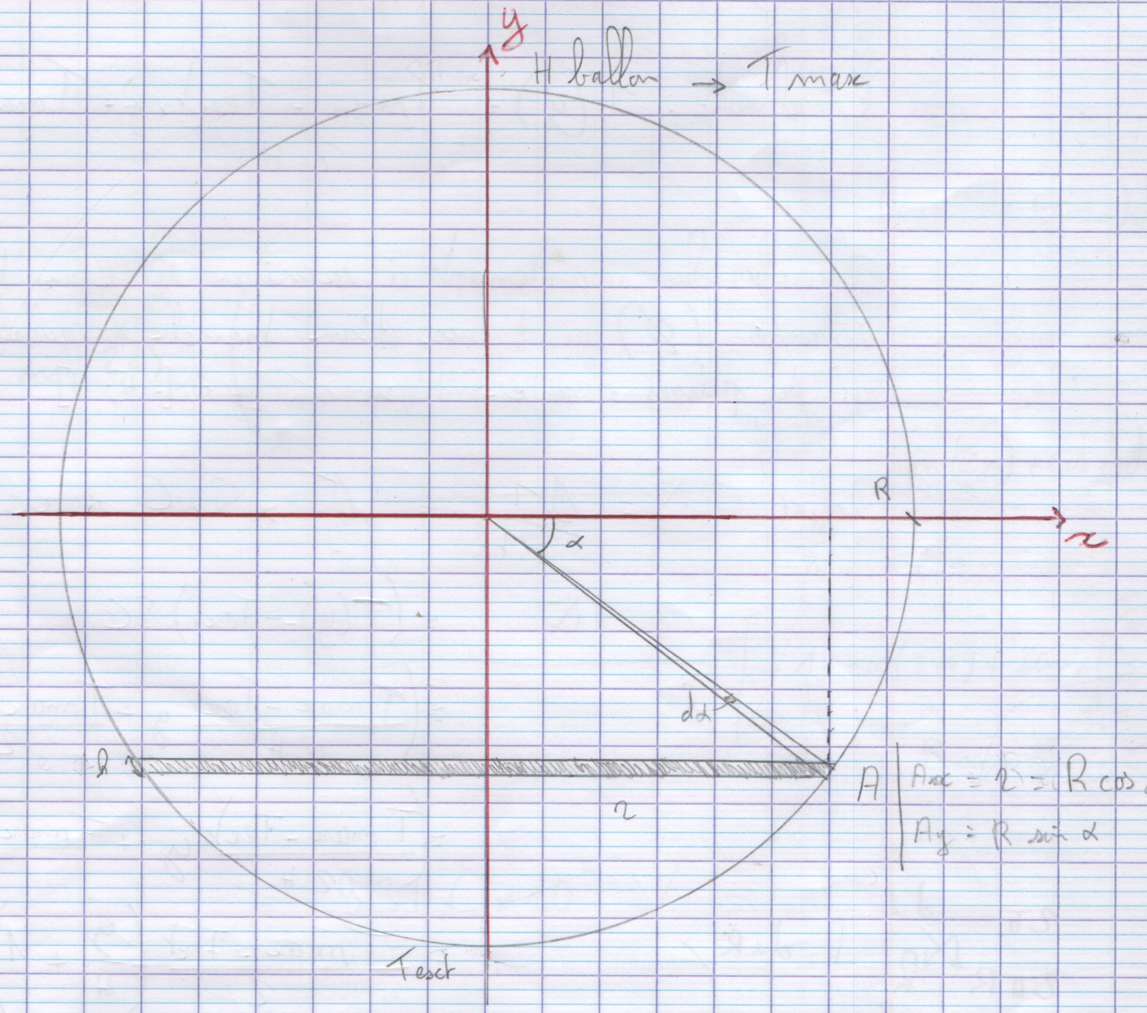
Grand oral : Montgolfière :

Considérons une montgolfière représenté par une sphère selon le schéma suivant :



On cherche à définir une fonction linéaire décrivant l'évolution de la température selon l'axe y

On a : $T(y) = a\,y + b$

Pour $y = 0$, On a : $b = \dfrac{T_{max} + T_{ext}}{2}$

Pour $y = H$, On a : $a\,H + \dfrac{T_{max} + T_{ext}}{2} = T_{max}$

$$\Leftrightarrow a = \left(T_{max} - \frac{T_{max} + T_{ext}}{2}\right) \times \frac{1}{H}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{2\,T_{max} - (T_{max} + T_{ext})}{2H}$$

$$= \frac{T_{max} - T_{ext}}{2H}$$

Finalement : $T(y) = \frac{T_{max} - T_{ext}}{2H} \times y + \frac{T_{max} + T_{ext}}{2}$

On cherche maintenant à exprimer le flux thermique échangé (ϕ) au travers d'une tranche horizontale du ballon afin de pouvoir ensuite intégrer sur $y \in [-H ; H]$ dont la largeur tend vers 0

On a $\phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \Delta T \times S \times C$ avec $C = \frac{\lambda}{e}$

$$d\phi = (T(y) - T_{ext})\, S C$$

$$= \left(\frac{T_{max} - T_{ext}}{2H}\, y + \frac{T_{max} + T_{ext}}{2} - T_{ext}\right) S C$$

$$= \left(\frac{T_{max} - T_{ext}}{2H}\, y + \frac{T_{max} - T_{ext}}{2}\right) S C$$

$2\pi \quad d\alpha$

$2\pi R \quad h$

$h = d\alpha R$

$$= \frac{T_{max} - T_{ext}}{2}\left(\frac{y}{H} + 1\right) 2\pi r h C$$

$$= \frac{T_{max} - T_{ext}}{2}\left(\frac{R \sin\alpha}{H} + 1\right) 2\pi \times R\cos\alpha \times d\alpha R$$

On a $R = H$ donc :

$$d\phi = (T_{max} - T_{ext})(\sin(\alpha) + 1)\, \pi R^2 \cos(\alpha)\, d\alpha\, C$$

$$Q = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\dot{Q} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \Big((T_{max} - T_{ext})(\sin\alpha + 1)\,\pi R^2 \cos\alpha \; C \Big) d\alpha$$

$$= (T_{max} - T_{ext})\;\pi R^2 C \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin\alpha + 1)\cos(\alpha)\, d\alpha$$

$$= \underline{\qquad\qquad} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha)\, d\alpha$$

$\cos\alpha \sin\alpha$

$= \frac{1}{2}\sin(2\alpha)$

$$= \underline{\qquad\qquad} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin(2\alpha)}{2} + \cos\alpha\right) d\alpha$$

$$= \underline{\qquad\qquad} \left[-\frac{1}{4}\cos(2\alpha) + \sin\alpha \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 934{,}5 \times 10^{3}\ W$$

$C = \frac{0{,}14}{0{,}0004}$ $\quad R = 9{,}35\ mm$

hyperlast : $K = 0{,}15\ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$