

Un promoteur (séquence promotrice) est une région sur l'ADN, située à proximité d'un gène, qui contient des sites de fixation permettant l'attachement de différents types de molécules. Considérons un modèle simple de promoteur contenant un seul site de fixation. Sur ce site on peut attacher un répresseur R ou une molécule d'ARN polymérase P (il est impossible d'attacher les deux en même temps, donc c'est ou l'une, ou l'autre). Les affinités des molécules R et P pour l'ADN sont caractérisées par des énergies d'attachement ϵ_R, ϵ_P , respectivement (l'énergie d'attachement est définie en tant que diminution de l'énergie totale du système suite à l'attachement). On suppose que le promoteur fonctionne, c'est à dire qu'il déclenche la production de l'ARN avec un taux m , uniquement lorsque la polymérase est attachée au site de fixation (le taux est nul sinon).

- 1) Combien d'états sont accessibles à ce système et quelles sont les énergies correspondantes?
- 2) Calculer la fonction de partition Z du promoteur en utilisant l'ensemble canonique à température T .
- 3) Calculer les probabilités p_i que le système se trouve dans l'état i à l'équilibre et à température T (on utilisera toujours l'ensemble canonique).
- 4) Calculer le taux moyen de production de l'ARN à l'équilibre et à la température T .

On considère désormais qu'une bactérie contient un nombre n de tels promoteurs (chacun à un seul site), qui fonctionnent indépendamment. On assimile la bactérie à un réservoir de particules. Les potentiels chimiques du répresseur et de la polymérase sont μ_R et μ_P . La fonction de partition grand-canonique est :

$$\Xi(T, \mu_P, \mu_R) = \sum e^{-\beta(E - \mu_P n_P - \mu_R n_R)}$$

où n_R, n_P sont les nombres de promoteurs occupés par une molécule de répresseur ou par une molécule de polymérase, respectivement.

- 5) Calculer la fonction de partition grand-canonique du système.

En déduire la fraction moyenne de promoteurs occupés par la polymérase. Rappel : $\langle n_P \rangle = -\frac{\partial J}{\partial \mu_P}$ avec $J = -kT \ln \Xi$.

- 6) Calculer le taux moyen de production de l'ARN.

1. ?

Ex Proportion sur ADN

$$2. z = e^{-\beta(\epsilon_r + \epsilon_p)}$$

$$3. \frac{e^{-\beta(\epsilon_r)}}{e^{-\beta(\epsilon_r + \epsilon_p)}} = P(\epsilon_r)$$

$$\frac{e^{-\beta(\epsilon_p)}}{e^{-\beta(\epsilon_r + \epsilon_p)}} = P(\epsilon_p)$$

$$4. m = P(\epsilon_r) \times 1 + P(\epsilon_p) \times 0 = P(\epsilon_r)$$

↓
site de fixation

$$5. \begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} = \sum e^{-\beta(\epsilon - \mu_p \hat{n}_p - \mu_r \hat{n}_r)}$$

$$T = -kT \ln \left(\begin{matrix} \square \\ \square \end{matrix} \right) = \frac{kT}{\beta} (\epsilon - \mu_p \hat{n}_p - \mu_r \hat{n}_r)$$

$$\langle n_p \rangle = -\frac{\partial T}{\partial \mu_p} = \square n_p$$

6. ?