XLI113 - GM
L3 - S5 - 1S
Novembre 2018

Bases de la mécanique des milieux continus.

Exercice 1

On considère la transformation homogène définie, à l'instant $t > 0$, par :

$$\begin{cases} x_1 = X_1(1+\alpha t) \\ x_2 = X_2 \qquad , \text{avec } \alpha > 0. \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

1. Déterminer le tenseur F.
2. Calculer le tenseur des dilatations.
3. Calculer le tenseur des déformations de Green-Lagrange.
4. Déterminer leur directions principales (des tenseurs des questions 2. et 3.).
5. Préciser l'hypothèse de la transformation infinitésimale.
6. Donner les expressions linéarisées correspondantes.

Exercice 2

Déterminer pour chacune des transformations linéaires planes décrites par la figure 1 :

1. Les expressions de la transformation.
2. Le tenseur $[F]$
3. Le Jacobien de la transformation et dire si la transformation est isochore.
4. Le champ des déplacements $\vec{u}$.
5. Le gradient du champ des déplacements.

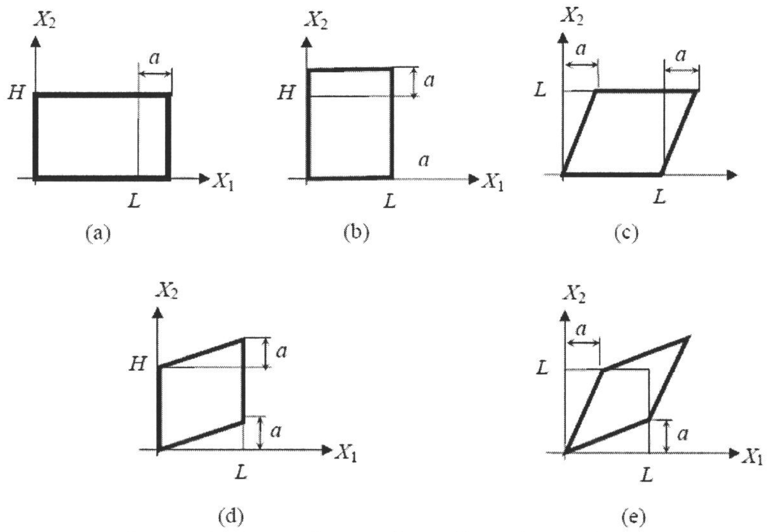

Figure 1. Transformations linéaires planes

Exercice 3

On donne la transformation linéaire suivante :

$$\begin{cases} x_1 = (1-\frac{\alpha t}{2})X_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha t X_2 \\ x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}\alpha t X_1 + (1-\frac{\alpha t}{2})X_2 \\ x_3 = (1+\alpha t)X_3 \end{cases}$$

où t désigne la variable temps, $\alpha > 0$ une constante donnée, X_1, X_2, X_3 désignent les coordonnées de la particule P à l'instant de référence $t = 0$.

1. Déterminer la nature des trajectoires des particules ainsi que la vitesse de celles-ci exprimée en variables de Lagrange.
2. On s'intéresse aux courbes matérielles constituées, à l'instant $t = 0$, par les droites du plan $X_3 =$constant, passant par l'origine de ce plan, que deviennent-elles à l'instant t ?
3. Reprendre la question 2. en considérant les courbes matérielles constituées, à l'instant $t = 0$, par les cercles du plan $X_3 =$constant, centrés sur l'origine de ce plan.
4. Donner $[F]$, $[C]$ et $[E]$ et déduire les directions principales de déformations.