

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} \\ \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\theta r} + \sigma_{r\theta}}{r} \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} \end{pmatrix}$$

qui donne avec $\boldsymbol{\sigma} = Q \begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$: $\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{Q}{r} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ 2\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$

Sur r $\iiint \frac{Q}{r} (-\sin\theta) \cdot r \, d\theta \cdot dr \cdot dz \cdot \vec{u}_r = -Q \iiint \sin\theta \, d\theta \, dr \, dz (\cos\theta \vec{u}_x + \sin\theta \vec{u}_y)$

L'intégrale en x donne 0 et en y : $-Q\pi RH$

Sur θ $\iiint \frac{Q}{r} (2\cos\theta) \cdot r \, d\theta \cdot dr \cdot dz \cdot \vec{u}_\theta = 2Q \iiint \cos\theta \, d\theta \, dr \, dz (-\sin\theta \vec{u}_x + \cos\theta \vec{u}_y)$

L'intégrale en x donne 0 et en y : $2Q\pi RH$

Au total $+Q\pi RH \vec{u}_y$

Vecteur $d\vec{S} = R \, d\theta \, dz \vec{u}_r = dS \vec{u}_r$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot d\vec{S} = Q \begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} dS = Q \cos\theta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} dS = Q \cos\theta \vec{u}_\theta \, dS$$

$$\iint Q \cos\theta R \, d\theta \, dz (-\sin\theta \vec{u}_x + \cos\theta \vec{u}_y)$$

L'intégrale en x donne 0 et en y : $Q\pi RH \vec{u}_y$