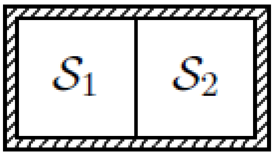
DM12 : ETUDE DE LA REVERSIBILITE DE L'ÉCHAUFFEMENT D'UN SOLIDE



On souhaite étudier la mise en contact de deux corps solides (S_1) et (S_2), assimilés à des phases condensées incompressibles et indilatables de capacités thermiques respectives C_1 et C_2, de températures initiales T_{1i} et T_{2i}, isolés thermiquement de l'extérieur. On laisse l'équilibre thermique s'établir et on note T_f la température finale des deux solides.

1. Enoncer le premier principe de la thermodynamique dans le cas général en expliquant chaque terme utilisé (origine physique…).
2. Déterminer l'expression de T_f en fonction de C_1, C_2, T_{1i} et T_{2i}.
3. Enoncer le second principe de la thermodynamique dans le cas général en expliquant chaque terme utilisé.
4. En déduire l'expression de l'entropie créée Sc lors de la transformation. On posera $x = \frac{T_{2i}}{T_{1i}}$. Étudier le signe du résultat obtenu.
5. Établir l'expression du transfert thermique total Q_1 reçu par le solide (1) au cours de la transformation en fonction de C_1, C_2, T_1 et T_2. Discuter son signe.

Pour étudier le régime transitoire d'évolution des températures, on suppose que le transfert thermique élémentaire δQ_1 reçu par le solide (S_1) de la part du solide (S_2) entre $t\ et\ t + dt$ est de la forme $\delta Q1 = \lambda(T_2(t) - T_1(t))dt$.

6. Que peut-on dire du transfert thermique δQ_2 reçu par (S_2) de la part de (S_1) ? À l'aide du premier principe infinitésimal, établir le système d'équations différentielles couplées vérifiées par $T_1(t)$ et $T_2(t)$.
7. Pour découpler ce système, on introduit $u = T_2 - T_1$ et $v = C_1T_1 + C_2T_2$. Établir les équations vérifiées par u et v puis les résoudre. On introduira une constante de temps τ que l'on exprimera en fonction de $C_1, C_2\ et\ \lambda$.
8. En déduire les expressions de $T_1(t)$ et $T_2(t)$puis tracer leurs allures sur un même graphique.

On souhaite désormais étudier une augmentation de température progressive de T_i à T_f d'un solide (S) de capacité thermique C que l'on suppose en contact avec un thermostat dont la température augmente par petits paliers. On découpe le processus en un nombre N de petites transformations au cours desquels on élève la température du thermostat de T_k à $T_{k+1} = T_k + \delta T$ où $\delta T \ll T_1$. Ainsi, $T_1 = T_i$ pour $k = 1, T_N = T_f$ pour $k = N$ et on a $\delta T = \frac{T_f - T_i}{N}$.

7. Lors de la transformation $k \rightarrow (k + 1)$, établir les expressions de l'entropie échangée $S_{ech,k}$ et de la variation d'entropie ΔS_k en fonction de $C,\ T_{k+1}\ et\ T_k$.

8. En déduire que l'entropie créée se met sous la forme $S_{c,k} = C \times (\ln(1 + x_k) - (1 - \frac{1}{1+x_k}))$ où $x_k = \frac{\delta T}{T_k}$.

9. À l'aide de développements limités au second ordre, montrer que $S_{c,k}$ est proportionnelle à x_k^2.
10. En déduire une majoration de l'entropie créée totale S_{ck} lors des N transformations et montrer qu'elle tend vers zéro dans la limite $N \gg 1$. Commenter.