

UE physique

Ondes : du circuit au rayonnement

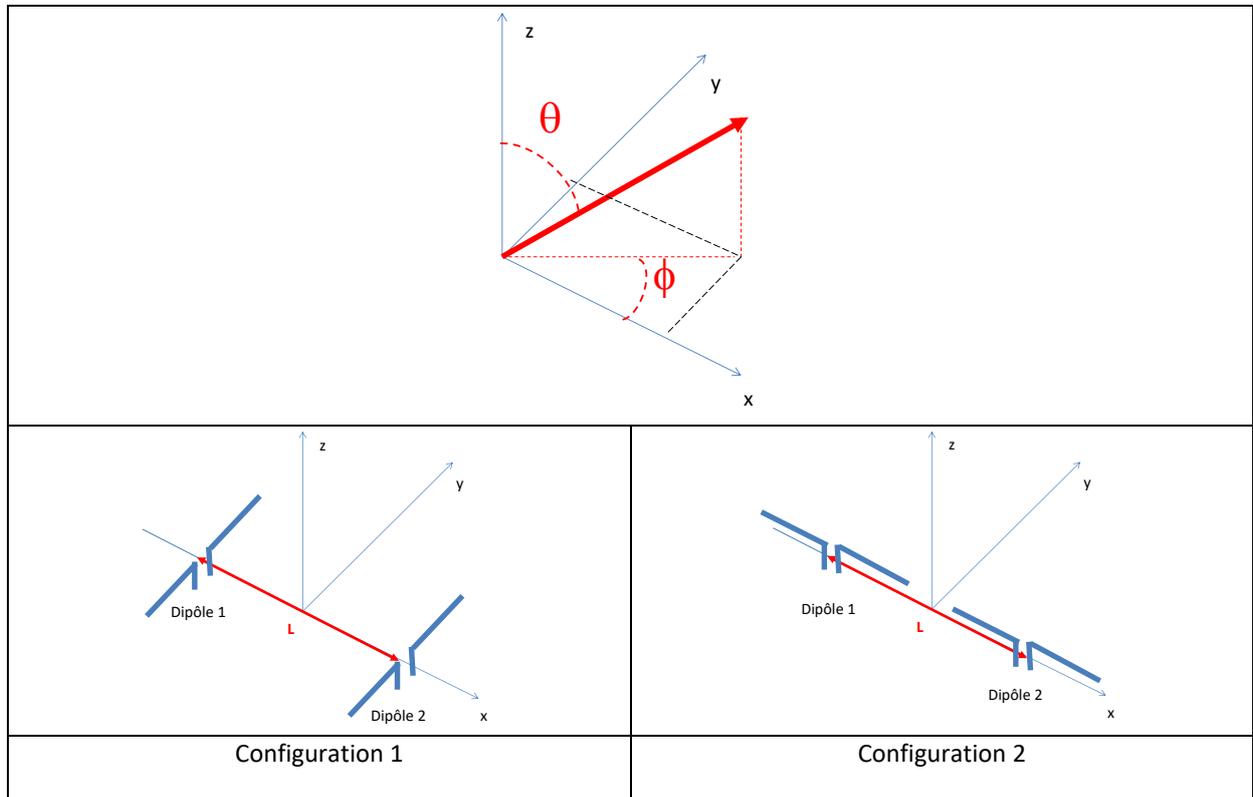
Travaux dirigés

Correction TD3R

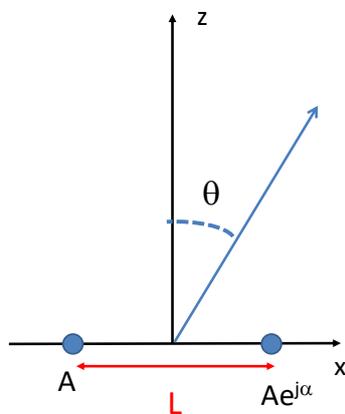
Version septembre 2022

1 Antennes en réseau

On considère deux antennes « dipôle » ayant comme diagramme de rayonnement $A(\theta, \phi)$. Elles sont mises en réseau selon les 2 configurations suivantes :



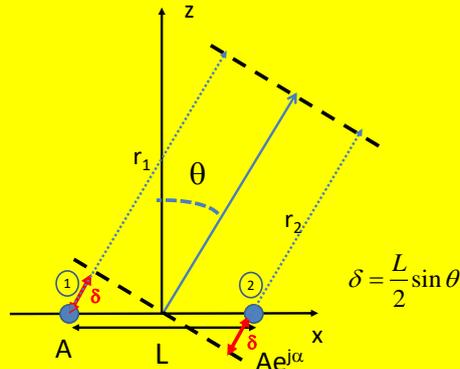
La distance entre antennes est L . Les deux antennes sont alimentées avec la même d'amplitude $A=1$, et avec un déphasage α entre elles:



1. Sous l'hypothèse d'un observateur positionné dans la zone de champ lointain, démontrer que le diagramme de rayonnement du réseau d'antenne $A_{\text{réseau}}$ dans le plan xOz ($\phi=0$) peut s'écrire sous la forme :

$$A_{\text{réseau}}(\theta, \varphi=0^\circ) = A(\theta, \varphi=0^\circ) FR(\theta, \varphi=0^\circ)$$

En déduire l'expression de la fonction de réseau dans le plan xOz



Soit $A(\theta, 0)$ le diagramme de rayonnement de l'antenne dipôle dans le plan xOz . L'amplitude du champ global dans la direction θ est proportionnelle à la somme des contributions individuelles. Comme nous sommes en zone lointaine, les angles de visée de chaque élément vers l'observateur sont supposés les mêmes :

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 \propto A(\theta, \varphi=0^\circ) \frac{e^{-jk(r_1)}}{r_1} + A(\theta, \varphi=0^\circ) e^{j\alpha} \frac{e^{-jk(r_2)}}{r_2} \\ E &= E_1 + E_2 \propto A(\theta, \varphi=0^\circ) \frac{e^{-jk(r + \frac{L}{2} \sin \theta)}}{r + \frac{L}{2} \sin \theta} + A(\theta, \varphi=0^\circ) e^{j\alpha} \frac{e^{-jk(r - \frac{L}{2} \sin \theta)}}{r - \frac{L}{2} \sin \theta} \\ &= A(\theta, \varphi=0^\circ) e^{-jkr} \left[\frac{e^{-jk \frac{L}{2} \sin \theta}}{r + \frac{L}{2} \sin \theta} + \frac{e^{j\alpha} e^{jk \frac{L}{2} \sin \theta}}{r - \frac{L}{2} \sin \theta} \right] \end{aligned}$$

Les conditions de champ lointain permettent de dire que pour les termes correspondant à la variation de l'amplitude: $r \gg \pm \frac{L}{2} \sin \theta$

ce qui permet de simplifier la relation ci-dessus :

$$E \propto A(\theta, \varphi=0^\circ) e^{-jkr} \left[\frac{e^{-jk \frac{L}{2} \sin \theta}}{r} + \frac{e^{j\alpha} e^{jk \frac{L}{2} \sin \theta}}{r} \right] = A(\theta, \varphi=0^\circ) \frac{e^{-jkr} e^{j\alpha/2}}{r} \left[e^{-j\alpha/2} e^{-jk \frac{L}{2} \sin \theta} + e^{j\alpha/2} e^{+jk \frac{L}{2} \sin \theta} \right]$$

avec la formule d'Euler:

$$E \propto 2A(\theta, \varphi=0^\circ) \frac{e^{-jkr} e^{j\alpha/2}}{r} \cos \left(k \frac{L}{2} \sin \theta + \alpha/2 \right)$$

Pour rappel, le diagramme de rayonnement d'une antenne est alors obtenu par

$$A(\theta, \phi) = \frac{|E(r_0, \theta, \phi)|}{|E(r_0, \theta, \phi)|_{\max}}$$

En l'appliquant dans notre cas, on a

$$A_{\text{réseau}}(\theta, \varphi=0^\circ) = A(\theta, \varphi=0^\circ) \left| \cos \left(k \frac{L}{2} \sin \theta + \alpha/2 \right) \right| = A(\theta, \varphi=0^\circ) FR(\theta, \varphi=0^\circ)$$

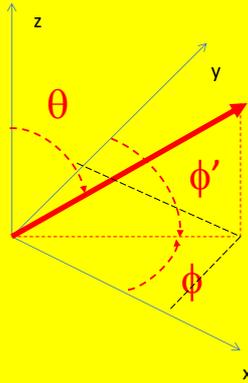
Avec FR la fonction de réseau

$$FR(\theta, \varphi=0^\circ) = \left| \cos \left(k \frac{L}{2} \sin \theta + \alpha/2 \right) \right| \quad \text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

2. En déduire celui dans le plan xOy ($\theta = 90^\circ$) et dans le plan yOz ($\phi = 90^\circ$).

La symétrie axiale du réseau suivant x montre bien que FR est invariant dans tous les plans contenant l'axe x. Dans le plan xOy ($\theta = 90^\circ$), c'est l'angle ϕ qui varie et dont l'origine est l'axe x.

Il y a donc un changement de variable à faire : $\theta \rightarrow \phi' = \frac{\pi}{2} - \phi$



$$FR(\theta = 90^\circ, \varphi) = \left| \cos \left(k \frac{L}{2} \cos \varphi + \alpha/2 \right) \right| \quad \text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Dans le plan yOz ($\varphi=90^\circ$), il n'y a pas de mise en réseau, la fonction de réseau est une constante égale à la valeur calculée dans le plan xOz pour $\theta=0^\circ$.

3. Déterminer l'expression de la différence de phase des signaux issus des sources arrivant à l'observateur dans le plan xOz ($\phi=0$).

La distance au point d'observation de la source 1 : $R_1 = r + L/2 \sin \theta$.

La distance au point d'observation de la source 2 : $R_2 = r - L/2 \sin \theta$.

La différence de marche est donc : $DM = R_1 - R_2 = L \sin \theta$.

Ce qui correspond à une différence de phase totale : $\Delta = kL \sin \theta + \alpha$, avec $k = \frac{2\pi}{\lambda}$:

$$\Delta = 2\pi \frac{L}{\lambda} \sin \theta - \alpha$$

4. Dans le cas de la configuration 1, avec $L = \lambda_0/2$, $\alpha = 0$, esquisser la fonction réseau dans le plan xOz ($\phi=0$) en ne vous servant que de la différence de phase calculée sous 3. Vérifier avec la fonction réseau établie sous 2.

Esquisser les diagrammes de rayonnement du réseau de dipôles dans les plans xOz ($\phi=0^\circ$), xOy ($\theta=90^\circ$) et yOz ($\phi=90^\circ$).

Fonction de réseau dans le plan xOz	Diagramme du dipôle dans le plan xOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOz
Fonction de réseau dans le plan xOy	Diagramme du dipôle dans le plan xOy	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOy
Fonction de réseau dans le plan yOz	Diagramme du dipôle dans le plan yOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan yOz

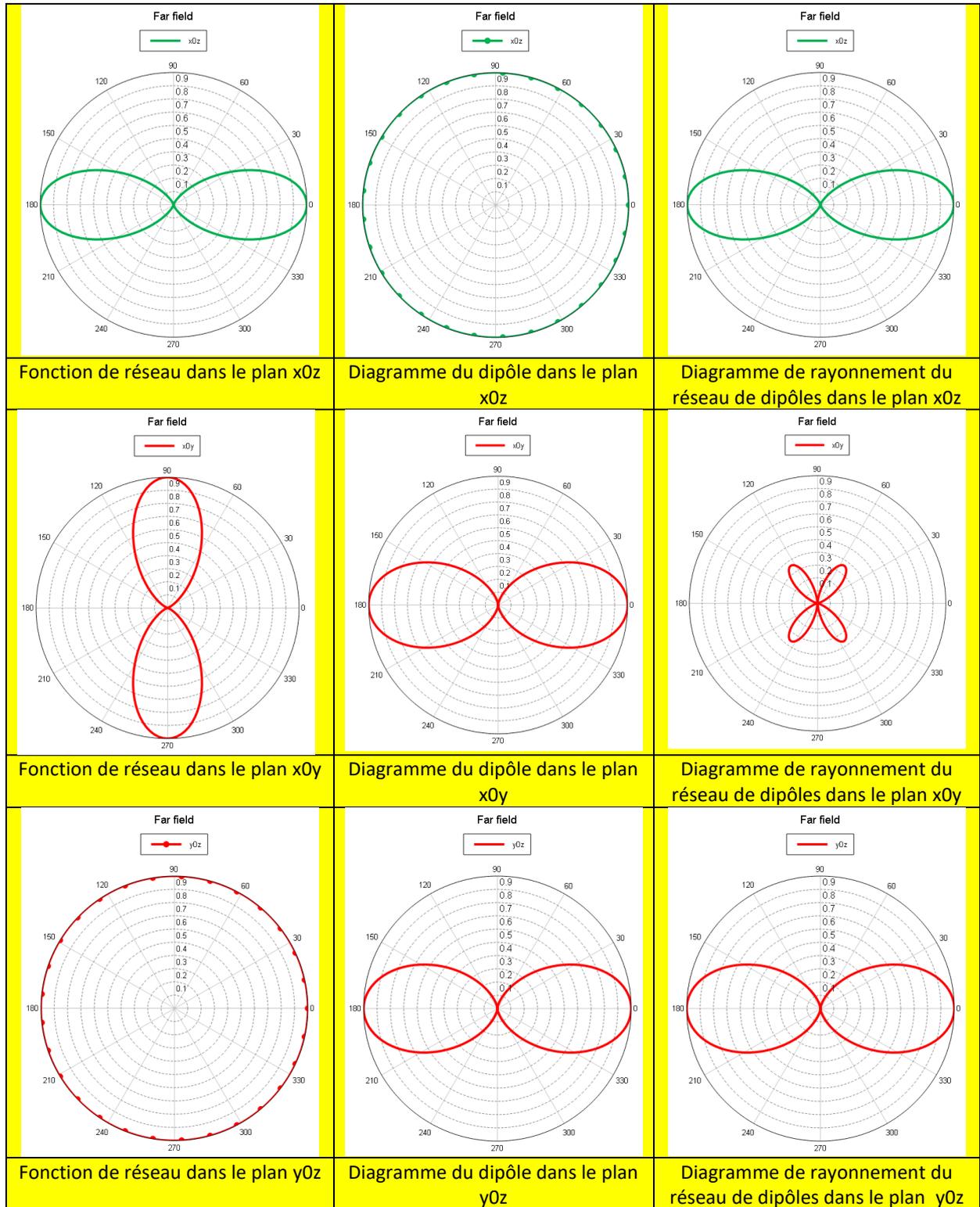
Dans ce cas : $\Delta = \pi \sin\theta$ et $FR = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta\right) \right|$

On peut facilement évaluer la fonction dans deux cas:

$\theta = 0^\circ, 180^\circ$: $\Delta = 0^\circ$: Les deux signaux arrivent en phase à l'observateur. Les ondes sont constructives
=> maximum

$\theta = \pm 90^\circ$: $\Delta = 180^\circ$: Les ondes sont en opposition de phase, donc destructives => zéro

Pour tout autre angle θ , Δ ne passe ni par zéro ni par un maximum (unité). Le diagramme peut facilement s'esquisser en polaire (on peut vérifier en traçant FR):



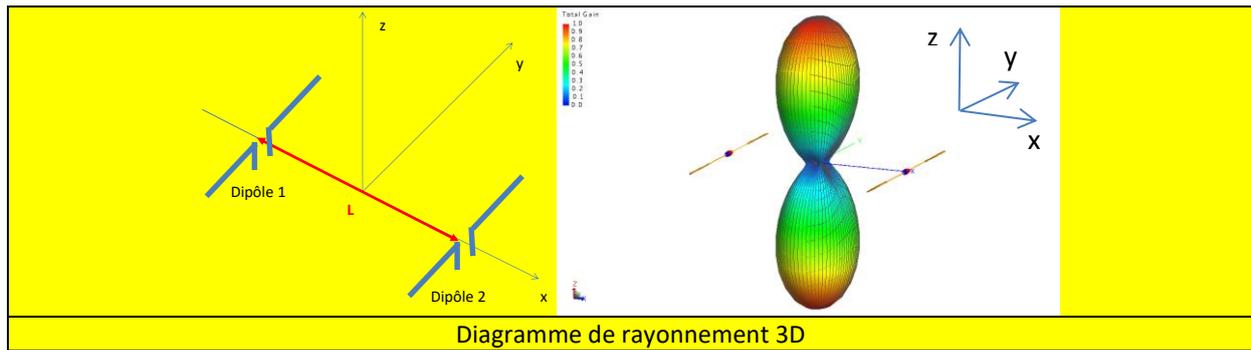


Diagramme de rayonnement 3D

5. Toujours dans le cas de la configuration 1, mais avec $L = \lambda_0/2, \alpha = \pi$, **esquisser la fonction réseau dans le plan xOz ($\phi=0$) en ne vous servant que de la différence de phase calculée sous 3. Vérifier avec la fonction réseau établie sous 1. Esquisser les diagrammes de rayonnement du réseau de dipôles dans les plans xOz ($\phi=0^\circ$), xOy ($\theta=90^\circ$) et yOz ($\phi=90^\circ$).**

<p>Fonction de réseau dans le plan xOz</p>	<p>Diagramme du dipôle dans le plan xOz</p>	<p>Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOz</p>
<p>Fonction de réseau dans le plan xOy</p>	<p>Diagramme du dipôle dans le plan xOy</p>	<p>Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOy</p>

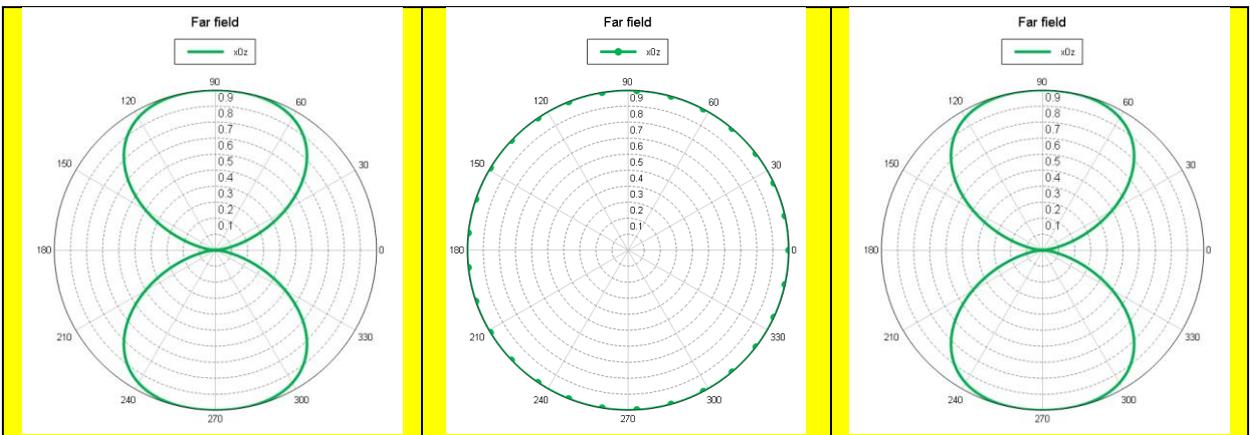
Fonction de réseau dans le plan yOz	Diagramme du dipôle dans le plan yOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan yOz
---------------------------------------	--	--

Dans ce cas : $\Delta = \pi \sin\theta + \pi = \pi(\sin\theta + 1)$ et $FR = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin\theta + \frac{\pi}{2}\right) \right| = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2}(\sin\theta + 1)\right) \right|$

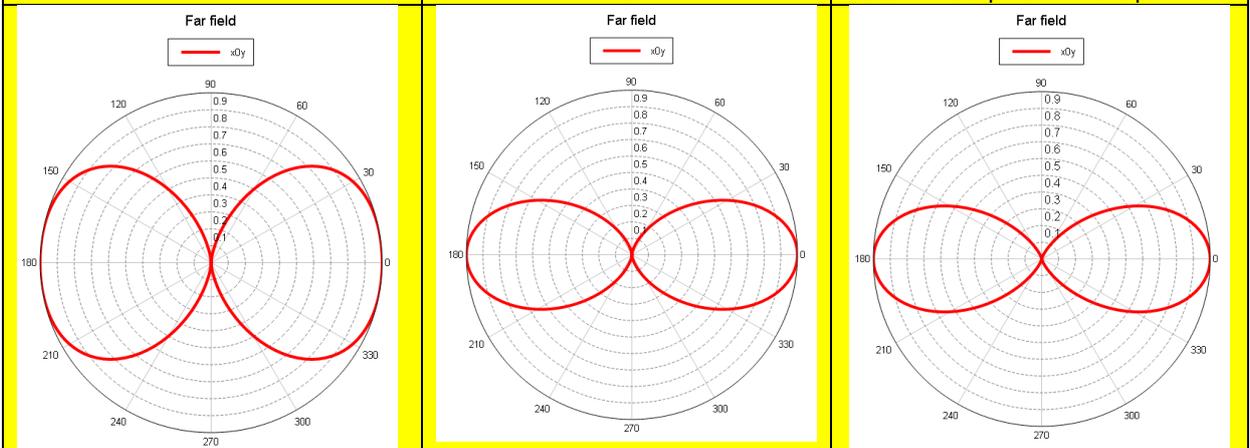
On peut facilement évaluer les différents cas intéressants :

$\theta = 90^\circ \Delta = 2\pi$: Les deux signaux arrivent en phase à l'observateur. Les ondes sont en phase, donc constructives => maximum, idem pour $\theta = -90^\circ$

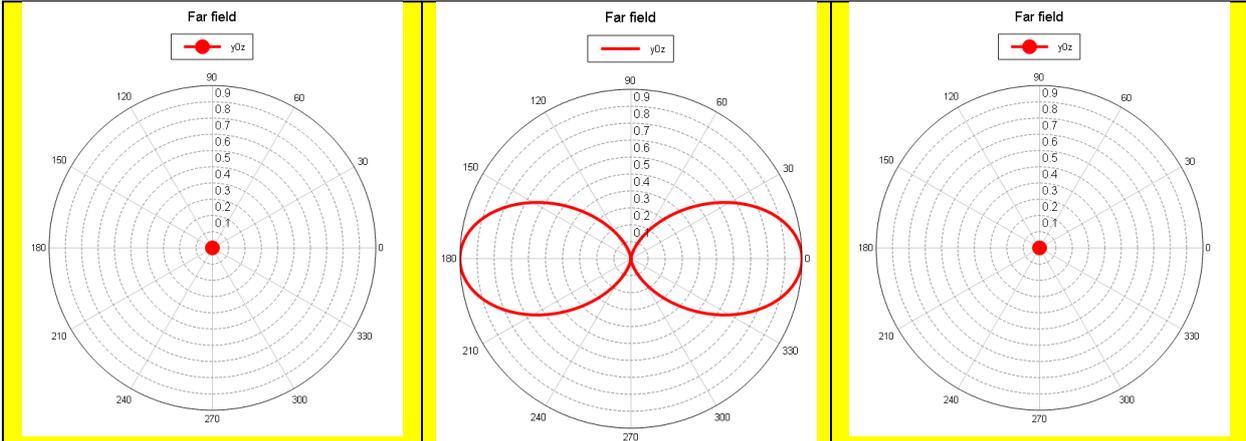
$\theta = 0^\circ \Delta = 180^\circ$: Les ondes sont en opposition de phase, donc destructives => zéro, idem pour $\theta = -180^\circ$



Fonction de réseau dans le plan xOz	Diagramme du dipôle dans le plan xOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOz
---------------------------------------	--	--



Fonction de réseau dans le plan xOy	Diagramme du dipôle dans le plan xOy	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOy
---------------------------------------	--	--



Fonction de réseau dans le plan yOz

Diagramme du dipôle dans le plan yOz

Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan yOz

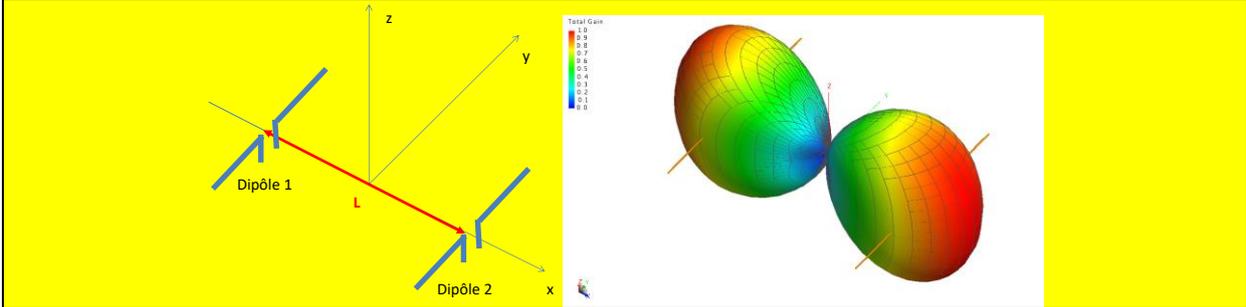


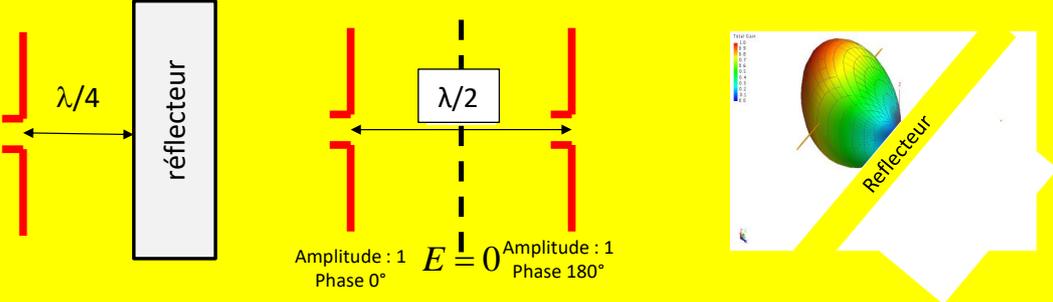
Diagramme de rayonnement 3D

Exemple d'application : antenne d'une station de base

L'antenne unitaire d'une station est typiquement une antenne dipôle associée à un plan réflecteur métallique avec une distance de $\lambda/4$ entre les deux. On peut calculer le diagramme de rayonnement en appliquant le principe des images.



Principe des images:
Réseau de 2 antennes alimentées en opposition de phase



6. Dans le cas de la configuration 2, mais avec $L = \lambda_0, \alpha = 0$, esquisser la fonction réseau dans le plan xOz ($\phi=0^\circ$) en ne vous servant que de la différence de phase calculée sous 3. Vérifier avec la fonction réseau établie sous 1. Esquisser les diagrammes de rayonnement du réseau de dipôles dans les plans xOz ($\phi=0^\circ$), xOy ($\theta=90^\circ$) et yOz ($\phi=90^\circ$).

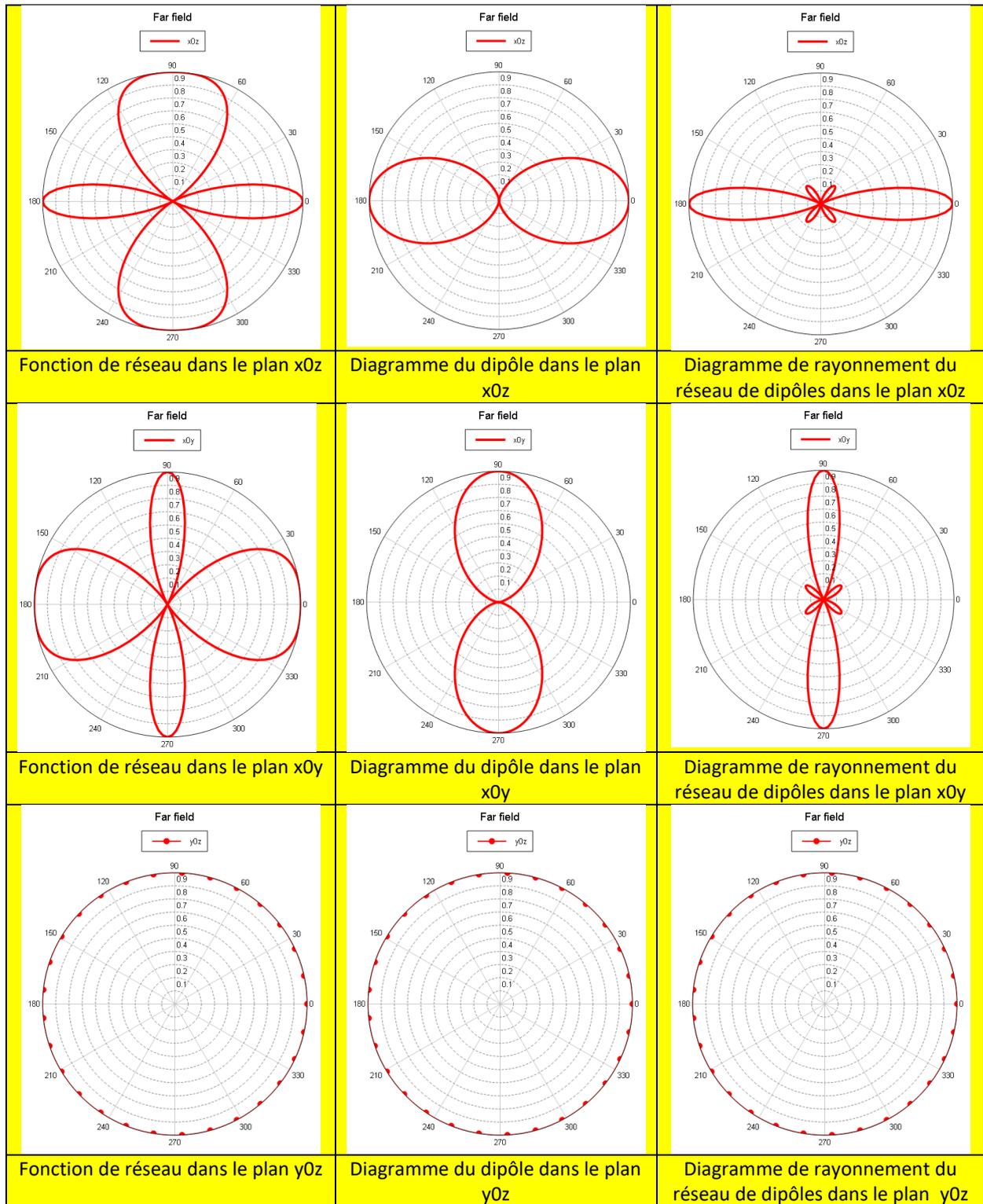
Fonction de réseau dans le plan xOz	Diagramme du dipôle dans le plan xOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOz
Fonction de réseau dans le plan xOy	Diagramme du dipôle dans le plan xOy	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan xOy
Fonction de réseau dans le plan yOz	Diagramme du dipôle dans le plan yOz	Diagramme de rayonnement du réseau de dipôles dans le plan yOz

Dans ce cas : $\Delta = 2\pi \sin\theta$ et $FR = |\cos(\pi \sin\theta)|$

On peut facilement évaluer les différents cas intéressants :

$\Delta = 0^\circ$ pour $\theta = 0^\circ, \theta = 90^\circ, \theta = 180^\circ, \theta = 270^\circ$: Les deux signaux arrivent en phase à l'observateur. Les ondes sont en phase constructives => maximum

$\Delta = -180^\circ$ pour $\theta = 30^\circ, \theta = 150^\circ, \theta = 210^\circ$ et $\theta = 330^\circ$: Les ondes sont en opposition de phase donc destructives => zéro de rayonnement



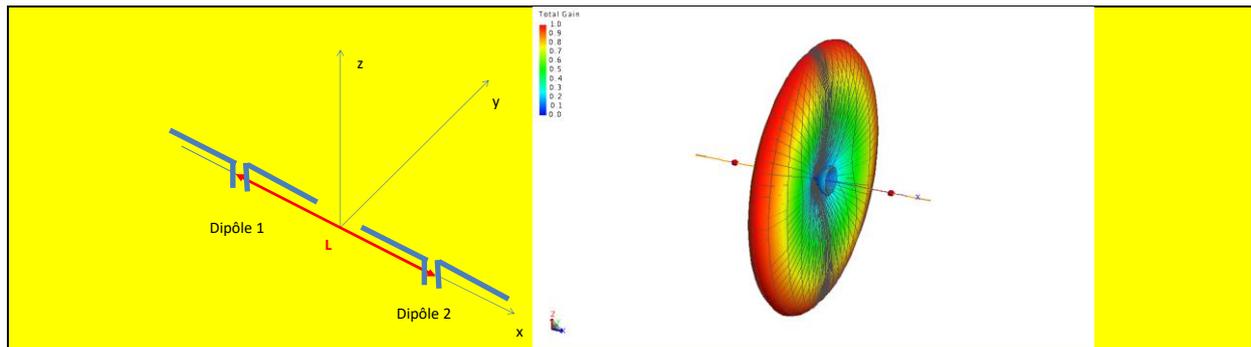


Diagramme de rayonnement 3D

Exemple: émetteur FM sur un pylône

La mise en réseau avec cette configuration permet d'avoir un rayonnement omnidirectionnel dans le plan azimutal et un rayonnement directionnel dans le plan élévation.

