voir si on peut décrire l'air qui nous entoure avec le modèle du gaz parfait. Pour cela, imaginez que vous êtes en Travaux Pratiques pour réaliser les expériences de pensée suivantes et répondre aux questions. Une attention particulière devra être portée sur les unités, les réponses devront être données en unité SI.

- A- Enfermez 20 cm^3 d'air à la pression atmosphérique dans une grosse seringue dont vous boucherez l'extrémité pour la rendre complètement hermétique. La seringue est équipée d'une sonde de pression, d'un thermomètre et d'un capteur de volume. Vous mesurez une température $T = 19 \text{ }^\circ\text{C}$ et une pression $P = 1043 \text{ hPa}$ (« hecto » $h = 100$). Calculer le nombre de moles d'air emprisonné dans la seringue.

B- On détend le système précédent à 60 cm³ puis on commence les mesures : on comprime progressivement le gaz de 5 cm³ en 5 cm³ et on mesure la pression et le volume à chaque étape. Pour réaliser une transformation isotherme, il est nécessaire d'attendre l'équilibre thermique avec l'atmosphère de la pièce, de température constante.

- 1) Quelle est la variation d'énergie interne du gaz lors de chaque compression. On considère l'air comme un gaz parfait dont on rappelle que l'énergie interne ne dépend que de sa température.
- 2) Quel est le signe du travail fourni au gaz dans cette expérience de compression ?
- 3) Appliquer le premier principe au gaz enfermé dans la seringue et en déduire le sens de l'échange de chaleur entre le gaz enfermé dans la seringue et le milieu extérieur.
- 4) Pourquoi après chaque modification du volume, est-il nécessaire d'attendre que le nouvel équilibre thermique s'établisse ?

C- Exploitation des mesures. La figure ci-dessous présente les résultats obtenus dans un diagramme de Clapeyron. Pour analyser les données, on choisit une modélisation en loi de puissance du type $P=kV^\alpha$, où k et α sont des constantes. Un algorithme mathématique permet de calculer la courbe qui s'approche au plus près des points expérimentaux et les valeurs de k et α associées.



- 1) Trouver l'expression attendue du paramètre k dans le modèle du gaz parfait et évaluer sa valeur avec les données à votre disposition. Vérifier la cohérence avec la valeur de k estimée expérimentalement.
- 2) Question subsidiaire : pourquoi la valeur de pression mesurée après avoir fermé la seringue (1043 hPa) est inhabituellement élevée par rapport la pression atmosphérique moyenne (1013 hPa) ? Est-ce que cela pose un problème pour l'analyse proposée ?
- 3) Quelle est la valeur attendue de α pour une transformation isotherme du gaz parfait ?
- 4) Quelle est la valeur attendue de α pour une transformation adiabatique du gaz parfait ?
- 5) Pouvez-vous juger si l'expérimentateur a suffisamment attendu entre chaque mesure ?
- 6) Conclure : dans cette expérience, l'air peut-il être décrit par le modèle du gaz parfait ?
- 7) Dans quelles conditions le modèle du gaz parfait pourra-t-il être mis en défaut ?