

Écoulement de Hartmann

Soit la conduite rectangulaire de la fig. 1, de section $S = ab$ dans le plan Oyz et d'axe principal Ox . On choisit le référentiel terrestre du lieu, supposé galiléen rapporté à un repère cartésien. L'axe Oz est vertical ascendant.

Un fluide s'écoule dans la conduite selon l'axe Ox , avec le champ de vitesses eulérien $\vec{v} = v_x(z)\vec{e}_x$ et le champ de pression $P(x, z)$. On étudie l'écoulement sur une portion de longueur L de conduite, selon son axe principal Ox . L'accélération de la pesanteur terrestre \vec{g} est supposée uniforme.

La masse volumique et la viscosité dynamique sont notées ρ et η .

On pose : $P(0, 0) = P_1$, $P(L, 0) = P_2$ et $\Delta P = P_1 - P_2$.

- I. Commenter ces deux champs, notamment leur non dépendance à la variable y . Préciser les conditions aux limites satisfaites par \vec{v} si la paroi horizontale supérieure est en mouvement de translation de vitesse $\vec{V} = V_0 \vec{e}_x$ et les trois autres parois fixes.
- II. Montrer que l'accélération d'une PF est nulle.
- III. Déterminer la loi $P(x, z)$ et qualifier la loi d'évolution de la pression dans un plan d'abscisse x .
- IV. Déterminer la loi $v_x(z)$ en fonction de ΔP , V_0 , L , η et a . Représenter le profil des vecteurs-vitesse. On distinguera les cas :
 - $\Delta P = 0$
 - $[\Delta P < 0; V_0 > 0]$
 - $[\Delta P < 0; V_0 < 0]$
 - $\Delta P > 0$.
- V. Exprimer la valeur V_{0m} de V_0 pour laquelle le débit massique D_m à travers une section de conduite, est nul. Commenter le signe de $V_{0m} \times \Delta P$.
- VI. Pour $V_0 = V_{0m} > 0$, exprimer $V_x(z)$ et représenter le profil des vecteurs-vitesse.
- VII. Pour $V_0 = V_{0m}$, exprimer la force F qu'il faut exercer sur le tronçon d'aire Lb de paroi horizontale mobile, à l'aide de V_{0m} , η et des paramètres géométriques.
- VIII. Si le fluide était supposé parfait, quel serait le profil des vecteurs-vitesse ? La paroi mobile aurait-elle une influence sur le fluide ?

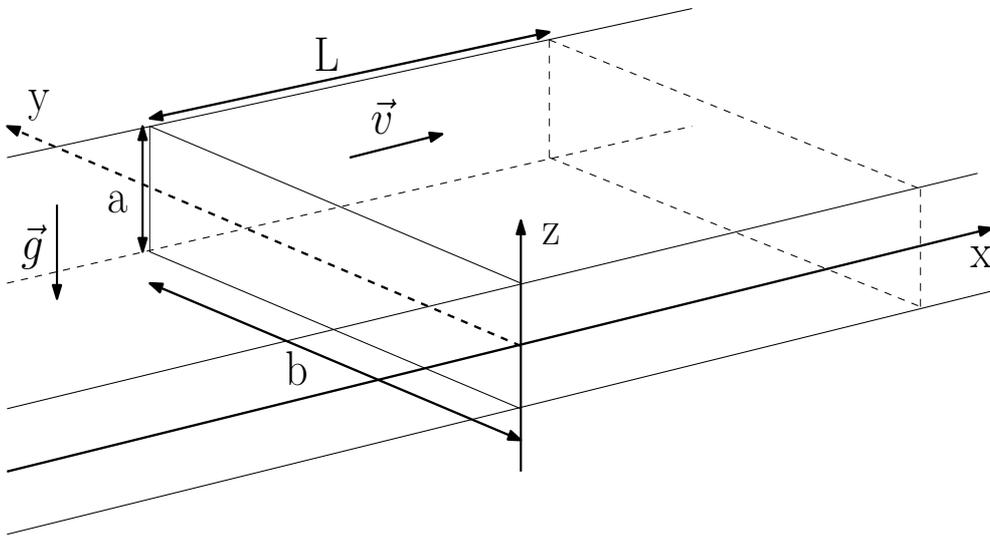


FIGURE 1 – La conduite.

FIGURE 2 – .