

2003

## ANTENNES

TABLE DE MATIÈRES.

1. RADIATION. . . . .	1
1.1. Champ électrique créé par une charge. . . . .	1
1.2. Radiation d'une charge en mouvement harmonique. . . . .	2
1.3. Radiation d'un élément de courant. . . . .	4
1.4. Radiation d'un dipôle électrique. . . . .	5
2. ANTENNES NON RÉSONNANTES. . . . .	6
2.1. Champ rayonné par une ligne adaptée. . . . .	6
2.2. Antennes rhombiques ou losanges. . . . .	8
3. ANTENNES RÉSONNANTES. . . . .	10
3.1. Dipôle élémentaire. . . . .	10
3.2. Diagramme de rayonnement. . . . .	11
3.3. Gain de l'antenne. . . . .	12
3.4. Dipôle court. . . . .	12
3.5. Dipôle $\frac{\lambda}{2}$ . . . . .	15
4. ANTENNES EN RÉCEPTION. . . . .	19
4.1. Schéma équivalent d'une antenne en réception. . . . .	19
4.2. Longueur effective. Puissance maximum disponible. Surface effective. . . . .	21
5. RÉSEAUX D'ANTENNES. . . . .	22
5.1. Rayonnement d'une paire d'antennes. . . . .	22
5.2. Largeur du lobe à demi-puissance. . . . .	24
5.3. Réseaux d'antennes avec déphasage. . . . .	24
5.4. Rayonnement d'un ensemble linéaire de sources équi-espacées. . . . .	27
5.5. Réseau linéaire avec déphasage. . . . .	28
5.6. Réseaux bidimensionnels. . . . .	29
6. AUTRES ASPECTS DES ANTENNES. . . . .	30
6.1. Effet de terre. . . . .	30
6.2. Antennes quart d'onde ou $\frac{\lambda}{4}$ . . . . .	31
6.3. Adaptation d'impédance. . . . .	31
6.4. Équilibrage. . . . .	32
7. INTERACTION ENTRE ANTENNES. . . . .	33
7.1. Impédance mutuelle et interaction. . . . .	33
8. QUELQUES EXEMPLES D'ANTENNES. . . . .	36
8.1. Dipôle $\frac{\lambda}{2}$ avec surface réfléchissante. . . . .	36
8.2. Réflecteur d'angle. . . . .	37
8.3. Antennes comportant des éléments parasites. Antennes Uda-Yagi. . . . .	37
8.3.1. Antenne comportant un élément parasite <i>DIRECTEUR</i> . . . . .	37
8.3.2. Antenne comportant un élément parasite <i>RÉFLECTEUR</i> . . . . .	39
8.3.3. Antenne <i>YAGI</i> à trois éléments. . . . .	40
8.4. Antennes paraboliques. . . . .	44
8.5. Antennes cornets. . . . .	44
8.6. Antennes à fentes. . . . .	44
BIBLIOGRAPHIE. . . . .	46

# 1. RADIATION.

## 1.1. Champ électrique crée par une charge électrique.

Le champ électrique crée par une charge électrique  $q$  est:

$$\vec{E} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{\vec{e}_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{\vec{e}_{r'}}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{e}_{r'}) \right]$$

Mode d'emploi:

$\vec{e}_{r'}$  est le vecteur unitaire qui va du point d'observation (là où l'on mesure le champ électrique  $\vec{E}$ ) au point où se trouvait la charge électrique au  $\frac{r'}{c}$  secondes avant la mesure. Ceci sert à tenir compte de ce que les perturbations électromagnétiques se propagent à la vitesse de la lumière  $c$ .

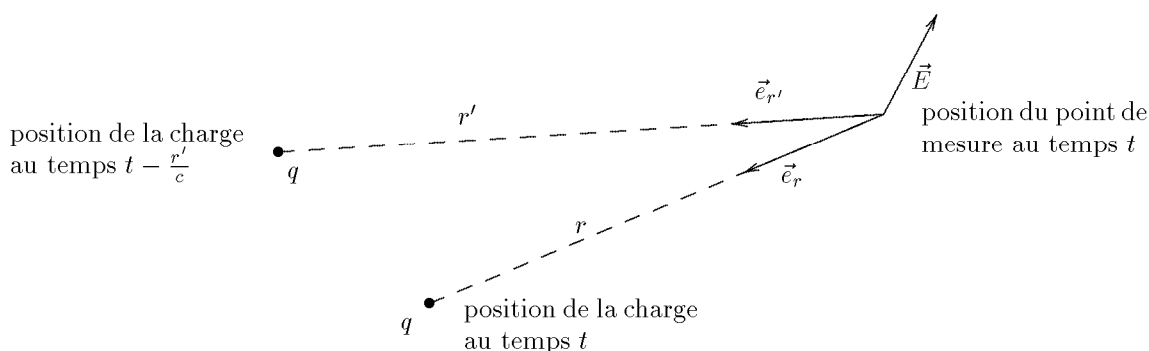


Figure 1.1. Champ électrique produit par une charge électrique en mouvement.

Pour utiliser la formule, le plus simple est de calculer les différents termes au temps  $t_1$  puis écrire que le champ électrique obtenu sera celui observé au temps  $t_1 + \frac{r'}{c}$ . Ou bien, simplement on remplace  $t$  par  $t - \frac{r'}{c}$ .

Examinons les trois termes de la formule:

- Le premier:  $\frac{\vec{e}_{r'}}{r'^2}$  n'est autre chose que le champ électrostatique avec la correction de  $r'$ , c'est-à-dire que l'on observe le champ avec un retard de  $\frac{r'}{c}$  secondes, du fait de la vitesse finie de propagation des perturbations.
- Le second terme:  $\frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left( \frac{\vec{e}_{r'}}{r'^2} \right)$  est appelé champ de transition. Il est proportionnel à la vitesse de la charge et, comme le champ électrostatique, à l'inverse du carré de la distance. Ce champ ne crée pas d'onde électromagnétique. Il contribue néanmoins à l'énergie totale du champ créé par la charge. Il ne nous intéresse pas dans le cadre de la radiation électromagnétique et nous n'en parlerons plus.
- Le troisième terme:  $\frac{d^2}{dt^2} (\vec{e}_{r'})$  est le champ de radiation. Nous verrons qu'il varie en  $\frac{1}{r}$  et c'est lui qui donne naissance à l'onde électromagnétique. Il est créé si et seulement si la charge est accélérée.

Une charge électrique émet une onde électromagnétique si et seulement si elle est accélérée.

Il faut bien noter que pour que quelque chose soit accéléré il faut que le vecteur vitesse change avec le temps. Il faut donc que le module ou la direction de la vitesse (ou les deux) changent avec le temps. En particulier une particule chargée qui décrit des cercles dans un champ magnétique ou électrique voit sa vitesse, constante en module, changer de direction, elle est donc accélérée et émet de la radiation (cf. radiation du synchrotron). Les électrons dans un atome n'émettent pas de radiation simplement parce qu'ils ne tournent pas autour du noyau (malgré M. Bohr).

Dans la suite de ce fascicule, nous ne nous intéresserons qu'au troisième terme et nous écrirons:

$$\vec{E} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{c}_{r'}) = \frac{-q\mu_0}{4\pi} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{c}_{r'}) = -q 10^{-7} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{c}_{r'})$$

mais il ne faut pas oublier que ceci n'est qu'un des termes du champ produit par la charge.

## 1.2. Radiation d'une charge en mouvement harmonique.

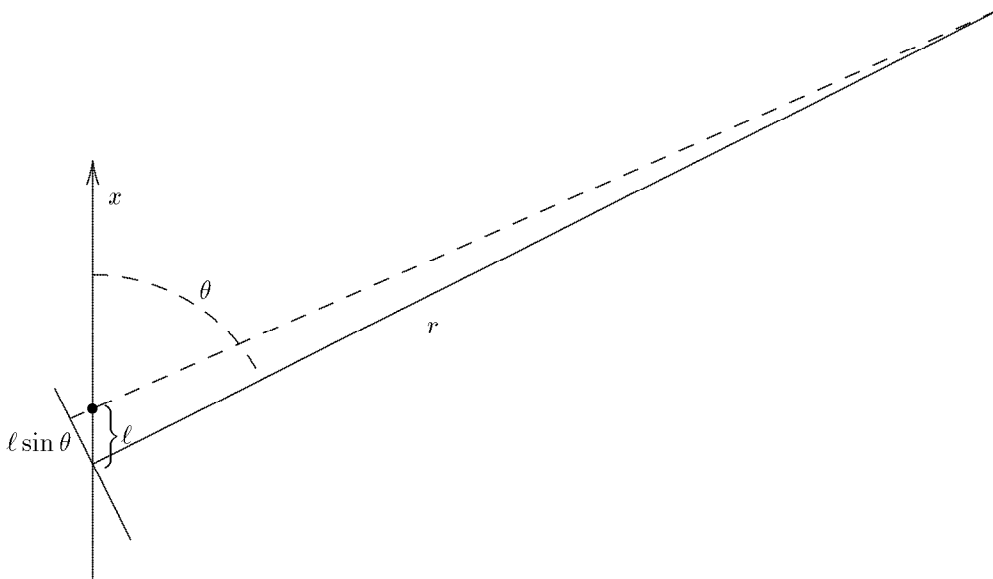


Figure 1.2. Champ électrique produit par une charge en mouvement sinusoïdal.

La charge se meut dans l'axe  $x$  avec un mouvement harmonique d'amplitude  $\ell_0$  et de pulsation  $\omega$ :

$$\ell = \ell_0 e^{j\omega t}$$

Nous limitons le calcul à des points situés à des distances  $r \gg \ell_0$ , ce qui permet des simplifications.

Si  $r \gg \ell_0$  nous pouvons approcher la trajectoire décrite par l'extrémité de  $\vec{e}_r$  à une droite. Dans ce cas les variations de  $\vec{e}_r$  seront perpendiculaires au vecteur  $\vec{r}$  et les variations de  $d\vec{e}_r$  seront aussi perpendiculaires à  $\vec{r}$ . Le champ électrique sera donc parallèle au plan du dessin et perpendiculaire au vecteur  $\vec{r}$ . Maintenant occupons-nous des amplitudes:

$$\frac{de_r}{e_r} = \frac{ds}{\sqrt{s^2 + r^2}} = \frac{ds}{r} \quad (\text{si } r \gg s)$$

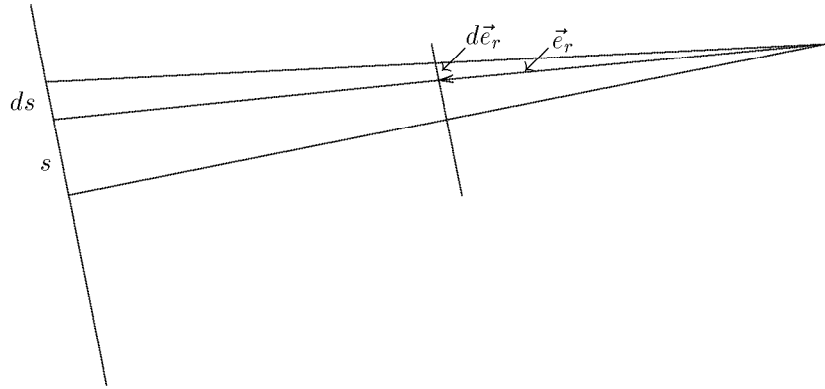


Figure 1.3. Comme les angles sont petits,  $d\vec{e}_r$  est à peu près perpendiculaire à  $\vec{e}_r$  et à  $r$ .

comme  $|e_r| = 1$ ,

$$de_r = \frac{d(\ell_0 \sin \theta e^{j\omega t})}{r}$$

$$\frac{d^2 e_r}{dt^2} = -\frac{\omega^2 \ell_0 \sin \theta e^{j\omega t}}{r}$$

On introduit le retard pour le calcul du champ électrique en remplaçant  $t$  par  $t - \frac{r'}{c}$ , mais comme  $r' \simeq \text{constante} = r$ :

$$E_\theta = \frac{q \sin \theta \omega^2 \ell_0}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} e^{j\omega(t - \frac{r}{c})} \quad (\text{pour } r \gg \ell_0)$$

où l'indice  $\theta$  indique que le champ a la direction du vecteur unitaire  $\vec{\theta}$  (en coordonnées sphériques).

Nous pouvons constater que le champ varie en  $\frac{1}{r}$  comme se doit de le faire une onde électromagnétique et que le champ est maximum pour  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ , c'est-à-dire dans la direction perpendiculaire à l'accélération. Il est nul pour  $\theta = n\pi$ , c'est-à-dire dans le sens de l'accélération. Ceci est vrai dans le cas général et non seulement pour le cas particulier étudié. La raison est que l'on "voit mieux" le mouvement ou l'accélération quand on est placé "de travers" à chacun des mouvements respectivement.

Nous pouvons maintenant calculer la puissance émise par la particule. Pour cela, nous utiliserons le fait que le champ émis est sinusoïdal. Il faudra néanmoins intégrer sur une sphère de rayon  $r \gg \ell_0$  car la puissance émise n'est pas isotrope (dans la direction  $x$ ,  $-x$  l'on n'émet rien).

$$\frac{P}{S} = c\varepsilon_0 E_{eff}^2 = \frac{c\varepsilon_0}{2} E_{max}^2 \quad \frac{W}{m^2}$$

$$E_{max} = \frac{q\omega^2 \ell_0 \sin \theta}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{q^2 \omega^4 \ell_0^2 \sin^2 \theta}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 c^4 r^2}$$

Il faut intégrer sur la surface d'une sphère de rayon  $r$ :

$$P = \int \frac{P}{S} ds$$

$$ds = 2\pi r \sin \theta r d\theta = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

$$P = \int_0^\pi \frac{P}{S} 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

$$P = \frac{q^2 \omega^4 \ell_0^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 c^3 r^2} 2\pi r^2 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$$

Comme l'intégrale vaut  $\frac{4}{3}$ :

$$P = \frac{q^2 \omega^4 \ell_0^2}{12\pi \varepsilon_0 c^3} \text{ Watts}$$

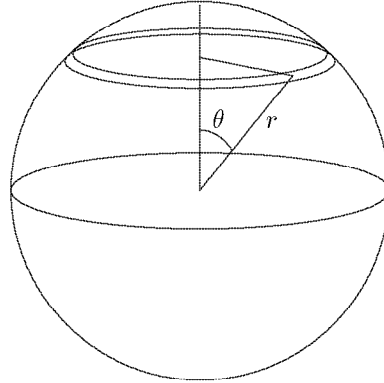


Figure 1.4. On choisit un différentiel de surface de premier ordre dans lequel le champ a la même valeur.

### 1.3. Radiation d'un élément de courant.

Même géométrie que dans l'exemple précédent. Un élément de charge  $dQ$  se déplace le long de l'axe  $x$  avec un mouvement quelconque (Voir figure 1.5).

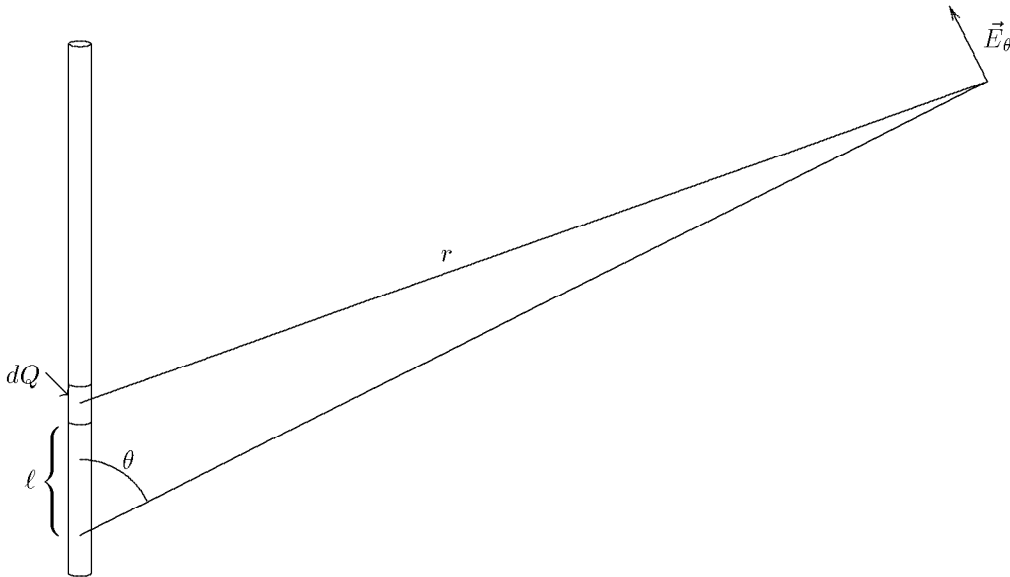


Figure 1.5. Champ électrique produit par les charges  $dQ$  d'un élément de longueur  $d\ell$  d'un conducteur.

$$\frac{de_r}{e_r} = \frac{\sin \theta d\ell}{r}$$

$$dE_1 = \frac{-dQ}{4\pi \varepsilon_0 c^2} \frac{d^2 e_r}{dt^2} = \frac{-dQ}{4\pi \varepsilon_0 c^2} \frac{\sin \theta}{r} \frac{d^2 \ell}{dt^2}$$

Attention:  $dE_1$  est le champ qui se produira au point d'observation  $\frac{r}{c}$  secondes plus tard.

Si  $\frac{dQ}{dt}$  est la densité linéaire de charge qui se déplace sur le conducteur (par exemple la densité d'électrons libres dans un conducteur multipliée par la section du fil), nous pouvons admettre que cette densité est constante sur tout le fil. Avec ceci nous pouvons relier  $\frac{dQ}{dt}$  avec le courant:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dl} \frac{dl}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dQ}{dl} \frac{d^2l}{dt^2}$$

donc:

$$\frac{d^2l}{dt^2} = \frac{1}{\frac{dQ}{dl}} \frac{dI}{dt}$$

$$dE_1 = \frac{-dQ \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{\frac{dQ}{dl}} \frac{dI}{dt} = \frac{-dl \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{dI}{dt}$$

Comme précédemment, la direction de  $E_1$  est perpendiculaire à  $\vec{r}$ . Il ne reste que la correction du temps:

$$dE_\theta \left( t + \frac{r}{c} \right) = \frac{-dl \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{dI}{dt}$$

Seuls les courants qui varient avec le temps produisent des ondes électromagnétiques.

## 1.4. Radiation d'un dipôle électrique.

On peut imaginer un dipôle électrique comme deux charges  $q_1$  et  $q_2 = -q_1$  séparées par une distance  $\delta L$  (très petite par rapport à la distance de l'observateur). Ce dipôle peut être oscillant: soit que  $q_1 = \frac{q_0}{2} \cos \omega t$  et  $q_2 = \frac{-q_0}{2} \cos \omega t$  ou soit que  $\delta L = \delta L_0 \cos \omega t$  (le résultat est le même). Calculons le champ produit par un tel dipôle. Si  $q_1 = \frac{q_0}{2} \cos \omega t$  et  $q_2 = \frac{-q_0}{2} \cos \omega t$ , le courant qui circule entre les deux centres est  $I = \frac{dq}{dt}$ .

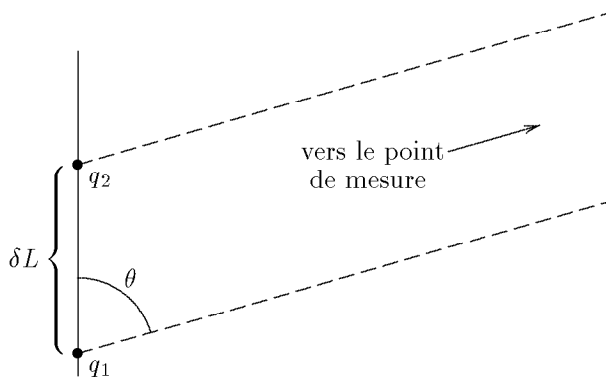


Figure 1.6. Champ produit par un dipôle électrique.

$$I = j\omega q_0 e^{j\omega t}$$

$$dI = -\omega^2 q_0 e^{j\omega t}$$

$$dE_\theta = \frac{-\delta L}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{\sin \theta}{r} (-\omega^2) q_0 e^{j\omega(t - \frac{r}{c})}$$

$$dE_\theta = \frac{-\delta L q_0 k^2 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r} e^{j\omega(t - kr)}$$

Cette formule n'est valable que pour  $\delta L \ll \lambda \ll r$ .

## 2. ANTENNES NON RÉSONNANTES.

### 2.1. Champ rayonné par une ligne adaptée.

En général, la longueur des conducteurs utilisés comme antenne ne peut pas être considérée comme très petite devant  $\lambda$ . De ce fait, le champ résultant sera la somme des champs produits par chacun des éléments de courant  $dI$  de l'ensemble des conducteurs. Pour faire cette somme il faudra tenir compte du déphasage entre les différents courants et du déphasage dû aux différentes distances que les ondes élémentaires doivent parcourir pour arriver à un même point de l'espace.

Dans tout ce qui suit on considérera que les courants sont sinusoïdaux, que l'émission se passe dans le vide (ou dans l'air  $\varepsilon_r \simeq 1$ ) et que le plan de masse (la terre) est suffisamment éloigné pour pouvoir l'ignorer. On négligera l'effet des fils d'alimentation des antennes... et bien d'autres choses.

Les antennes non résonnantes sont des antennes dans lesquelles le signal se propage dans une seule direction dans les différents conducteurs qui forment l'antenne. On obtient ceci en adaptant les extrémités libres des conducteurs par des résistances de charge adéquates.

Considérons un fil de longueur  $L$  alimenté à une extrémité et fermé à l'autre par son impédance caractéristique.



Figure 2.1. La ligne est terminée par son impédance caractéristique.

Ce fil constitue une ligne de transmission dont les vitesses de phase et de groupe sont égales à  $c$ . S'il n'y a pas de pertes ni de radiation, le courant le long du fil est

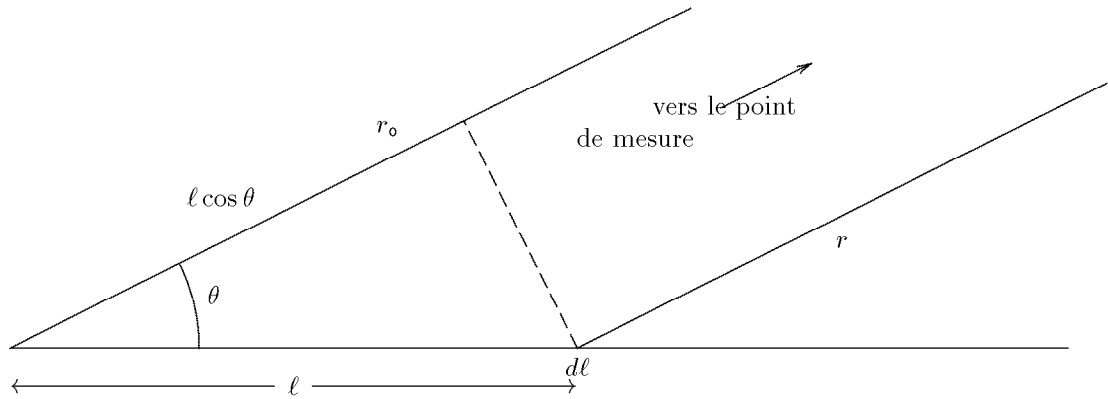
$$I = I_0 e^{j(\omega t - k\ell)}$$

Si la ligne a des pertes ou si le fil émet de la puissance (et c'est le cas) le courant diminuera à mesure que l'on s'éloigne de la source.

À partir d'ici, on commence à faire une approximation qui soulève le cœur: nous ferons les calculs en supposant que  $I_0$  est constant, alors que nous savons que ce n'est pas le cas. La justification d'un tel procédé est que, bien que les résultats ne soient pas exacts, ils ne sont finalement pas trop mauvais. D'autre part, le calcul analytique en tenant compte des pertes dues à la radiation est impossible. Seules les méthodes numériques permettent de le faire. Acceptons donc ces approximations en sachant que la perte en exactitude est très largement compensée par le gain en simplicité.

Comme nous l'avons déjà dit, nous limiterons nos calculs à des points situés très loin des antennes (distance grande par rapport à  $\lambda$  et aux dimensions des antennes).



Figure 2.2. Le point situé à  $\ell$  est plus proche du point d'observation, mais le courant à cet endroit est en retard.

$$dE_{\theta} = \frac{-d\ell \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{dI}{dt}$$

$$dE_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 d\ell \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - k\ell)}$$

dans la dernière formule le temps n'est pas encore retardé. Pour tenir compte du retard il faut remplacer  $t$  par  $t - \frac{r}{c}$ . Mais  $r = r_0 - \ell \cos \theta$

$$dE_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 d\ell \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j[\omega(t - \frac{r_0 - \ell \cos \theta}{c}) - k\ell]}$$

$$dE_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 d\ell \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr_0)} e^{-jk\ell(1 - \cos \theta)}$$

$$E_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr_0)} \int_0^L e^{-jk\ell(1 - \cos \theta)} d\ell$$

Pour une fois ce n'est pas difficile à intégrer:

$$E_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr_0)} \frac{e^{-jkL(1 - \cos \theta)} - 1}{-jk(1 - \cos \theta)}$$

Si l'on ne s'intéresse qu'à l'amplitude du champ (la phase n'est pas très intéressante) on peut triturer l'expression:

$$E_{\theta} = \frac{-j\omega I_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr_0)} e^{-j\frac{1}{2}kL(1 - \cos \theta)} L \frac{e^{j\frac{1}{2}kL(1 - \cos \theta)} - e^{-j\frac{1}{2}kL(1 - \cos \theta)}}{2j\frac{1}{2}kL(1 - \cos \theta)}$$

$$|E_{\theta}| = \frac{\omega I_0 L \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{\sin \left[ \frac{kL(1 - \cos \theta)}{2} \right]}{\frac{kL(1 - \cos \theta)}{2}}$$

La valeur du champ (et donc la puissance) dépend de l'angle: l'émission n'est pas isotrope. La forme du diagramme d'émission est plus ou moins compliquée, mais on peut voir que:

- Pour  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi$ , c'est-à-dire, dans la direction du fil, l'émission est nulle.
- le dernier facteur est de la forme  $\frac{\sin x}{x}$ . On aura donc une série de maxima et des zéros pour différentes valeurs de l'angle  $\theta$ . En regardant le dernier terme on serait tenté de dire que le premier maximum a lieu pour  $\theta = 0$ . Ce n'est pas le cas à cause du  $\sin \theta$  de gauche. Le premier maximum a lieu entre  $\theta = 0$  et le premier zéro du terme en  $\frac{\sin x}{x}$ .

Dans les figures suivantes on peut voir quelques exemples de diagrammes d'émission pour différentes valeurs de  $L$ , et même pour un cas avec des pertes.

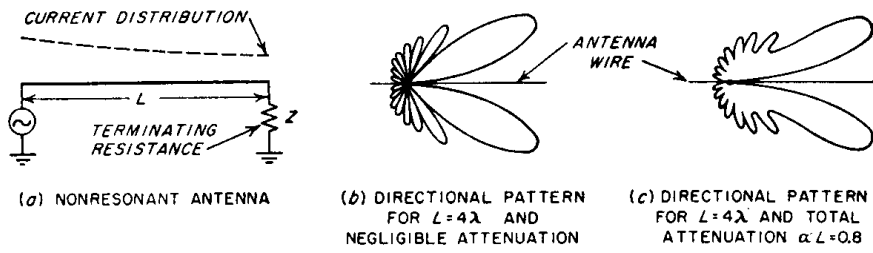


FIG. 23-7. Nonresonant antenna, together with typical directional patterns.

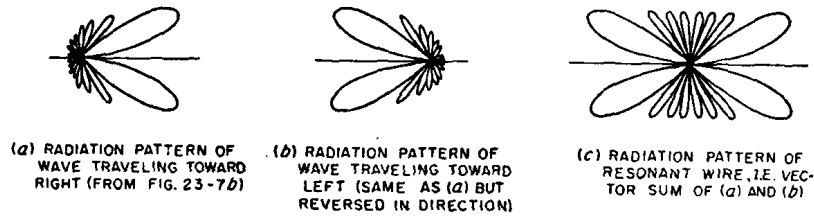


FIG. 23-8. Relationship between the directional pattern obtained when the current distribution on a wire is nonresonant and resonant, respectively. These diagrams are idealized by assuming zero losses, and are for a wire length of four wavelengths.

Figure 2.3. Quelques exemples de diagramme de rayonnement d'une ligne.

## 2.2. Antennes rhombiques ou losanges.

Un fil, tel que nous venons de le décrire, n'est pas intéressant car le diagramme de radiation ressemble à celui d'une lampe de poche de mauvaise qualité: un cercle de lumière autour du centre non éclairé.

Par contre en disposant quatre fils en losange (rhombe) de dimensions et "aplatissement" convenable, on peut obtenir que les émissions des quatre branches se renforcent dans l'axe du rhombe et qu'elles se compensent partiellement dans les autres directions.

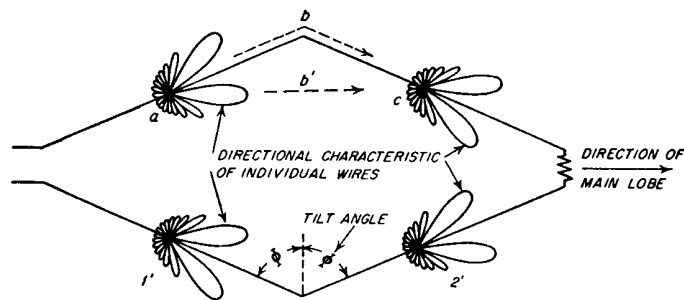


FIG. 23-15. Rhombic antenna, together with radiation patterns of the individual legs.

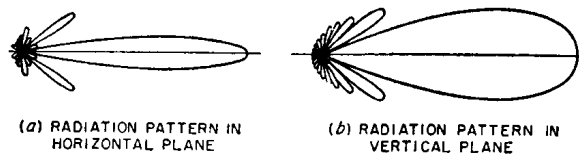


FIG. 23-16. Directional characteristic of a horizontal rhombic antenna in free space for which the leg length is  $6\lambda$  and  $\phi = 67.9^\circ$ .

Figure 2.4. Antennes losange et leurs diagrammes de rayonnement.

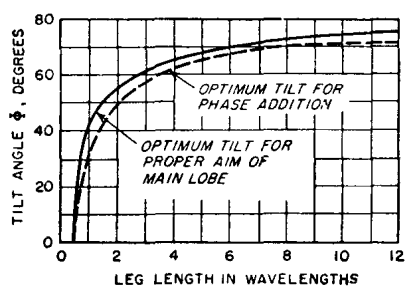


FIG. 23-17. Optimum tilt angles for rhombic antennas in free space (assuming zero attenuation).

Figure 2.5. Caractéristiques des antennes losange suivant la longueur et l'angle d'aplatissement.

Ce type d'antenne présente l'avantage de conserver la "directivité" dans une grande gamme de fréquence. Par contre une partie importante de la puissance est perdue dans la résistance d'adaptation (typiquement 35 à 50%).

### 3. ANTENNES RÉSONNANTES.

Dans les antennes dites résonnantes, on alimente un ou deux conducteurs ouverts à leur extrémité. De ce fait une partie du signal est réfléchi, et l'antenne se comporte comme un circuit résonnant, avec des pertes. Ces pertes sont dues à la puissance rayonnée en plus des pertes normales dues à l'effet Joule dans les conducteurs. Nous ignorerons ces dernières.

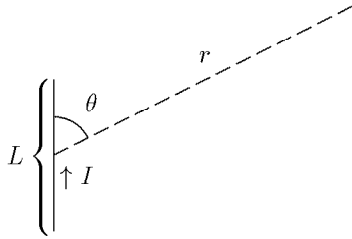
#### 3.1. Dipôle élémentaire.

Le dipôle élémentaire est simplement un petit conducteur (petit devant  $\lambda$ ) parcouru par un courant sinusoïdal:

$$I = I_0 e^{j\omega t}$$

Il faut bien remarquer qu'un tel dipôle élémentaire n'est pas réalisable en pratique: il faut bien que le courant qui le parcourt vienne et aille quelque part, mais si l'on relie ses extrémités à des fils, ils rayonneront aussi. Le dipôle élémentaire est une abstraction mathématique qui peut être utile dans d'autres calculs.

Pour calculer le champ électrique de l'onde électromagnétique produit par un dipôle élémentaire il suffit de remplacer la dérivée temporelle du courant dans la formule du champ produit par un élément de courant et de faire la correction du retard:



$$\frac{dI}{dt} = j\omega I_0 e^{j\omega t}$$

$$E_\theta = \frac{-L \sin \theta I_0}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} j\omega e^{j\omega t}$$

On introduit le retard:

$$E_\theta = \frac{-j\omega L \sin \theta I_0}{4\pi \varepsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)}$$

Figure 3.1. Dipôle élémentaire. Le courant est constant dans toute la longueur  $L$ .

On peut faire apparaître  $\lambda$ :

$$E_\theta = \frac{-j \sin \theta I_0 L}{2\varepsilon_0 c r} \frac{1}{\lambda} e^{j(\omega t - kr)}$$

Nous pouvons calculer la puissance rayonnée par ce dipôle. Comme précédemment il faut intégrer sur une sphère de rayon  $r$ :

$$\frac{P}{S} = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{\sin^2 \theta I_0^2}{4\varepsilon_0^2 c^2 r^2} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

$$ds = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

$$P = \frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{2\pi r^2 I_0^2}{4\varepsilon_0^2 c^2 r^2} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{\pi I_0^2}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

$$P = \frac{2\pi I_{eff}^2}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 = 789,7 I_{eff}^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

Comme la puissance dissipée dans une résistance est  $I_{eff}^2 R$ , le générateur (hypothétique) qui alimente le dipôle court voit celui-ci comme une impédance dont la partie réelle série vaut:

$$R_{série} = \frac{2\pi}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 = 789,7 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

Cette valeur est appelée **résistance de rayonnement**.

Il faut bien remarquer que ceci ne concerne que la partie réelle de l'impédance. La partie imaginaire n'est pas calculable aussi simplement.

### 3.2. Diagramme de rayonnement.

Nous avons déjà mentionné le diagramme de rayonnement dans le calcul du rayonnement des antennes non résonnantes. Examinons plus en détail la distribution de la puissance en fonction de l'orientation par rapport à l'antenne.

Dans le cas du dipôle élémentaire que nous venons de calculer:

$$|E_\theta| = Cte_1 \frac{\sin \theta}{r}$$

La puissance par unité de surface émise sera aussi:

$$\frac{P}{S} = Cte_2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$$

Le lieu géométrique des points pour lesquels  $\frac{P}{S}$  est constant est le diagramme de rayonnement. Ce sont des surfaces que l'on pourrait appeler des surfaces iso-puissance-par-unité-de-surface, mais le terme n'est pas employé. Il est facile de démontrer que cette surface, dans le cas du dipôle élémentaire, est un tore dont le diamètre du trou central est réduit à zéro:

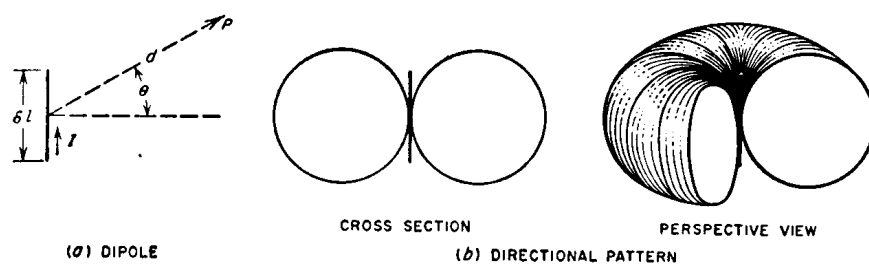


FIG. 23-1. Elementary doublet antenna consisting of a length of wire carrying a current  $I$ , together with directional patterns.

Figure 3.2 Diagramme de rayonnement du dipôle élémentaire.

### 3.3. Gain de l'antenne.

Le gain d'une antenne, dans une direction donnée, est défini comme le rapport entre la puissance par unité de surface rayonnée dans la direction choisie et la puissance par unité de surface que rayonnerait une antenne (hypothétique) isotrope qui rayonnerait la même puissance totale:

$$G = \frac{\left(\frac{P}{S}\right)_{ant}}{\left(\frac{P}{S}\right)_{iso}}$$

On met tous ces termes au conditionnel car l'antenne isotrope n'existe pas. On peut, à la rigueur, construire un réseau d'antennes dont le rayonnement est presque isotrope.

Quand on parle du gain d'une antenne sans préciser dans quelle direction, il s'agit du gain dans la direction où celui-là est maximum.

Calculons le gain d'un dipôle élémentaire. La meilleure direction est pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

$$|E_{\theta}| = \frac{I_0 L}{2\varepsilon_0 cr \lambda}$$

$$\frac{P}{S} = \frac{c\varepsilon_0}{2} \left(\frac{I_0}{2\varepsilon_0 cr}\right)^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

$$G = \frac{\frac{c\varepsilon_0}{2} \frac{I_0^2}{4\varepsilon_0^2 c^2 r^2} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2}{\frac{\frac{1}{2} I_0^2 R_{série}}{4\pi r^2}} = \frac{\pi}{\varepsilon_0 c R_{série}} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

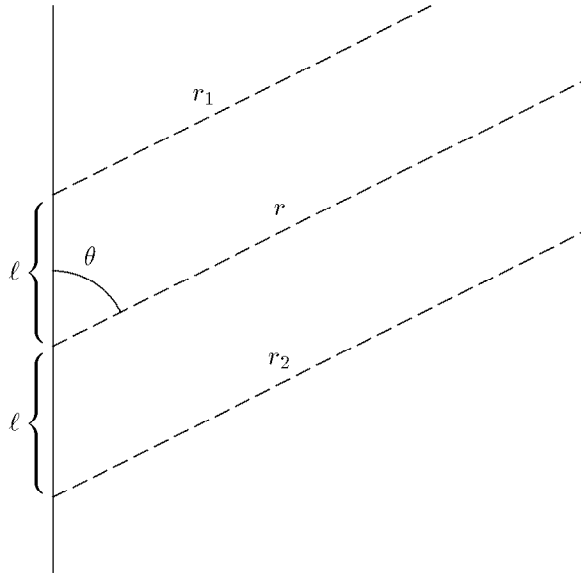
mais

$$R_{série} = \frac{2\pi}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

$$G = \frac{\pi \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2}{\varepsilon_0 c \frac{2\pi}{3\varepsilon_0 c} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2} = 1,5 = 1,76 \text{ dB}$$

### 3.4. Dipôle court.

Avant d'étudier le dipôle court nous allons faire un calcul préalable qui nous facilitera le calcul par la suite. Nous allons calculer le champ produit par deux éléments de courant dans un point situé très loin de ces deux éléments:



Le courant dans chacun des éléments est  $I = I_0 e^{j\omega t}$  et dans le même sens.

$$dE_{\theta_1} = \frac{-dl \sin \theta j\omega I_0}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_1} e^{j(\omega t - kr_1)}$$

$$dE_{\theta_2} = \frac{-dl \sin \theta j\omega I_0}{4\pi\epsilon_0 c^2 r_2} e^{j(\omega t - kr_2)}$$

$$r_1 = r - l \cos \theta$$

$$r_2 = r + l \cos \theta$$

Figure 3.3. Champ produit par deux éléments de courant symétriques. Le courant circule dans le même sens aux deux endroits.

Le champ résultant sera la somme des deux:

$$dE_{\theta} = \frac{-dl \sin \theta j\omega I_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} e^{j(\omega t - kr)} \left( \frac{e^{jkl \cos \theta}}{r_1} + \frac{e^{-jkl \cos \theta}}{r_2} \right)$$

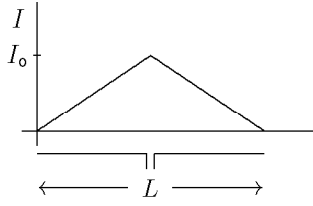
comme  $r_1$  et  $r_2$  figurent en facteurs et qu'ils sont presque égaux à  $r$ , on peut les remplacer par  $r$  et les sortir:

$$dE_{\theta} = \frac{-jdl \sin \theta \omega I_0}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} \cos(kl \cos \theta) e^{j(\omega t - kr)} \quad (3.1)$$

Nous utiliserons ce résultat dans le calcul du dipôle court et du dipôle  $\frac{\lambda}{2}$ .

Un **dipôle court** est formé par un conducteur de longueur  $L \ll \lambda$  coupé au milieu et alimenté au milieu par un générateur. Le problème que nous avons pour calculer le champ électromagnétique rayonné est de connaître la distribution du courant dans le conducteur. Il est évident que le courant ne peut pas être constant car aux extrémités il doit tomber à zéro <sup>(1)</sup>. Nous n'avons pas de moyen analytique pour trouver la forme du courant dans le conducteur pour les mêmes raisons que nous avons énoncé lors du calcul des antennes non résonnantes. Ce que nous allons faire est d'admettre que le courant a la même distribution que dans une ligne terminée par un circuit ouvert: nous avons une onde stationnaire formée par la réflexion du signal à l'extrémité et l'amplitude du courant est sinusoidale avec un zéro aux extrémités du conducteur. Par contre il faut bien voir que nous n'avons pas un maximum du courant au centre du dipôle: le ou les maxima du courant se situent à  $\frac{\lambda}{4}$  des extrémités. Dans le cas que nous allons calculer, avec  $L \ll \lambda$  le courant sera loin d'atteindre le maximum, même au centre du dipôle. Dans ce cas particulier ( $L \ll \lambda$ ) nous pouvons faire une simplification supplémentaire: nous allons approcher la distribution de courant sinusoidale par une distribution linéaire. Avec ceci, la distribution du courant sera "triangulaire" avec des zéros aux extrémités et une valeur maximale  $I_0$  au centre, au point d'alimentation:

<sup>(1)</sup> En toute rigueur, le courant aux extrémités ne tombe à zéro que si le diamètre du conducteur est nul. Si ce n'est pas le cas, aux extrémités on aura un courant non nul qui circulera par les capacités parasites des extrémités.



$$I = I_0 \left(1 - \frac{2\ell}{L}\right)$$

Figure 3.4 Dipôle court:  $L \ll \lambda$ .

Nous remplaçons cette valeur de  $I$  à la place de  $I_0$  de la formule (3.1) calculée plus haut:

$$E_\theta = \frac{-j \sin \theta \omega I_0}{2\pi \varepsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \int_0^{\frac{L}{2}} \left(1 - \frac{2\ell}{L}\right) \cos(k\ell \cos \theta) d\ell$$

l'argument  $k\ell \cos \theta$  du cosinus est très petit car il contient  $\frac{\ell}{\lambda}$ . Si nous faisons le développement limité du cosinus et ne gardons que les termes de premier ordre en  $\frac{\ell}{\lambda}$ , le cosinus est simplement remplacé par 1:

$$E_\theta = \frac{-j \sin \theta \omega I_0}{2\pi \varepsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \int_0^{\frac{L}{2}} \left(1 - \frac{2\ell}{L}\right) d\ell$$

$$E_\theta = \frac{-j \sin \theta \omega I_0}{2\pi \varepsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \frac{L}{4}$$

$$E_\theta = \frac{-j \sin \theta I_0}{4\varepsilon_0 cr} e^{j(\omega t - kr)} \frac{L}{\lambda}$$

Le diagramme de rayonnement d'un dipôle court est exactement le même que celui d'un dipôle élémentaire: un tore avec le trou central réduit à zéro. Si nous comparons le champ  $E_\theta$  du dipôle court avec celui du dipôle élémentaire nous constatons que le champ produit par un dipôle court est deux fois plus petit que celui du dipôle élémentaire. En conséquence la puissance par unité de surface rayonnée sera quatre fois plus petite que pour le dipôle élémentaire. De même la résistance de rayonnement sera quatre fois plus petite:

$$R_{série} = 20\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 = 197,4 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \Omega \quad (\text{pour } L \ll \lambda)$$

Comme le diagramme de rayonnement est le même que celui du dipôle élémentaire, le gain aussi sera le même:

$$G = 1,5$$



### 3.5. Dipôle $\frac{\lambda}{2}$ <sup>(2)</sup>.

Un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  est un conducteur de longueur totale  $\frac{\lambda}{2}$  coupé au milieu et alimenté au milieu par un générateur. Comme dans le cas du dipôle court, nous n'avons pas de moyen de calculer analytiquement la distribution du courant dans le conducteur, et comme dans le cas précédent nous allons admettre que la distribution du courant est la même que celle dans une ligne terminée par un circuit ouvert. La distribution du courant sera donc sinusoïdale, avec des zéros aux extrémités et cette fois un maximum au centre.

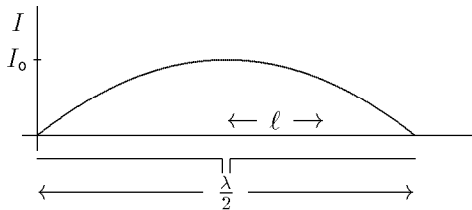


Figure 3.5. Dipôle  $\frac{\lambda}{2}$

$$I = I_0 \cos\left(\frac{2\pi\ell}{\lambda}\right) = I_0 \cos k\ell$$

Remplaçons  $I_0$  dans la formule (3.1) calculée au préalable par cette valeur de  $I$ :

$$dE_\theta = \frac{-j d\ell \sin\theta \omega I_0 \cos k\ell \cos(k\ell \cos\theta)}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)}$$

Pour obtenir  $E_\theta$  il faut intégrer de  $\ell = 0$  à  $\ell = \frac{L}{2} = \frac{\lambda}{4}$ :

$$E_\theta = \frac{-j I_0 \sin\theta \omega}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} e^{j(\omega t - kr)} \int_0^{\frac{\lambda}{4}} \cos(k\ell \cos\theta) \cos k\ell d\ell$$

C'est encore intégrable:

$$\int \cos ax \cos bx dx = \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} + \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)}$$

$$\int_0^{\frac{\lambda}{4}} \cos(k\ell \cos\theta) \cos k\ell d\ell = \frac{\sin\left[\frac{k\lambda}{4}(1 - \cos\theta)\right]}{2k(1 - \cos\theta)} + \frac{\sin\left[\frac{k\lambda}{4}(1 + \cos\theta)\right]}{2k(1 + \cos\theta)}$$

mais

$$\frac{k\lambda}{4}(1 - \cos\theta) = \frac{2\pi\lambda}{\lambda 4}(1 - \cos\theta) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos\theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \cos\theta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)$$

de même:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \cos\theta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)$$

donc:

$$\int_0^{\frac{\lambda}{4}} \cos(k\ell \cos\theta) \cos k\ell d\ell = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{k(1 - \cos^2\theta)} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{k \sin^2\theta}$$

(2) Il convient de signaler que le choix de  $\frac{\lambda}{2}$  comme longueur du dipôle n'est pas un choix "physique". La valeur  $\frac{\lambda}{2}$  n'a aucune propriété physique (ou électronique) particulière. L'impédance du dipôle ne sera ni réelle pure ni un extremum. Le choix de  $\frac{\lambda}{2}$  est un choix de pure convenance de calcul. Pour cette valeur les formules se simplifient comme par miracle. Le choix de  $\frac{\lambda}{2}$  pour la longueur d'une antenne utilisable en pratique n'est pas toujours le meilleur et nous utiliserons des dipôles des longueurs différentes (que nous appellerons  $\frac{\lambda}{2}$  même si leur longueur n'est pas exactement  $\frac{\lambda}{2}$ ).

on obtient:

$$E_\theta = \frac{-j\omega I_0 \sin \theta \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{2\pi\epsilon_0 c^2 r k} e^{j(\omega t - kr)} = \frac{-jI_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{2\pi\epsilon_0 cr} e^{j(\omega t - kr)} \quad (3.2)$$

Voilà qui commence à devenir pas commode: quelle "tûte" a  $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$ ? D'autre part il faudra essayer d'intégrer cette horreur au carré, pour calculer la puissance totale émise. Prenons notre courage dans une main et la calculette dans l'autre:

$\theta$	$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$	$\sin \theta$
0	0,0000	0,0000
$\frac{\pi}{8}$	0,3117	0,3826
$\frac{2\pi}{8}$	0,6279	0,7071
$\frac{3\pi}{8}$	0,8926	0,9238
$\frac{\pi}{2}$	1,0000	1,0000

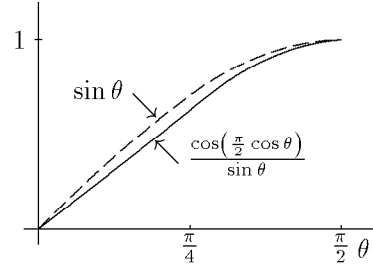


Figure 3.6.  $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$  est très similaire à  $\sin \theta$ .

Finalement  $\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$  n'est pas très différent de  $\sin \theta$ . Le diagramme de rayonnement de l'antenne  $\frac{\lambda}{2}$  ressemble fortement à celui du dipôle élémentaire ou à celui du dipôle court. Ce qui était des cercles pour le dipôle court, devient des cercles légèrement aplatis. Et la surface torique devient la surface d'un tore aplati.

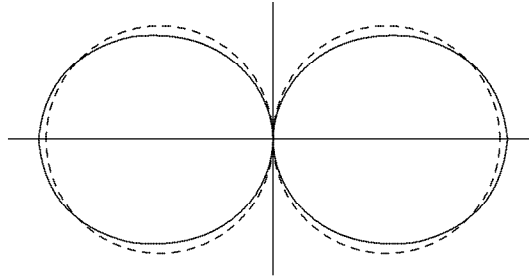


Figure 3.7. Diagramme de rayonnement du dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  (en trait plein). Pour comparaison nous avons dessiné en pointillés le diagramme de rayonnement d'un dipôle court qui émettrait la même puissance totale.

Calculons la puissance totale émise en intégrant  $\frac{P}{S}$  sur la surface d'une sphère de rayon  $r$ :

$$\frac{P}{S} = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_{max}^2 = \frac{\epsilon_0 c}{2} \frac{I_0^2}{4\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 r^2} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}$$

$$ds = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

$$P = \int \frac{P}{S} ds = \frac{I_0^2 2\pi r^2}{8\pi^2 \epsilon_0 c r^2} \int_0^\pi \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta d\theta$$

$$P = \frac{I_0^2}{2\pi \epsilon_0 c} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta d\theta$$

Voilà une intégrale peu sympathique. On peut tenter une solution approchée en remplaçant  $\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta}$  par  $\sin \theta$ , ce qui nous donne:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \sin \theta d\theta \simeq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta d\theta = \frac{2}{3}$$

$$P \simeq \frac{I_0^2}{3\pi\epsilon_0 c}$$

et comme  $P = \frac{1}{2}I_0^2 R_{série}$  nous obtenons:  $R_{série} \simeq 80\Omega$ .

Pour obtenir une valeur plus précise, il faut intégrer numériquement. Pas besoin de gros ordinateur pour cela: comme la fonction est “sage” il suffit d’utiliser la méthode de Simpson avec 5 valeurs:

$\theta$	$\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta}$
0	0,000000
$\frac{\pi}{8}$	0,037182
$\frac{2\pi}{8}$	0,278812
$\frac{3\pi}{8}$	0,736174
$\frac{\pi}{2}$	1,000000

$$I = \frac{\Delta x}{3} (y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + y_5)$$

$$= 0,6088$$

$$P = \frac{I_0^2 0,6088}{2\pi\epsilon_0 c} = \frac{1}{2}I_0^2 R_{série}$$

$$R_{série} = 73\Omega$$

Nous obtenons donc la valeur “officielle” de  $73\Omega$  pour la partie réelle de l’impédance du dipôle  $\frac{\lambda}{2}$ . Comme dans les cas précédents nous ne savons encore rien sur la partie imaginaire de l’impédance. Si nous ne savons pas la calculer, par contre on peut la mesurer. Dans la figure 3.8 j’ai tracé quelques mesures que j’ai faites à l’IUT à l’aide de l’analyseur de réseaux.

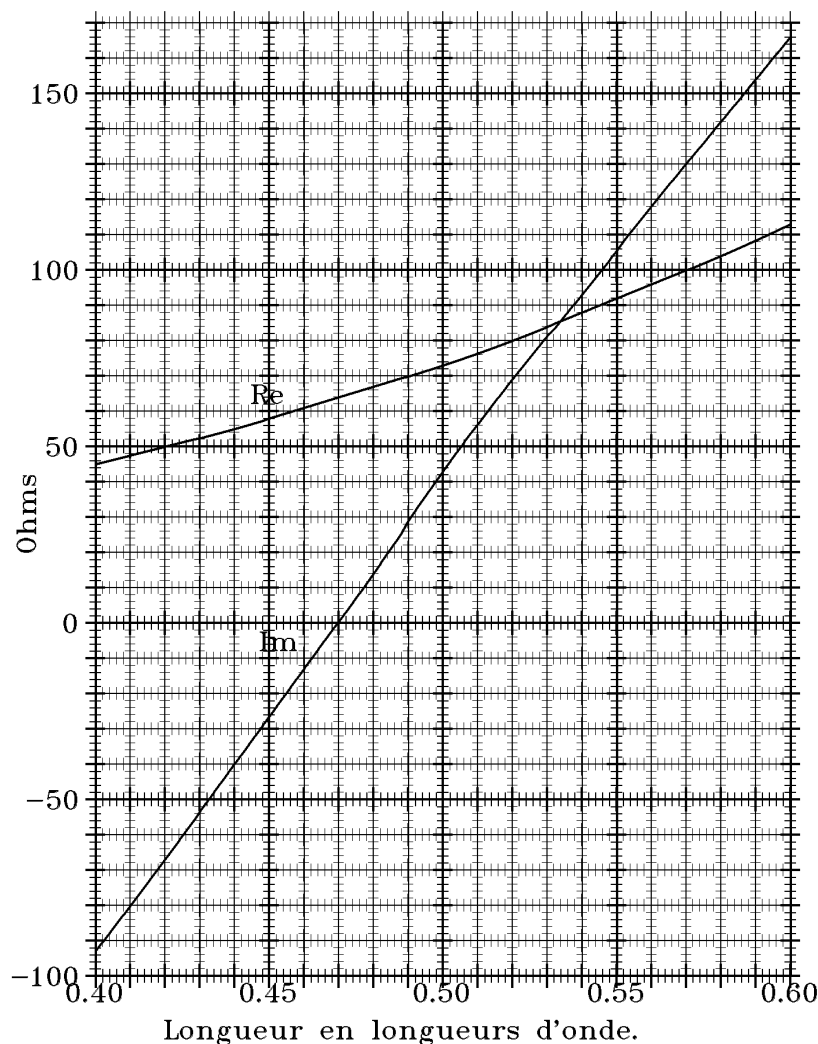


Figure 3.8. Impédance d’une antenne dipolaire en fonction de la longueur.

Calculons maintenant le gain de l'antenne pour le meilleur angle  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Pour cet angle nous avons:

$$\frac{P}{S} = \frac{I_0^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 c r^2}$$

Pour une antenne isotrope qui émet la même puissance:

$$\left(\frac{P}{S}\right)_{iso} = \frac{I_0^2 R_{série}}{8\pi r^2}$$

le gain est donc:

$$G = \frac{\frac{P}{S}}{\left(\frac{P}{S}\right)_{iso}} = \frac{1}{\pi \varepsilon_0 R_{série}} = \frac{120}{R_{série}} = \frac{120}{73} = 1,64 = 2,14 \text{ dB}$$

Pour d'autres longueurs du dipôle, multiples de  $\frac{\lambda}{2}$ , les gains sont résumés dans le tableau suivant:

Gain des dipôles simples	
Longueur en $\lambda$	Gain
$L \ll \lambda$	1,50
0,5	1,64
1,0	1,80
1,5	2,00
2,0	2,30
3,0	2,80
4,0	3,50
8,0	7,10

## 4. ANTENNES EN RÉCEPTION.

### 4.1. Schéma équivalent d'une antenne en réception.

On peut relier les propriétés d'une antenne en émission aux propriétés de la même antenne en réception en utilisant le théorème de réciprocité. Pour ceci partons du schéma équivalent d'une antenne:

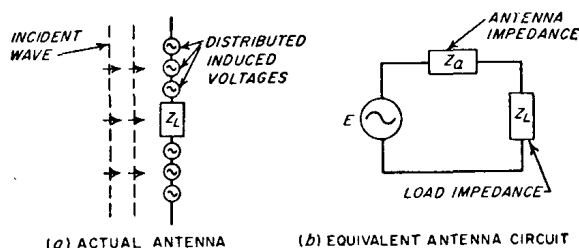


Fig. 23-57. Actual receiving antenna with load impedance  $Z_L$  and distributed induced voltages, together with equivalent antenna circuit.

Figure 4.1. Antenne en réception et son schéma équivalent.

On peut considérer l'antenne comme constituée par un nombre très grand de dipôles élémentaires en série. Aux bornes de chacun des ces dipôles un champ électrique  $\vec{E}$  induira une tension  $E\delta\ell$  où  $\delta\ell$  est la longueur du dipôle et  $E$  la composante du champ parallèle au dipôle.

Les courants induits dans l'antenne par l'onde électromagnétique, circulent et re-rayonnent. C'est la raison pour laquelle ces courants induits doivent traverser, dans le schéma équivalent, l'impédance de l'antenne  $Z_A$  en plus de l'impédance de charge  $Z_{ch}$ .

Prenons deux antennes quelconques:

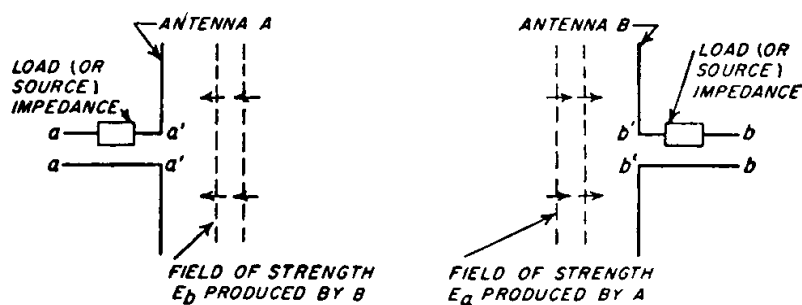


Fig. 23-58. Diagram used in the derivation of Eq. (23-41).

Figure 4.2 Deux antennes quelconques s'induisant mutuellement.

Le champ  $E_a$  produit par l'antenne  $A$  au niveau de l'antenne  $B$  est:

$$E_a = K\sqrt{P_a G_a}$$

où  $K$  est une constante  $P_a$  est la puissance émise par  $A$  et  $G_a$  le gain de l'antenne  $A$  dans la direction de l'antenne  $B$ .

$$P_a = I_{a,eff}^2 R_a = \left( \frac{V_a}{|Z_a + Z_{ach}|} \right)^2 R_a$$

où  $V_a$  est la tension efficace d'excitation de l'antenne  $A$  et  $Z_a$  et  $Z_{a_{ch}}$  sont les impédances de l'antenne  $A$  et du générateur (ou charge). Donc,

$$V_a = |Z_a + Z_{a_{ch}}| \sqrt{\frac{P_a}{R_a}}$$

mais

$$\sqrt{P_a} = \frac{E_a}{K\sqrt{G_a}}$$

donc

$$V_a = \frac{E_a |Z_a + Z_{a_{ch}}|}{K\sqrt{R_a G_a}}$$

de même on peut écrire:

$$V_b = \frac{E_b |Z_b + Z_{b_{ch}}|}{K\sqrt{R_b G_b}}$$

Le théorème de réciprocité stipule que le courant  $i_a$  induit dans l'antenne  $A$  par le champ  $E_b$ , quand la source de  $A$  est court-circuitée, et le courant  $i_b$  induit en  $B$  par l'antenne  $A$  avec la source de  $B$  court-circuitée sont reliés par la relation:

$$\frac{V_a}{i_b} = \frac{V_b}{i_a}$$

de là on déduit:

$$\frac{i_a |Z_a + Z_{a_{ch}}|}{E_b \sqrt{R_a G_a}} = \frac{i_b |Z_b + Z_{b_{ch}}|}{E_a \sqrt{R_b G_b}}$$

Chacun des deux termes ne dépend que des caractéristiques de l'antenne et du champ au niveau de celle-ci. Chacun des termes est valable pour n'importe quelle antenne et doit être égal à une constante indépendante du type d'antenne. Pour évaluer cette constante il suffit de remplacer l'antenne  $A$  ou la  $B$  par une antenne connue. La plus simple est le dipôle élémentaire <sup>(1)</sup>, avec une impédance de charge égale au conjugué de l'impédance du dipôle. Ceci fait que  $Z_b + Z_{b_{ch}} = 2R_b$ . La tension induite  $V_b$  dans le schéma équivalent sera:

$$V_b = E_a L \cos \psi$$

où  $L$  est la longueur du dipôle ( $L \ll \lambda$ ) est  $\psi$  est l'angle que fait le vecteur  $\vec{E}_a$  avec le dipôle. Dans le cas général,  $\psi$  est l'angle que fait le champ électrique, avec la "meilleure" direction.  $\psi$  mesure la désorientation du champ.

$$i_b = \frac{V_b}{2R_b} \quad G_b = 1,5 \quad R_b = 80\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$$

$$\frac{i_b |Z_b + Z_{b_{ch}}|}{E_b \sqrt{R_b G_b}} = \frac{\frac{E_a L \cos \psi}{2R_b} 2R_b}{E_a \sqrt{80\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 1,5}} = \frac{\lambda \cos \psi}{\pi \sqrt{120}}$$

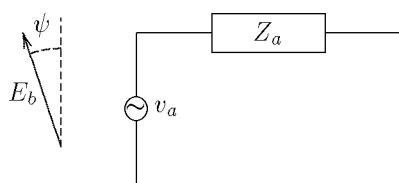
de là on déduit:

$$i_a = \frac{\sqrt{R_a G_a} \lambda \cos \psi}{|Z_a + Z_{a_{ch}}| \pi \sqrt{120}} E_b$$

Et comme  $i_a$  est l'amplitude du courant de court-circuit, on déduit l'équation fondamentale de l'antenne en réception:

---

<sup>(1)</sup> C'est n'est pas seulement la plus simple: c'est la seule pour laquelle nous pouvons calculer directement la tension induite par le champ.



$$V_a = \frac{\sqrt{R_a G_a} \lambda \cos \psi}{\pi \sqrt{120}} E_b$$

Figure 4.3 Schéma équivalent d'une antenne quelconque (parabole, dipôle, cornet, etc). L'angle  $\psi$  mesure le désalignement du champ par rapport à l'antenne.

Ce schéma équivalent et la formule de droite sont valables pour n'importe quelle antenne (dipôle, parabole, réseau, cornet, etc) et dans tous les cas: même si l'antenne n'est pas bien orientée, ou à une fréquence différente pour laquelle elle a été calculée. Dans ce dernier cas,  $Z_a$ ,  $R_a$  et  $G_a$  devront prendre les valeurs adéquates; par exemple, si l'antenne "pointe" dans la mauvaise direction le gain  $G_a$  sera peut-être proche de zéro.

## 4.2. Trois définitions.

On laisse au lecteur la démonstration que les noms choisis pour les trois définitions qui suivent ont quelque chose à voir avec la formule correspondante.

$$\text{Longueur effective de l'antenne} = \frac{\sqrt{R_a G_a} \lambda \cos \psi}{\pi \sqrt{120}}$$

$$\text{Puissance maximum disponible} = \frac{G_a \lambda^2}{480 \pi^2} E_b^2$$

$$\text{Surface effective ou section efficace} = \frac{G_a}{4\pi} \lambda^2$$

Le corollaire de ces définitions est que la puissance maximum qu'une antenne peut extraire d'une onde électromagnétique ne dépend que du gain de l'antenne et du carré de  $\lambda$ .

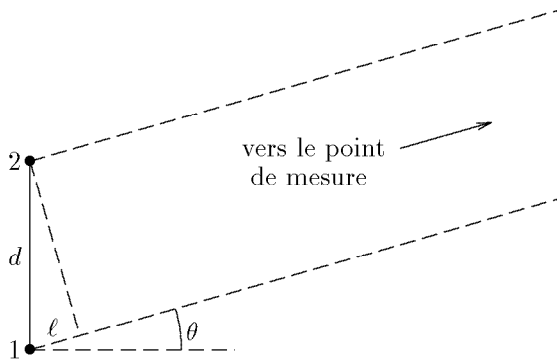
## 5. RÉSEAUX D'ANTENNES.

Un réseau d'antennes est un ensemble d'antennes séparées et alimentées de façon synchrone. C'est-à-dire que le déphasage du courant entre chaque paire d'antennes est fixe. Nous verrons plus loin qu'un réseau peut comporter des éléments non alimentés directement par une source (éléments parasites) mais qui sont alimentés par le champ produit par le reste des éléments. Le champ produit par un réseau d'antennes est la somme vectorielle des champs produits par chacun des éléments. En choisissant convenablement l'espacement entre les éléments et la phase du courant qui circule dans chacun, on peut modifier la directivité du réseau grâce à l'interférence constructive dans certaines directions et à l'interférence destructive dans d'autres directions.

### 5.1. Rayonnement d'une paire d'antennes.

Soient deux antennes identiques séparées d'une distance  $d$  et alimentées en phase (= déphasage des courants nul).

Comme d'habitude nous ne calculerons le champ que loin de l'antenne:  $r \gg \lambda$  et  $r \gg d$



Le champ produit par chacune des antennes à une distance  $r$  et à un angle  $\theta$  est  $E_{\theta_1}$  et  $E_{\theta_2}$ . Ces deux champs sont identiques si  $r \gg d$ . Mais s'ils sont de même amplitude ils ne sont pas en phase: le champ produit par l'antenne 2 arrivera au point d'observation  $\frac{\ell}{c}$  secondes plus tôt et il sera en avance de phase de:

$$\phi = 2\pi \frac{\ell}{\lambda} = k\ell = kd \sin \theta$$

Figure 5.1. Le signal de 2 arrive au point de mesure en avance de phase.

*Attention: cette fois  $\theta$  est mesuré par rapport à l'horizontale.*

Les deux champs étant parallèles l'addition vectorielle se réduit à additionner les amplitudes en tenant compte du déphasage:

$$E_{\theta} = E_{\theta_1} + E_{\theta_2} e^{j\phi}$$

Si les deux antennes sont identiques, comme les deux courants ont la même amplitude  $|E_{\theta_2}| = |E_{\theta_1}|$ :

$$E_{\theta_2} = E_{\theta_1} e^{j\phi}$$

$$E_{\theta} = E_{\theta_1} (1 + e^{j\phi})$$

$$E_{\theta} = E_{\theta_1} e^{j\frac{\phi}{2}} \left( e^{j\frac{\phi}{2}} + e^{-j\frac{\phi}{2}} \right)$$

$$E_{\theta} = 2E_{\theta_1} e^{j\frac{\phi}{2}} \cos \left( \frac{\phi}{2} \right)$$

$$|E_{\theta}| = 2 |E_{\theta_1}| \left| \cos \left( \frac{kd}{2} \sin \theta \right) \right|$$



Nous pouvons déjà remarquer un résultat qui est valable en général et pas seulement pour l'exemple traité: quand tous les radiateurs sont identiques, le rayonnement dans chaque direction est égal au produit du rayonnement d'un des radiateurs ( $E_{\theta_1}$  dans cette direction par un facteur qui ne dépend que de l'arrangement et du déphasage des radiateurs ( $2 \cos(\frac{kd}{2} \sin \theta)$  dans notre exemple). Ce deuxième facteur est dû à l'interférence.

Dans notre exemple,  $2 \cos(\frac{kd}{2} \sin \theta)$  présente des maxima pour  $\theta = 0, \pi$  quelque soit  $d$ . Le premier zéro apparaît pour  $kd \sin \theta = \frac{\pi}{2}$ . Précisons encore notre exemple: prenons deux dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  alignés dans le plan du dessin et séparés de  $d = \lambda$ . Nous laissons tomber les termes de phase et ne travaillons qu'avec les amplitudes.

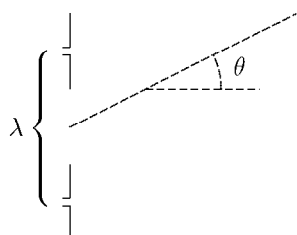


Figure 5.2. Deux dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  séparés de  $\lambda$ .

$$E = 2 |E_{\theta}| |\cos(\pi \sin \theta)|$$

$E_{\theta}$  est maximum pour  $\theta = 0, \pi$  et zéro pour  $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$

$2 \cos(\pi \sin \theta)$  est maximum pour  $\theta = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pi$  et zéro pour  $\theta = 0,523$  ( $30^\circ$ ).

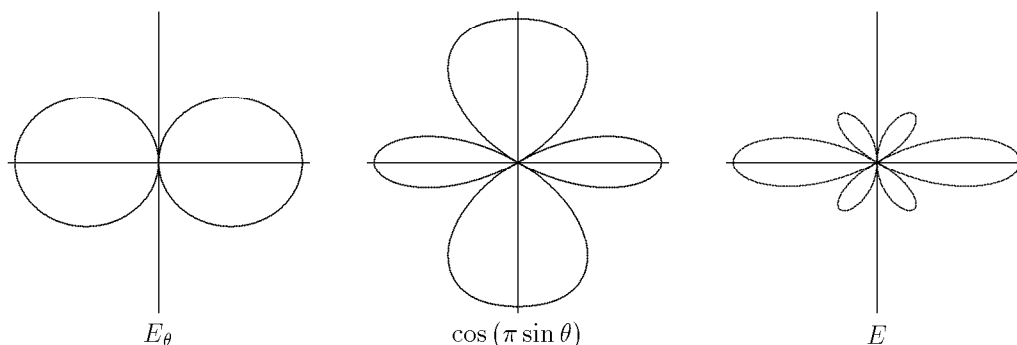


Figure 5.3. Pour obtenir le diagramme de rayonnement final il faut multiplier le terme  $\cos(\pi \sin \theta)$ , dû à la diffraction, par le diagramme  $E_{\theta}$  des radiateurs individuels.

Le diagramme de rayonnement comporte 6 lobes: deux à  $0$  et  $\pi$  et deux plus petits. Le fait d'avoir rajouté le zéro (pour  $\frac{\pi}{2}$ ) diminue la puissance émise vers les "côtés" et renforce encore la puissance vers zéro.

Attention aux dessins et aux trois dimensions: dans tout ce que nous venons de faire nous avons une symétrie autour de l'axe des dipôles. Pour voir dans l'espace la "forme" du diagramme de rayonnement il faut tourner le dessin autour de l'axe vertical du dessin. Le rayonnement maximal a lieu dans toutes les directions du plan "équatorial".

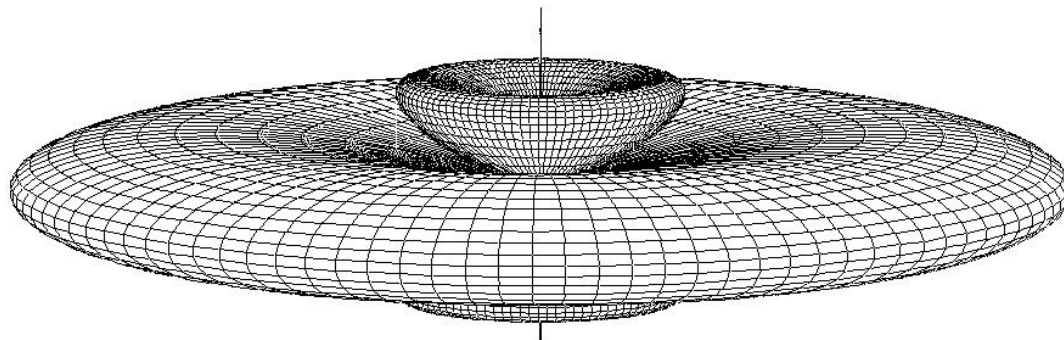


Figure 5.4 Vue en perspective du diagramme de rayonnement de droite de la figure 5.3. Le diagramme est vu sous un angle de  $10$  degrés au dessus du plan équatorial.

On peut maintenant s’amuser à changer l’écartement entre les deux dipôles et modifier ainsi la position et le nombre des lobes secondaires. Le lobe principal (équatorial) restera toujours, mais sa largeur (épaisseur si vous préférez) changera.

## 5.2. Largeur du lobe à demi-puissance.

Une donnée souvent utilisée pour décrire la “directivité” des antennes, est la largeur du lobe (principal) mesurée entre des directions pour lesquelles la puissance par unité de surface est la moitié de la puissance par unité de surface maximale (au milieu du lobe).

Dans l’exemple que venons de faire, seul a un sens la directivité dans le sens vertical (dans le sens horizontal le réseau est isotrope). Comme le champ est de la forme  $\cos \theta \cos (\pi \sin \theta)$ , il faut trouver l’angle  $\theta$  pour lequel

$$\cos \theta \cos (\pi \sin \theta) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Il est facile de trouver numériquement que  $\theta = 0,246 \dots rad$  La largeur à demi puissance du lobe sera  $2\theta \simeq 28^\circ$ .

### 5.2.1 Exercice.

On laisse au lecteur le plaisir de casser la symétrie de l’exemple précédent en tournant les dipôles de  $90^\circ$ . Trouvez le diagramme de rayonnement dans les trois plans principaux, ainsi que la largeur à demi-puissance des lobes principaux.

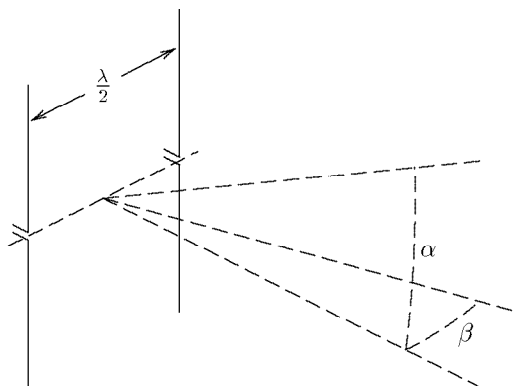


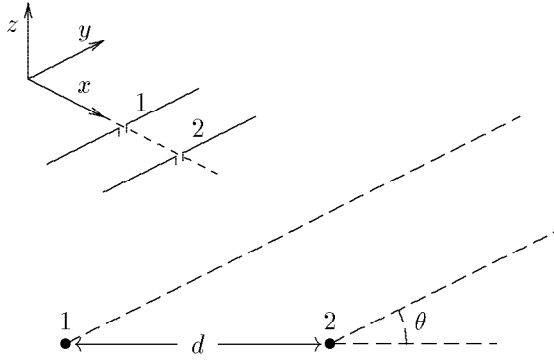
Figure 5.5. Dipôles parallèles mais non alignés.

## 5.3. Réseaux d’antennes avec déphasage.

Les réseaux d’antennes sont plus amusants si l’on alimente les dipôles avec un déphasage. Prenons deux radiateurs identiques séparés de  $d$ . Si les deux radiateurs sont alimentés en phase nous aurons un maximum (comme nous l’avons déjà calculé) dans le plan “équatorial”. Nous avons ici un réseau “broadside” (qui tire par le travers). La raison est que dans ce plan tous les points sont équidistants des deux radiateurs et les signaux arrivent en phase. La situation change si nous alimentons le radiateur supérieur avec un courant en retard par rapport au courant du radiateur inférieur. Cette fois, pour recevoir les deux signaux en même temps, il faudra que le point d’observation se situe au dessus du plan équatorial. Il faudra se placer sur la surface d’un cône. Si nous augmentons le retard du radiateur supérieur le cône se ferme, et si nous l’augmentons suffisamment on réduit le cône à une droite. Dans ce cas le maximum d’émission se trouve dans la ligne qui relie les deux sources. On se retrouve avec un réseau “end fire” (qui tire par l’extrémité). La situation n’est pas unique: pour d’autres déphasages on peut avoir la même situation et de plus, suivant l’écartement des deux sources et du déphasage d’autres maxima peuvent apparaître.

### 5.3.1. Exemple.

Calculons un petit exemple concret. Prenons deux radiateurs 1 et 2 séparés par une distance  $d$  et calculons quel doit être le déphasage  $\beta$  et la distance  $d$  pour que le réseau présente un maximum pour  $\theta = 0$  et un zéro pour  $\theta = \pi$  (voir Fig. 5.6.).



Le déphasage de  $E_{\theta_2}$  par rapport à  $E_{\theta_1}$  sera:

$$\beta + \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta$$

donc:

$$E_{\theta} = E_{\theta_1} \left( 1 + e^{j(\beta + \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta)} \right)$$

$$|E_{\theta}| = |E_{\theta_1}| 2 \left| \cos \left( \frac{\beta}{2} + \frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta \right) \right|$$

Figure 5.6. On désire obtenir un maximum dans la direction  $+x$  et un zéro dans la direction  $-x$ .

Nous voulons avoir un maximum pour  $\theta = 0$  et un zéro pour  $\theta = \pi$ :

$$\frac{\beta}{2} + \frac{\pi d}{\lambda} = n\pi$$

$$\frac{\beta}{2} - \frac{\pi d}{\lambda} = m\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

où  $n$  et  $m$  sont des entiers. La solution est immédiate:

$$\beta = (n + m) \pi \pm \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\pi d}{\lambda} = (n - m) \pi \mp \frac{\pi}{2}$$

Parmi les solutions possibles nous choisissons la plus simple (arbitrairement):

$$\beta = -\frac{\pi}{2}$$

$$d = \frac{\lambda}{4}$$

Les signaux qui partent de 1 arrivent à 2 avec un retard de  $\frac{\pi}{2}$  et se retrouvent en phase avec ceux de 2. Les signaux qui partent de 2 arrivent à 1 avec un retard de  $\frac{\pi}{2}$  ce qui leur fait un retard total de  $\pi$  et sont donc en opposition de phase. Donc on a un maximum pour  $\theta = 0$  et un zéro pour  $\theta = \pi$ . Mathématiquement ceci nous donne:

$$|E_{\theta}| = |E_{\theta_1}| \left| 2 \cos \left[ \frac{\pi}{4} (1 - \cos \theta) \right] \right|$$

Le terme dû à l'interférence:  $2 \cos \left[ \frac{\pi}{4} (1 - \cos \theta) \right]$  est dessiné dans la figure 5.7.

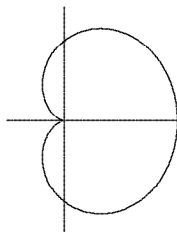


Figure 5.7. Diagramme du terme dû à l'interférence  $\cos \left[ \frac{\pi}{4} (1 - \cos \theta) \right]$ .

Maintenant nous pouvons tenir compte de la forme de  $E_{\theta_1}$ . Si les radiateurs sont des dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  la forme dépend du plan que l'on étudie: dans les plans  $(x, y)$  et  $(y, z)$  (voir figure 5.8)  $E_{\theta_1}$  a la forme  $\infty$ , dans le plan  $(x, y)$   $E_{\theta_1}$  est isotrope:  $\bigcirc$ . De même le terme d'interférence dépend aussi du plan. Il faut multiplier les deux formes correctement:

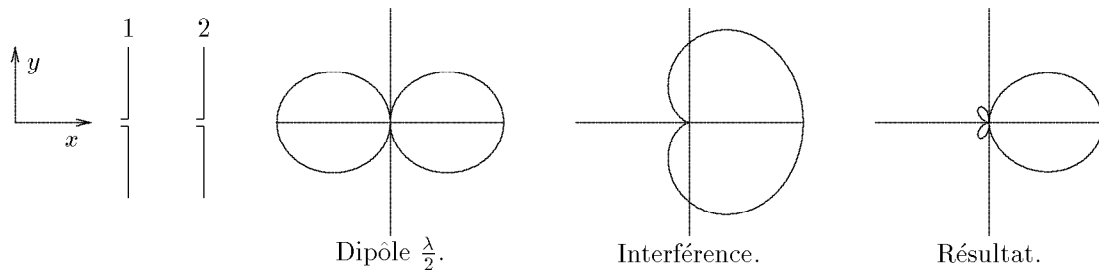


Figure 5.8.1. Produit des termes dus à l'interférence et des diagrammes de rayonnement des dipôles individuels dans le plan  $(x, y)$ .

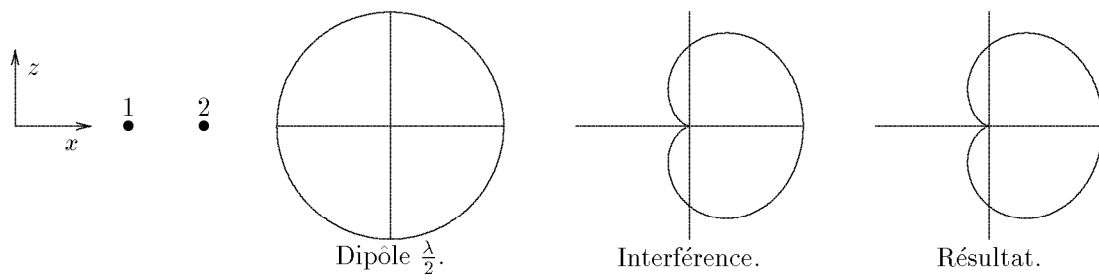


Figure 5.8.2. Produit des termes dus à l'interférence et des diagrammes de rayonnement des dipôles individuels dans le plan  $(x, z)$ .

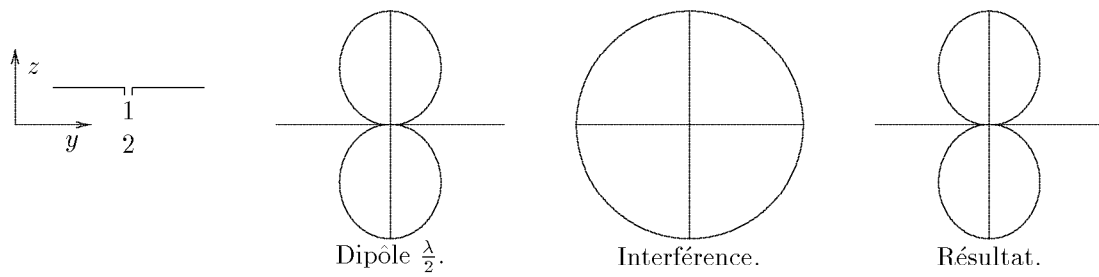


Figure 5.8.3. Produit des termes dus à l'interférence et des diagrammes de rayonnement des dipôles individuels dans le plan  $(y, z)$ .

### 5.4. Rayonnement d'un ensemble linéaire de sources équi-espacées.

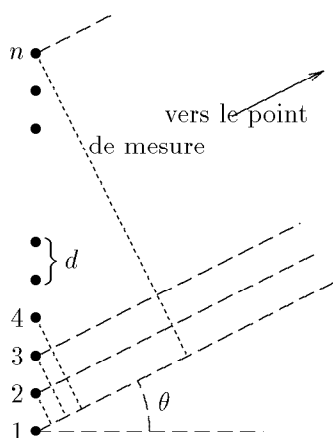


Figure 5.9. Le signal des sources situées en haut arrive en avance de phase par rapport à celui des sources plus basses.

Soient  $n$  sources alimentées en phase et écartées de  $d$ . Examinons le champ  $E_\theta$  produit dans la direction  $\theta$  (et toujours très loin de l'ensemble). Si nous prenons comme référence le champ  $E_{\theta_1}$  produit par la source n°1, le champ de la source n°2 aura une avance de phase de  $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$ , celui de la source n°3 aura une avance de  $2\phi$  et ainsi de suite. Pour calculer le champ total il suffit d'ajouter tous les champs en tenant compte de la phase. Comme toutes les amplitudes sont identiques:

$$\begin{aligned} E_\theta &= E_{\theta_1} \left( 1 + e^{j\phi} + e^{j2\phi} + \dots + e^{j(n-1)\phi} \right) \\ &= E_{\theta_1} \frac{1 - e^{jn\phi}}{1 - e^{j\phi}} \\ &= E_{\theta_1} \frac{e^{j\frac{1}{2}n\phi}}{e^{j\frac{1}{2}\phi}} \frac{e^{-j\frac{1}{2}n\phi} - e^{j\frac{1}{2}n\phi}}{e^{-j\frac{1}{2}\phi} - e^{j\frac{1}{2}\phi}} \end{aligned}$$

Si nous ne nous intéressons qu'aux amplitudes,

$$|E_\theta| = |E_{\theta_1}| \left| \frac{\sin\left(n\frac{\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)} \right|$$

$E_\theta$  présente des maxima et des zéros en fonction de  $\phi$  et donc en fonction de  $\theta$ . Mais il faut remarquer que la valeur de ces maxima n'est pas la même pour tous le  $\theta$ . Le premier maximum (pour  $\theta = 0$ ) vaut  $nE_{\theta_1}$ , mais les suivants sont plus ou moins grands suivant la valeur de  $\sin\frac{\phi}{2}$  qui dépend de  $\theta$ . Dans la figure 5.10 sont représentés quelques diagrammes de rayonnement pour des cas particuliers.

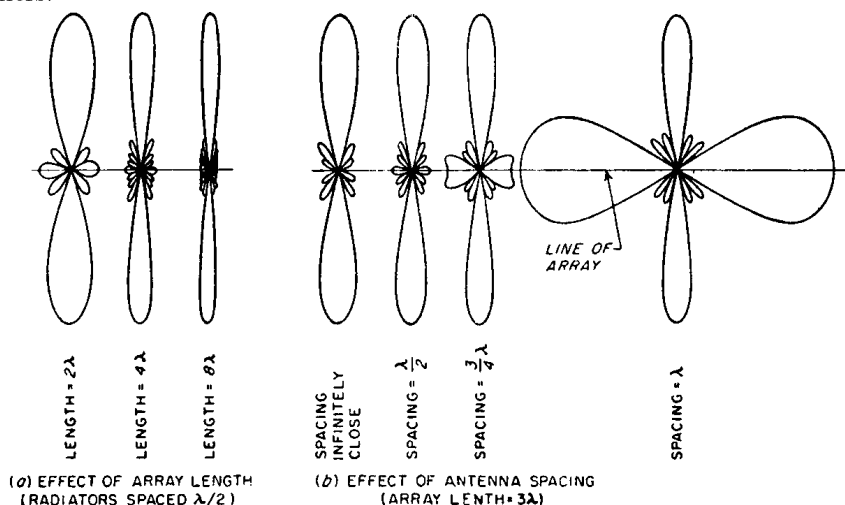


Fig. 23-11. Effect of array length and element spacing on the directional pattern of a broadside array in which the individual antennas are assumed to be isotropic radiators.

Figure 5.10. Quelques exemples de diagramme de rayonnement de réseaux linéaires. Ici les sources sont alignées horizontalement.

Remarquez que dans tous les cas nous avons un maximum pour  $\theta = 0$  (vertical de la figure). Ceci est logique car pour cet angle tous les signaux arrivent en même temps indépendamment de la disposition des sources. Pour cette raison ce type d'arrangement s'appelle "broadside" (qui tire par le travers).

Le calcul que nous venons de faire et la figure précédente, ne tiennent compte que du terme dû à l'interférence. Pour que le résultat soit complet il faut tenir compte de la directivité des radiateurs individuels et, évidemment, de leur orientation.

On peut diminuer ou annuler complètement les lobes secondaires en ajustant les courants qui circulent dans chaque antenne. La distribution de courant nécessaire pour annuler les lobes secondaires est telle que le courant dans chaque antenne est proportionnel au coefficient du développement du binôme  $(a+b)^n$  où  $n$  est le nombre de radiateurs. Malheureusement la diminution des lobes secondaires s'accompagne d'un élargissement du lobe principal.

## 5.5. Réseau linéaire avec déphasage.

Nous pouvons introduire un déphasage intéressant de la façon suivante: le radiateur n°  $i$  aura une avance de phase de  $(i-1)\beta$  par rapport au radiateur n°1. Autrement dit chaque radiateur aura une avance de phase de  $\beta$  par rapport au précédent. Dans ce cas,

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta + \beta$$

La formule finale reste la même:

$$E_\theta = E_{\theta_1} \frac{\sin\left(n\frac{\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

Comme avant, le premier maximum a lieu pour  $\phi = 0$  mais, cette fois, cette condition ne correspond pas à  $\theta = 0$ . Maintenant, pour obtenir  $\phi = 0$  il faut  $\sin \theta = -\frac{\beta}{kd}$ . La raison est que, si les radiateurs d'en haut sont en avance, il faut que le point d'observation soit en dessous du plan "équatorial" pour que tous les signaux arrivent en même temps.

Le diagramme de rayonnement est similaire à celui sans déphasage, mais "tourné" (pas vraiment tourné car la rotation dépend de la direction). L'intérêt pratique est que l'angle de déphasage  $\beta$ , par élément, peut être contrôlé électroniquement et ainsi modifier très rapidement la direction dans laquelle "tire" le réseau. Ceci est le principe des radars à balayage électronique. Au lieu de faire tourner l'antenne mécaniquement, on fait tourner le faisceau du radar électroniquement.

Un autre cas intéressant d'introduction du déphasage est la conception des réseaux dits "end fire" (qui tirent par l'extrémité). Il faut introduire un déphasage  $\beta$  qui fasse tourner le maximum de zéro quand  $\beta = 0$  à  $\theta = \frac{\pi}{2}$ :

$$0 = \phi = kd \sin \frac{\pi}{2} + \beta \implies \beta = -kd$$

Comme dans le cas des deux radiateurs, les ondes émises par les éléments arrière du réseau se retrouvent en phase avec celles émises par les éléments avant, du fait que le retard pris par le parcours est identique au retard du courant dans les radiateurs avant. Dans la figure 5.11 on peut voir le diagramme de rayonnement pour quelques cas particuliers.

Comme précédemment, les calculs et les diagrammes ne tiennent compte que du terme dû à l'interférence. Pour obtenir le résultat complet il faut encore les multiplier par le diagramme de rayonnement des radiateurs individuels.

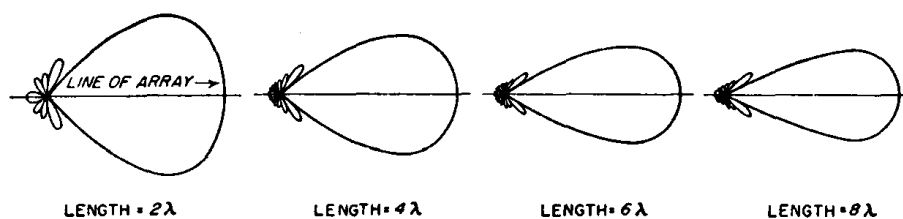


FIG. 23-14. The effect of array length on the directional characteristics of an end-fire array in which the individual radiators are spaced  $\lambda/4$  and radiate uniformly in the plane of the paper.

Figure 5.11. Exemples de diagramme de rayonnement pour des réseaux linéaires dans lesquels on a donné aux sources le déphasage nécessaire pour les transformer en réseaux "end-fire".

## 5.6. Réseaux bidimensionnels.

La façon la plus commode de traiter les réseaux bidimensionnels est de les considérer comme un réseau linéaire dont chaque source est un réseau linéaire.

Prenons par exemple un réseau rectangulaire formé par  $n$  lignes, chacune comportant  $m$  radiateurs dont le diagramme de rayonnement est  $E_\theta$ . Chacune des lignes aura un diagramme de rayonnement:

$$E_\ell = F_\ell(\theta) E_\theta$$

où  $F_\ell(\theta)$  est le facteur dû à l'interférence. On considère maintenant le réseau comme une colonne de  $n$  radiateurs chacun ayant un diagramme de radiation  $E_\ell$ . La colonne aura comme diagramme:

$$E_c = F_c(\theta) E_\ell$$

cette fois  $F_c(\theta)$  est le facteur dû à l'interférence, mais pour la colonne. Le résultat final sera:

$$E = F_c(\theta) F_\ell(\theta) E_\theta$$

On peut voir que l'on peut généraliser cette méthode à des réseaux tridimensionnels.

Dans la figure 5.12 on peut voir un exemple avec deux alignements de radiateurs.

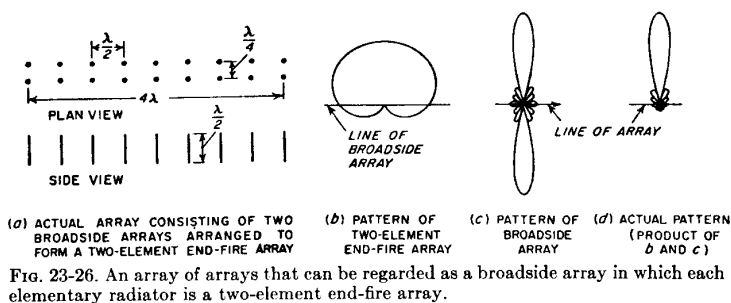


Figure 5.12. Exemple de réseau bidimensionnel. Ici on a traité d'abord des éléments par paires (verticaux dans le dessin) puis comme un alignement horizontal.

Dans les radars à balayage électronique on emploie un réseau rectangulaire ou hexagonal (en nid d'abeilles) formé par un à deux milliers de radiateurs individuels. Chaque radiateur émet le signal déphasé du bon angle (calculé et dirigé par ordinateur) de telle sorte que le lobe principal pointe dans la direction voulue.

## 6. AUTRES ASPECTS DES ANTENNES.

### 6.1. Effet de terre.

Comme nous l'avons précisé, les résultats précédents ne sont valables que si l'on est loin de la terre. Or, dans beaucoup de situations ce n'est pas le cas et il faut en tenir compte... ou en tirer avantage.

En première approximation, la terre se comporte comme un conducteur (plaque métallique). Si l'on regarde d'un peu plus près, on constate que la terre se comporte comme un mauvais conducteur, ce qui ne facilite pas les choses. Nous nous limiterons ici à considérer la terre comme un conducteur parfait.

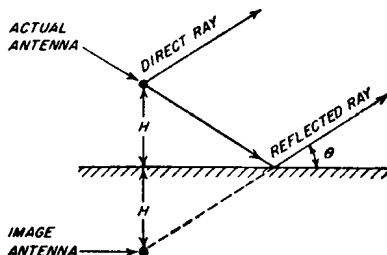


Fig. 23-19. Diagram illustrating how the wave reflected from the earth can be considered to have been produced by an image antenna.

Figure 6.1. Onde directe et onde réfléchi par la terre.

Avec cette simplification la terre se comporte comme une plaque métallique et avec les conditions limites connues ( $E_{\parallel} = 0$ ,  $B_{\perp} = 0$ ). Les ondes se réfléchissent sur la terre et suivant la polarisation la phase de l'onde réfléchi est inversée ou non: les ondes polarisées verticalement ne sont pas inversées et les ondes polarisées horizontalement sont inversées. Donc un observateur voit, au-dessus de la terre, l'antenne physique, et au-dessous, l'antenne réfléchi de la première mais dont la composante verticale du courant est la même et la composante horizontale est de sens opposé.

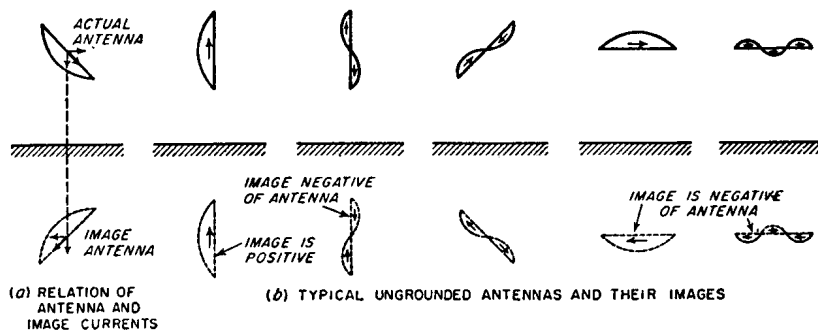


Fig. 23-20. Relation of vertical and horizontal components of current flowing in an antenna and its image, together with image antennas and image-antenna current distributions for typical cases of ungrounded antennas and a perfect earth.

Figure 6.2. La composante polarisée verticalement se réfléchit sans inversion de phase alors que la composante polarisée horizontalement se réfléchit avec inversion de phase.

Une des conséquences est qu'un dipôle vertical (donc émission polarisée verticalement), avec son image, présentera un maximum au niveau de la terre alors qu'un dipôle horizontal présentera un zéro. Cela est la raison pour laquelle toutes les émissions en grandes ondes, destinées à des récepteurs au sol sont polarisées verticalement. La plupart des émissions de télévision sont polarisées horizontalement (pour d'autres raisons) mais cela exige que les antennes soient loin du sol (ou des terrasses) et loin au sens  $h \gg \lambda$ .



## 6.2. Antennes quart d'onde ou $\frac{\lambda}{4}$ .

On tire parti de cette réflexion dans des antennes verticales en utilisant l'image comme partie intégrante de l'antenne. Par exemple, au lieu d'utiliser un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  on peut ne construire qu'une moitié et laisser l'image faire l'autre moitié.

Cette fois l'antenne est alimentée entre la terre et sa base. L'impédance vue par le câble d'alimentation est la moitié de celle du dipôle complet. La puissance par unité de surface est la même que celle que rayonnerait le dipôle complet alimenté avec le **double de la puissance** que celle fournie au demi-dipôle...mais seulement sur un demi-espace. On appelle ces antennes **quart d'onde** ou  $\frac{\lambda}{4}$ .

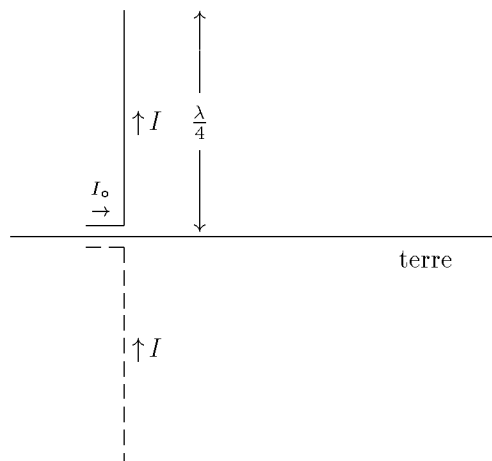


Figure 6.3 Antenne quart d'onde. L'antenne et son image forment un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$ .

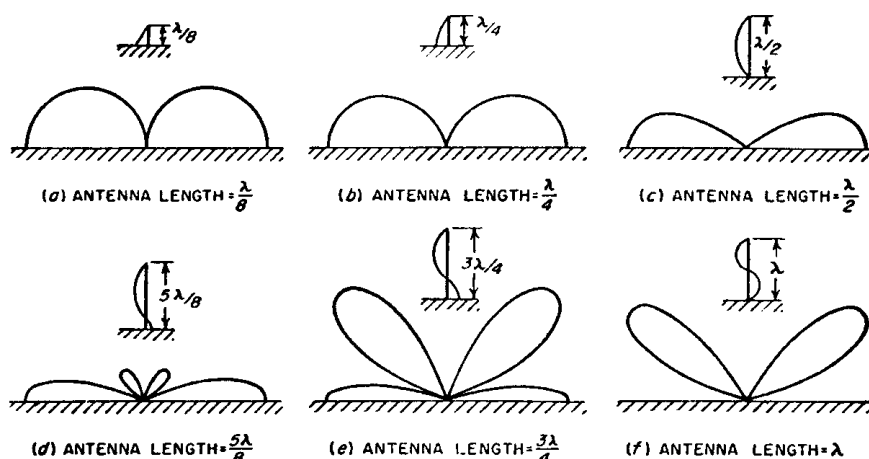


FIG. 23-25. Directional characteristics in a vertical plane of the fields radiated by grounded vertical antennas of varying lengths.

Figure 6.4. Diagramme de rayonnement des antennes de différentes longueurs utilisant l'effet image. Seule l'image centrale en haut est une antenne quart-d'onde.

Quand on n'a pas la terre à sa disposition (dans une voiture, par exemple) on peut utiliser une surface métallique suffisamment grande comme plan réflecteur. C'est le cas des antennes des taxis ou des radiotéléphones. On peut aussi "simuler" le plan de masse par quelques baguettes métalliques horizontales ou inclinées vers le bas. Ce sont des antennes dites **ground-plane**. Évidemment dans ce cas il faut chercher l'impédance dans des abaques.

## 6.3. Adaptation d'impédance.

Comme l'impédance des antennes ne coïncide pas avec celle des lignes d'alimentation il est souhaitable, surtout dans les émetteurs, d'adapter les impédances. Pour rendre réelle l'impédance complexe d'une antenne il suffit d'ajouter un élément réactif en série ou en parallèle avec l'antenne.

Mais ceci ne suffit pas, en général, car la partie réelle n'est pas nécessairement la bonne<sup>(1)</sup>. Plusieurs astuces peuvent être utilisées (fig 6.5.).

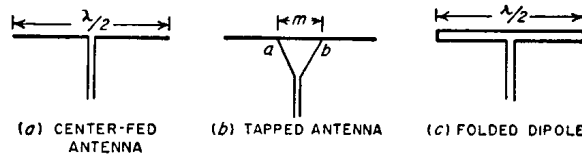


FIG. 23-32. Methods of matching a resonant half-wave antenna to a two-wire transmission line.

Figure 6.5. Deux moyens d'adapter l'impédance d'un dipôle au câble d'alimentation.

Dans le cas a) le dipôle n'est pas adapté. Dans le cas b) la ligne voit une impédance plus élevée. Le cas c) est plus amusant: on place un deuxième conducteur qui touche les extrémités du dipôle. Ceci se comporte comme un transformateur et le courant dans le deuxième conducteur est le même que dans le premier. Comme pour un même courant dans la ligne nous avons deux courants qui émettent, la puissance émise sera quatre fois plus grande et la résistance vue par la ligne sera quatre fois plus grande (on passe, par exemple, de  $73\Omega$  à  $292\Omega$ ). On appelle ce dispositif "folded dipôle" ou tout simplement **trombone**. Il ne faut pas oublier que la partie imaginaire se trouve multipliée par quatre elle aussi.

### 6.4. Équilibrage.

On appelle ligne balancée ou équilibrée une ligne dont les deux fils sont symétriques (deux fils l'un à côté de l'autre, par exemple). Un câble coaxial n'est pas une ligne équilibrée. Une antenne symétrique, comme un dipôle, doit être alimentée de façon symétrique<sup>(2)</sup> alors qu'une antenne  $\frac{\lambda}{4}$  doit être alimentée par une ligne dont un des conducteurs est à la terre (ou au toit de la voiture). Un câble coaxial est tout indiqué dans ce dernier cas.

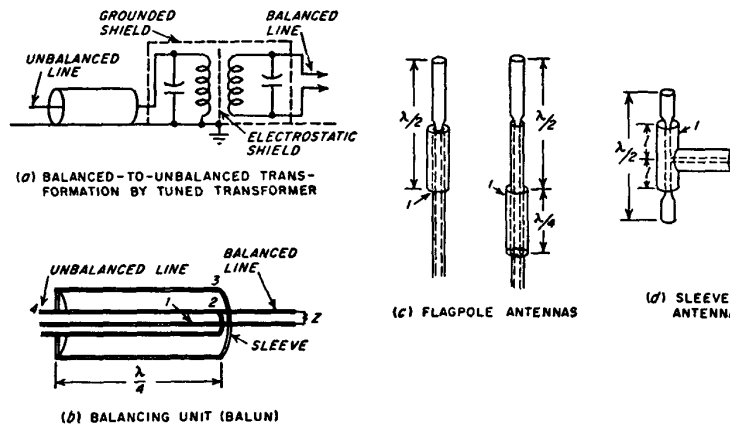


FIG. 23-34. Examples of arrangements for transforming a system that is balanced with respect to ground to a system that has one side grounded.

Figure 6.6 Quelques exemples de BALUNs.

Comme la plupart des amplificateurs "sortent" sur un fil coaxial, il est nécessaire d'inclure, avant l'antenne, un dispositif qui transforme la ligne déséquilibrée en une ligne équilibrée. Ces dispositifs **BALUN** (pour Balance Unit) sont en général plus faciles à réaliser qu'à expliquer, et l'on peut trouver leur description dans des manuels de Radio Engineering ou dans des livres pour radio-amateurs. Voir les exemples de la figure 6.6.

<sup>(1)</sup> L'impédance d'un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  devient réelle si l'on le raccourcit à  $0,47\lambda$ .

<sup>(2)</sup> La raison est que la capacité des deux branches du dipôle par rapport au fil qui l'alimente et par rapport à l'autre ne sont pas les mêmes. En conséquence un courant net circule dans le coaxial et lui aussi rayonne.

## 7. INTERACTION ENTRE ANTENNES.

### 7.1. Impédance mutuelle et interaction.

Dans l'étude des réseaux d'antennes nous avons postulé que la phase et l'amplitude des courants dans les différents radiateurs étaient connues. La réalité est un peu plus compliquée que ça car chaque radiateur va induire des courants dans les autres (sauf dans des cas particuliers). On peut donc postuler une impédance mutuelle entre les antennes qui jouera le même rôle que le terme  $j\omega M$  dans les circuits couplés. L'**impédance mutuelle**  $Z_{12}$  entre deux antennes est définie comme:

$$Z_{12} = \frac{v_2}{i_1}$$

où  $i_1$  est le courant qui circule dans l'antenne 1 (inductrice) et  $v_2$  est la tension qu'il faudrait appliquer à l'antenne 2 (induite), avec l'antenne 1 enlevée pour obtenir le même courant (en 2) induit par l'antenne 1.

Avec ceci l'ensemble des tensions et des courants d'un ensemble d'antennes est lié par le système d'équations:

$$\begin{array}{rcccccc} v_1 & = & i_1 Z_{11} & + & i_2 Z_{12} & + & \cdots & + & i_n Z_{1n} \\ v_2 & = & i_1 Z_{21} & + & i_2 Z_{22} & + & \cdots & + & i_n Z_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ v_n & = & i_1 Z_{n1} & + & i_2 Z_{n2} & + & \cdots & + & i_n Z_{nn} \end{array}$$

où

$v_i$  est la tension appliquée à l'antenne  $i$ .

$Z_{ii}$  est l'impédance de l'antenne  $i$ .

$Z_{ij}$  est l'impédance mutuelle entre les antennes  $i$  et  $j$ .

Il faut remarquer que, comme pour les inductances mutuelles:

$$Z_{ij} = Z_{ji}$$

Si, parmi les radiateurs, il y a des éléments non alimentés (un court-circuit à la place de la ligne d'alimentation)(cf. antennes de TV), le  $v_i$  correspondant est zéro. Ces éléments reçoivent l'injuste nom d'**éléments parasites**. On peut trouver les valeurs de  $Z_{ij}$  pour des dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  parallèles et non décalés dans la figure 7.1.

La phase de l'impédance mutuelle tourne avec une période de  $\lambda$  en fonction de l'éloignement, sauf pour des distances comparables à  $\lambda$ . Ceci est dû au retard dû à la vitesse de la lumière.

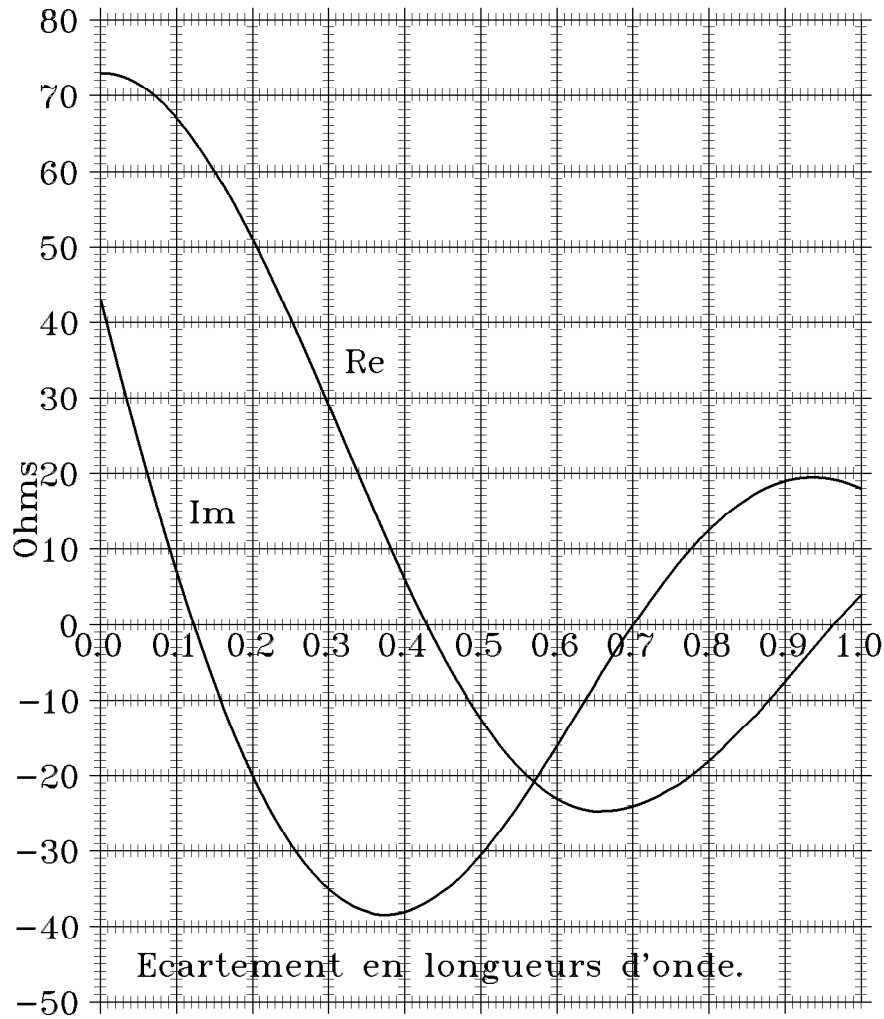


Figure 7.1. Impédance mutuelle entre dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  parallèles et non décalés.

### 7.1.1. Exemple.

Reprenons le cas traité précédemment (en 5.3.1, page 27) de deux dipôles  $\frac{\lambda}{2}$  espacés de  $\frac{\lambda}{4}$  et dont le courant du dipôle 2 était retardé de  $\frac{\pi}{2}$  par rapport au dipôle 1.

$$i_2 = i_1 e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = 73 + j42 \Omega \quad \text{à lire sur les courbes page 19}$$

$$Z_{12} = Z_{21} = 40 - j30 \Omega \quad \text{à lire sur les courbes page 38}$$

$$v_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_1 e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$v_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 = Z_{12}i_1 e^{j\frac{\pi}{2}} + Z_{22}i_2$$

L'impédance du dipôle 1 vue par le câble d'alimentation sera:

$$Z_1 = \frac{v_1}{i_1} = Z_{11} + Z_{12}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

et celle de 2 sera:

$$Z_2 = \frac{v_2}{i_2} = Z_{12}e^{j\frac{\pi}{2}} + Z_{22}$$

donc,

$$\begin{aligned} Z_1 &= 73 + j42 - j(40 - j30) = 43 + j2 \\ Z_2 &= 73 + j42 + j(40 - j30) = 103 + j82 \end{aligned}$$

Ce résultat nous montre que pour obtenir le résultat calculé en 5.3.1 il ne suffit pas de rajouter un bout de ligne de  $\frac{\lambda}{4}$  à la ligne d'alimentation du dipôle 1. Il faut tenir compte que l'impédance du dipôle change et qu'il faut l'adapter... mais les circuits d'adaptation ont la fâcheuse habitude de rajouter un déphasage. Pas si simple.

Riches de nos nouvelles connaissances nous pouvons maintenant calculer le gain des ensembles d'antennes (que nous avons pudiquement passé sous silence auparavant). La puissance totale délivrée aux deux dipôles est:

$$P = \frac{1}{2} i_1^2 [\Re(Z_1) + \Re(Z_2)] = \frac{1}{2} i_1^2 146$$

Une antenne isotrope, à une distance  $r$  donnerait une puissance par unité de surface:

$$\left(\frac{P}{S}\right)_{iso} = \frac{\frac{1}{2} i_1^2 146}{4\pi r^2}$$

Dans la direction du lobe principal ( $\theta = 0$ ), le champ produit par les deux dipôles est:  $E = 2E_\theta$  où  $E_\theta$  est le champ produit par chaque dipôle:

$$E = 2 \frac{i_1}{2\pi\epsilon_0 cr}$$

La puissance par unité de surface sera:

$$\frac{P}{S} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c \frac{i_1^2}{\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 r^2}$$

le gain sera donc:

$$G = \frac{\frac{P}{S}}{\frac{P}{S}_{iso}} = \frac{\frac{i_1^2}{2\pi^2 \epsilon_0 c r^2}}{\frac{i_1^2 146}{8\pi r^2}} = \frac{2^2}{\pi \epsilon_0 c 146} = \frac{2^2 120}{146} = 3,29 = 5,16 \text{ dB}$$

## 8. QUELQUES EXEMPLES D'ANTENNES.

Il suffit de lever le nez dans la rue pour avoir un aperçu de la diversité des types d'antennes. Nous nous limiterons à en décrire quelques unes choisies plus ou moins arbitrairement.

### 8.1. Dipôle $\frac{\lambda}{2}$ avec surface réfléchissante.

Si l'on place derrière un dipôle une plaque métallique (en réalité on place une grille qui remplit les mêmes fonctions), la réflexion sur le métal donnera lieu à une image du dipôle mais avec le courant inversé. En diminuant la distance entre le dipôle et le réflecteur on peut obtenir des gains directionnels allant jusqu'à 8, mais la résistance de rayonnement diminue considérablement.

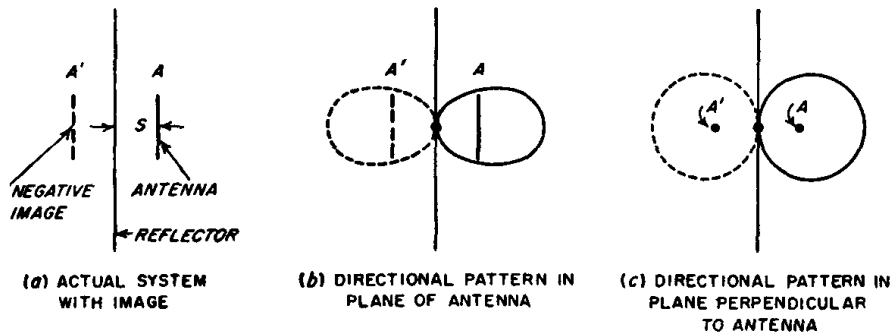


FIG. 23-35. Half-wave antenna close to and parallel with a plane reflector.

Figure 8.1. Dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec surface réfléchissante et ses diagrammes de rayonnement dans deux plans.

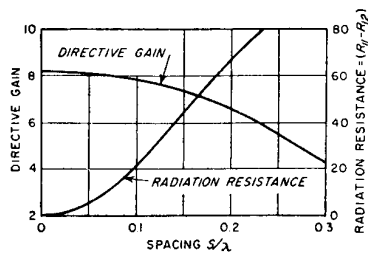


FIG. 23-36. Characteristics of antenna-reflector system of Fig. 23-35, for  $\lambda/2$  antennas.

Figure 8.2. Gain et résistance de rayonnement du dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec surface réfléchissante.

On laisse au lecteur studieux (chaque fois que j'écris cette phrase je me pose des questions...) le soin de vérifier quelques valeurs des courbes données. Ne pas oublier que l'écartement entre les deux dipôles, le vrai et son image, est deux fois la distance au réflecteur. Ne pas oublier que  $i_2 = -i_1$ .

## 8.2. Réflecteur d'angle.

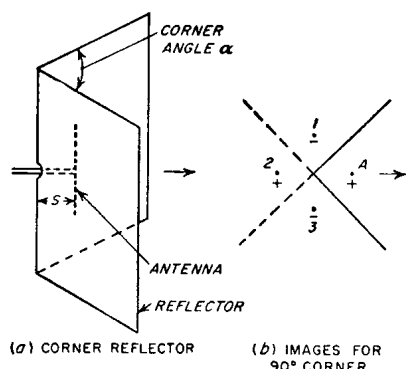


FIG. 23-37. Corner reflector antenna in perspective, together with image system for a  $90^\circ$  corner.

Figure 8.3. Dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec réflecteur d'angle.

Avec un angle de  $90^\circ$  (voir figure) on obtient 3 images: deux en opposition de phase et une en phase (celle du fond). Pour  $S = 0,25\lambda$  on obtient un gain de 16. Pour un angle de  $60^\circ$  (5 images: 3 en opposition et deux en phase) on obtient un gain de 28.

## 8.3. Antennes comportant des éléments parasites. Antennes Uda-Yagi.

Les antennes Yagi ont été inventées par monsieur... Uda (japonais comme Yagi). Il publia son invention en japonais, et ce n'est qu'à la publication en anglais (par monsieur Yagi) que ces antennes furent connues (sous le nom de Yagi, évidemment).

Ce sont des antennes qui comportent un dipôle alimenté, plus un ou plusieurs dipôles non alimentés (éléments parasites) (en court-circuit). Le courant qui circule dans ces éléments est induit par les autres éléments dont au moins un est alimenté. Suivant que les éléments parasites "repoussent" ou "attirent" le diagramme de rayonnement, ils reçoivent le nom de **réflecteurs** ou de **directeurs**.

### 8.3.1 Antenne comportant un élément parasite DIRECTEUR.

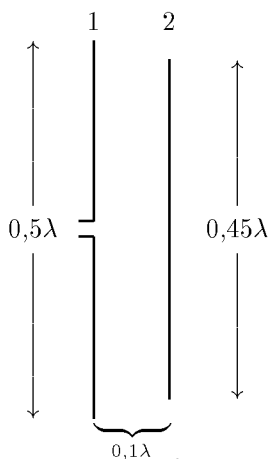


Figure 8.4. Dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec directeur.

Prenons un exemple concret:

Le dipôle de gauche est alimenté. Celui de droite est le **directeur** et est un simple conducteur de longueur (ici)  $0,45\lambda$  et est séparé du premier de  $0,1\lambda$ . En cherchant dans les figures adéquates on trouve:

$$Z_{11} = 73 + j43$$

$$Z_{22} = 58 - j27$$

$$Z_{12} = Z_{21} = 67 + j7$$

$$v_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2$$

$$0 = Z_{12}i_1 + Z_{22}i_2$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{-Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{-67 - j7}{58 - j27} = \frac{67,36/-174}{63,97/-24,96} = 1,053/-149$$

Deux remarques: Nous utilisons la notation module/argument pour les nombres complexes. D'autre part, faites très attention au calcul de l'argument avec vos calculettes. Si elles font la conversion cartésiennes-polaires c'est le moment de les amortir. Si la vôtre ne le fait pas, faites, chaque fois, le dessin du point dans le plan complexe pour vérifier que l'angle est le bon.

Nous remarquons aussi que, dans ce cas particulier, le courant dans l'élément parasite est légèrement *plus grand* que dans le dipôle alimenté.

$$E_\theta = E_1 + E_2 e^{j\phi}$$

où  $\phi$  est l'avance de phase du signal de 2 dû au fait que 2 est plus proche du point d'observation que 1:

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \ell \cos \theta = 360^\circ \frac{\ell}{\lambda} \cos \theta = 36^\circ \cos \theta$$

où  $\ell$  est la séparation entre les deux dipôles.

*Ceci est une façon hérétique de travailler: mettre les angles en degrés au lieu de radians. Il faut que la calculette soit en degrés et il ne faut pas se mélanger les pieds, mais c'est plus commode pour dessiner le diagramme de rayonnement.*

$$E_\theta = E_1 \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} e^{j\phi} \right)$$

mais

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{i_2}{i_1}$$

$$E_\theta = E_1 \left( 1 + 1,053/-149 \frac{1}{\phi} \right) = E_1 \left( 1 + 1,053/\phi - 149 \right)$$

on ne s'intéresse qu'aux amplitudes:

$$E_\theta = E_1 \sqrt{1 + 1,053^2 + 2 \cdot 1,053 \cos(36^\circ \cos \theta - 149^\circ)}$$

Le diagramme de rayonnement est le suivant:

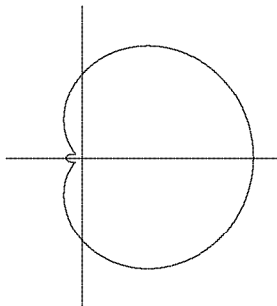


Figure 8.5. Diagramme de rayonnement de notre exemple de dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec directeur.

Dans ce diagramme, seul le terme dû à l'interférence est représenté. Pour obtenir le diagramme total il faut encore le multiplier par le diagramme de  $E_1$ , c'est-à-dire, le diagramme d'un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$ .

La raison physique de la directivité de cet arrangement est la suivante: le radiateur 2 (directeur) est en retard de  $149^\circ$  par rapport au 1. Pour les émissions vers l'arrière il faut ajouter à ce retard  $36^\circ$  (à cause du  $\frac{\lambda}{10}$ ) ce qui fait que, vers l'arrière les deux émissions sont presque en opposition de phase. Comme leurs deux amplitudes sont presque égales, le résultat est très petit. Pour les autres directions, le déphasage à ajouter aux  $-149^\circ$  est plus petit, et au delà de  $\theta = 90^\circ$  on



ajoute une avance de phase. Vers l'avant le retard est de seulement  $149^\circ - 36^\circ = 113^\circ$  et l'émission vers l'avant est beaucoup plus grande. Pour  $\theta = 0$  on obtient:

$$E_\theta = E_{\frac{\lambda}{2}} 1,1328$$

Nous pouvons maintenant calculer la résistance au rayonnement de l'antenne et le gain. L'impédance vue par le câble d'alimentation du dipôle alimenté sera:

$$Z = \frac{v_1}{i_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{i_2}{i_1}$$

$$Z_{12} = 67 + j7 = 67,36/\underline{6}$$

$$\begin{aligned} Z &= 73 + j43 + 1,053/\underline{-149} \cdot 67,36/\underline{6} = 73 + j43 + 70,93/\underline{-143} \\ &= 16,27 + j0,31 \Omega \end{aligned}$$

Le gain est:

$$G = \frac{\frac{P}{S}}{\left(\frac{P}{S}\right)_{iso}} = \frac{\frac{\varepsilon_0 c}{2} 1,1328^2 E_\theta^2}{\frac{R i_1^2}{8\pi r^2}}$$

Où  $R$  est la partie réelle de l'impédance série vue par le câble. Mais le numérateur est, sauf le  $1,1328^2$ , la puissance émise par un radiateur  $\frac{\lambda}{2}$  dans la meilleure direction, que nous avons déjà calculé:

$$\frac{\varepsilon_0 c}{2} E_\theta^2 = \frac{i_1^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 c r^2}$$

donc

$$G = \frac{1,1328^2 \frac{i_1^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 c r^2}}{\frac{R i_1^2}{8\pi r^2}} = \frac{1,1328^2}{\pi \varepsilon_0 c R} = \frac{120 \cdot 1,1328^2}{R}$$

Comme  $R = 16,27\Omega$ :

$$G = 9,464 = 9,76 \text{ dB}$$

Le fait d'ajouter un élément additionnel, qui ne coûte pas bien cher, puisque c'est simplement une baguette métallique, permet d'augmenter considérablement le gain (et la directivité). Ce gain n'est pas tout à fait gratuit: la résistance série diminue considérablement, et ceci est un sérieux inconvénient. Mais ce qui est remarquable est que le gain n'est pas modifié même si l'antenne n'est pas adaptée. Le déphasage entre les deux éléments ne dépend pas de la phase du courant d'excitation (comparer avec deux éléments alimentés séparément), il ne dépend que de la géométrie des deux baguettes. Voilà une antenne facile à réaliser et pas chère.

### 8.3.2. Antenne comportant un élément parasite RÉFLECTEUR.

Prenons un exemple similaire mais cette fois avec un élément plus long (phase inversée) et situé de l'autre côté:

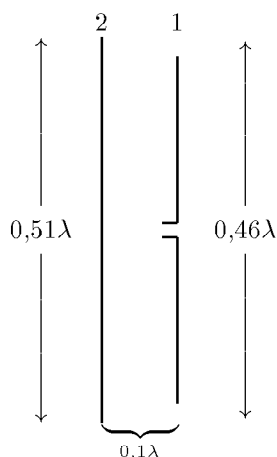


Figure 8.6. Dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec réflecteur.

Même démarche que dans le cas précédent:

$$Z_{11} = 60,84 - j13,32$$

$$Z_{22} = 76,5 + j56,16$$

$$Z_{12} = 67 + j7 = 67,36/\underline{6}$$

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{Z_{12}}{Z_{22}} = \frac{67,36/\underline{-174}}{94,88/\underline{36,3}} = 0,71/\underline{150}$$

$$\frac{i_2}{i_1} = 0,71/\underline{150}$$

Le signal de  $E_2$  aura un déphasage de  $\phi = 150^\circ - 360^\circ \frac{\ell}{\lambda} \cos \theta$ , donc,

$$E = E_1 \left( 1 + \frac{E_2}{E_1} e^{j\phi} \right)$$

On ne s'intéresse qu'aux amplitudes:

$$E = E_1 \sqrt{1 + 0,71^2 + 1,42 \cos(150^\circ - 36^\circ \cos \theta)}$$

Pour  $\theta = 0$  et  $180^\circ$  on obtient 0,966 et 0,303 respectivement. Le diagramme de rayonnement est le suivant:

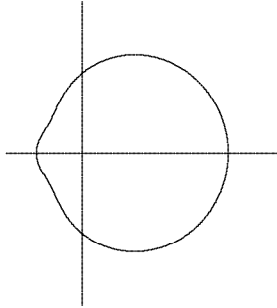


Figure 8.7. Diagramme de rayonnement de notre exemple de dipôle  $\frac{\lambda}{2}$  avec réflecteur.

Cet élément décale le diagramme de rayonnement du côté opposé à celui où il se trouve et reçoit le nom de **réflecteur**. Ne pas confondre avec de vrais réflecteurs comme des surfaces métalliques planes, paraboliques, etc. Ce n'est pas un réflecteur au sens optique du terme (peut-être que ça aurait été plus approprié de l'appeler (*directeur*)<sup>-1</sup>).

Nous pouvons calculer l'impédance de cette antenne:

$$Z = \frac{v_1}{i_1} = Z_{11} + \frac{i_2}{i_1} Z_{12} = 60,8 - j13,3 + 0,71/150 \cdot 67,36/6 = 60,8 - j13,3 + 47,75/156$$

$$Z = 17,28 + j6,41$$

Comme pour le cas du *directeur* on paie le gain par une diminution de la résistance série. Calculons le gain: pour  $\theta = 0$  le champ est  $E = E_1 0,9664$  où  $E_1$  est le champ d'un dipôle  $\frac{\lambda}{2}$ .

$$G = \frac{0,9664^2 \frac{i_1^2}{8\pi^2 \epsilon_0 c r^2}}{\frac{i_1^2 R_{série}}{8\pi r^2}} = \frac{120 \cdot 0,9664^2}{17,28} = 6,48 = 8,11 \text{ dB}$$

### 8.3.3. Antenne YAGI à trois éléments.

Nous finirons les antennes avec des éléments parasites par l'étude d'une antenne Yagi à trois éléments: un dipôle alimenté plus deux dipôles parasites: un directeur et un réflecteur.

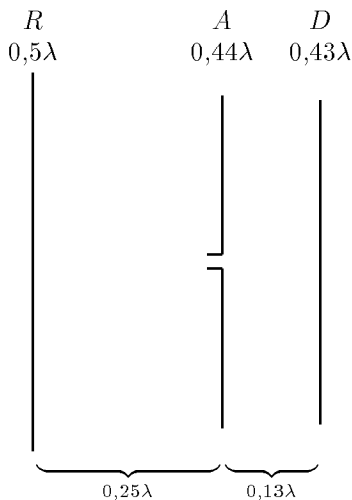


Figure 8.8. Antenne Yagi à trois éléments.

Nous étudierons l'exemple donné dans la figure et utiliserons comme indices  $a$  pour le dipôle alimenté,  $d$  pour le directeur et  $r$  pour le réflecteur.

$$Z_{aa} = 55,24 - j40,52$$

$$Z_{dd} = 52,56 - j53,88$$

$$Z_{rr} = 73 + j43$$

$$Z_{ad} = Z_{da} = 63 - j2,15$$

$$Z_{ar} = Z_{ra} = 40,47 - j29$$

$$Z_{dr} = Z_{rd} = 10,4 - j38,36$$

Le système d'équations sera:

$$\begin{aligned} v_1 &= i_a Z_{aa} + i_d Z_{ad} + i_r Z_{ar} \\ 0 &= i_a Z_{ad} + i_d Z_{dd} + i_r Z_{dr} \\ 0 &= i_a Z_{ar} + i_d Z_{dr} + i_r Z_{rr} \end{aligned}$$

On déduit:

$$\frac{i_d}{i_a} = \frac{Z_{ar} Z_{dr} - Z_{ad} Z_{rr}}{Z_{dd} Z_{rr} - Z_{dr}^2} \quad \frac{i_r}{i_a} = \frac{Z_{ad} Z_{dr} - Z_{ar} Z_{dd}}{Z_{dd} Z_{rr} - Z_{dr}^2}$$

après quelques calculs pénibles<sup>(1)</sup> en nombres complexes on arrive à:

$$\frac{i_d}{i_a} = 0,92 / -134 \quad \frac{i_r}{i_a} = 0,167 / 96$$

Le signal sera:

$$E = E_a \left( 1 + \frac{E_d}{E_a} e^{j\beta_d} + \frac{E_r}{E_a} e^{j\beta_r} \right) = E_a \left( 1 + \frac{i_d}{i_a} e^{j\beta_d} + \frac{i_r}{i_a} e^{j\beta_r} \right)$$

où

$$\beta_d = \frac{2\pi}{\lambda} 0,13\lambda \cos(\theta)$$

et

$$\beta_r = -\frac{2\pi}{\lambda} 0,25\lambda \cos(\theta)$$

Si l'on prend comme repère la phase du signal du dipôle alimenté, la phase du signal du directeur sera:

$$\phi_d = \beta_d - 134^\circ$$

et celle du réflecteur sera:

$$\phi_r = \beta_r + 96^\circ$$

$$E = E_a \left( 1 + 0,92 / \phi_d + 0,167 / \phi_r \right)$$

$$E = E_a \sqrt{(1 + 0,92 \cos \phi_d + 0,167 \cos \phi_r)^2 + (0,92 \sin \phi_d + 0,167 \sin \phi_r)^2}$$

Le diagramme de rayonnement est le suivant:

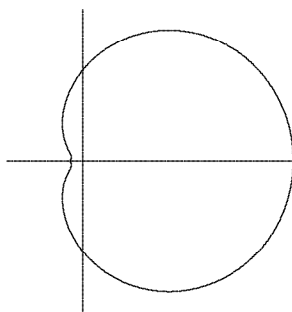


Figure 8.9. Diagramme de rayonnement de notre exemple d'antenne Yagi à trois éléments.

On peut pousser jusqu'à calculer le gain de cette antenne. Pour ceci il nous faut calculer d'abord l'impédance:

$$Z = \frac{v_a}{i_a} = Z_{aa} + Z_{aa} \frac{i_d}{i_a} + Z_{ar} \frac{i_r}{i_a} = 17,58 - j73,56 \Omega$$

Pour  $\theta = 0$  on obtient  $E = E_a 1,509$ . Le gain sera donc:

$$G = \frac{1,509^2 \frac{i_a^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 c r^2}}{\frac{I_a^2 R_{série}}{8\pi r^2}} = \frac{120 \cdot 1,509^2}{17,58} = 15,53 = 11,91 \text{ dB}$$

<sup>(1)</sup> Pénibles si on les fait à la main. J'ai fini par m'écrire un petit programme.

### 8.4. Antennes paraboliques.

On appelle antennes paraboliques des antennes qui utilisent un réflecteur métallique dont la forme est une partie d'un paraboloïde de révolution. Une onde sphérique, émise au foyer de la surface paraboloidale se transforme, en se réfléchissant sur la surface, en une onde plane.

*On laisse la démonstration au lecteur. Pour une parabole  $4fx = y^2$ , le foyer se trouve au point  $x = f$  et  $y = 0$ .*

Comme après réflexion sur le paraboloïde on retrouve une onde plane on serait tenté de supposer que cette onde plane, qui s'étend sur une surface égale à l'ouverture du réflecteur, se propage sans changer de dimensions. Ce n'est pas le cas: la surface s'élargit progressivement et ceci d'autant plus qu'elle est, au départ, plus petite. Pour comprendre la raison il faut utiliser le principe de Huygens: chaque portion d'un front d'onde se comporte comme un émetteur isotrope en phase avec l'onde. Le signal émis par cet émetteur est proportionnel à la surface avec laquelle on l'associe et à l'amplitude de l'onde à cet endroit.

*En réalité c'est encore plus général: chaque région de l'espace se comporte comme un émetteur en phase avec le signal à cet endroit. Le calcul est plus simple si l'on se limite à l'énoncé original simplifié.*

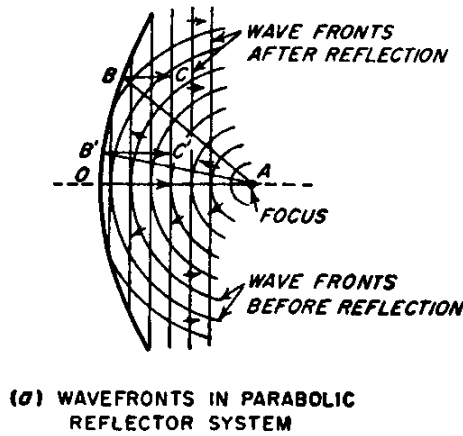


Figure 8.10. Une onde sphérique émise au foyer de la parabole se transforme en onde plane après réflexion.

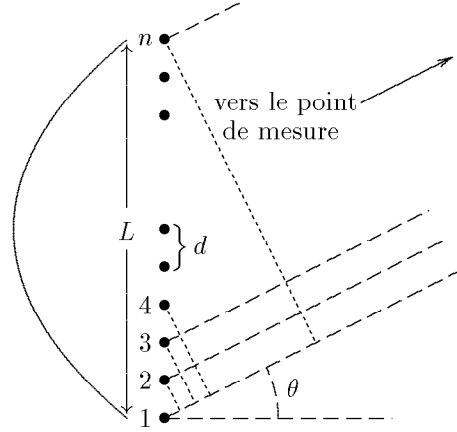


Figure 8.11. On remplace le front d'onde plane par une infinitude de radiateurs individuels.

Nous pouvons calculer le signal loin de la sortie d'une antenne parabolique en remplaçant le front d'onde par  $n$  émetteurs dont de signal sera  $\frac{E_\theta}{n}$  puis en faisant tendre  $n$  vers l'infini. Pour  $n$  émetteurs nous avons trouvé:

$$E = E_\theta \frac{\sin\left(n \frac{\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

où  $\phi = k\ell \sin \theta$  et  $\ell$  était la séparation entre deux sources. Maintenant il faut remplacer  $E_\theta$  par  $\frac{E_\theta}{n}$  et  $\ell$  par  $\frac{L}{n}$  où  $L$  est le diamètre de la parabole.

$$E = \frac{E_\theta}{n} \frac{\sin\left(\frac{nkL \sin \theta}{2n}\right)}{\sin\left(\frac{kL \sin \theta}{2n}\right)}$$

comme nous faisons tendre  $n \rightarrow \infty$  on peut remplacer le sinus par l'angle dans le dénominateur:

$$E = E_\theta \frac{\sin\left(\frac{kL \sin \theta}{2}\right)}{\frac{kL \sin \theta}{2}}$$

La forme du diagramme d'émission est  $\frac{\sin x}{x}$  sauf qu'au lieu d'être  $x$  il s'agit de  $\frac{kL \sin \theta}{2}$ . La valeur du  $x$  est bornée du fait que  $\theta$  est limité à l'intervalle  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ . Le premier zéro aura lieu pour  $x = \pi$ , c'est-à-dire, pour

$$\sin \theta = \frac{2\pi}{kL} = \frac{\lambda}{L}$$

Il est facile de comprendre pourquoi on a un zéro pour cet angle: dans cette direction on additionne le signal de toutes les sources avec des déphasages uniformément distribués entre 0 et  $2\pi$ .

La largeur du lobe à demi puissance aura lieu pour  $\frac{\sin x}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}}$  soit  $x = 1,391557378 \dots$  :

$$\sin \theta_{demi} = 0,442946 \dots \frac{\lambda}{L}$$

On constate que si  $L$  est comparable à  $\lambda$  le zéro se trouve vers  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Si  $L < \lambda$  on ne trouve pas de zéro. Pour que la directivité soit élevée il faut  $L \gg \lambda$ .

Le calcul que nous venons de faire n'est pas valable pour une surface paraboloidale de révolution. La raison est que nous avons donné à chaque émetteur le même poids. Ce calcul n'est valable que si la surface de l'antenne, vue de face, est rectangulaire, et dans ce cas le calcul n'est valable que dans le plan du dessin. Dans le cas d'une surface de révolution nous avons beaucoup plus d'émetteurs vers le centre que vers le haut ou le bas. Il aurait fallu multiplier l'amplitude de chaque émetteur par le bon coefficient et faire l'intégrale. Le résultat est du même type sauf qu'au lieu d'obtenir  $\frac{\sin x}{x}$  on obtient  $\frac{J_1(x)}{x}$  où  $J_1(x)$  est la fonction de Bessel d'ordre 1. Cette fonction a une forme du type  $\sin x$  dont l'amplitude décroît avec  $x$  mais les zéros ne sont pas situés aux mêmes valeurs. Pour  $J_1(x)$  les zéros se situent à

$$0; 3,83; 7,02; 10,17; \dots$$

au lieu de 0;  $\pi$ ;  $2\pi$ ;  $\dots$ . Donc, pour une antenne parabolique "ronde" le premier zéro sera placé pour:

$$\frac{kL \sin \theta}{2} = 3,83 \dots \implies \sin \theta = 1,22 \frac{\lambda}{L}$$

où  $L$  est le diamètre de la parabole.

Évidemment ces valeurs ne sont exactes que si l'antenne est "ronde" et que si l'amplitude du champ est uniforme à la sortie de la parabole. Si ce n'est pas le cas les zéros seront déplacés. Ceci est le cas quand on "éclaire" la parabole avec quelque chose d'autre qu'un émetteur isotrope, par exemple avec un cornet (voir plus loin). Dans le cas du cornet l'amplitude au centre est plus importante que sur les bords et le lobe principal se trouve élargi.

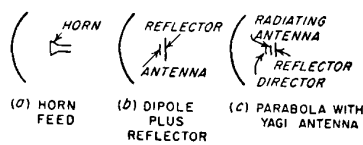


Fig. 23-46. Methods of illuminating a parabolic antenna.

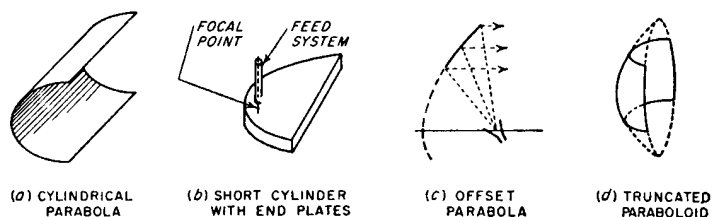


Fig. 23-47. Various types of parabolic reflectors.

Figure 8.12. Différentes méthodes d'éclairage d'une parabole, et différentes formes de réflecteurs paraboliques.

La directivité et le gain que l'on peut obtenir avec ce type d'antennes sont énormes, à condition que les dimensions soient grandes comparées à  $\lambda$ . Par exemple, pour  $\lambda = 2,5 \text{ cm}$  et  $D = 75 \text{ cm}$  le gain est de 4500 et la largeur du lobe à demi-puissance est de  $3^\circ$ .

### 8.5. Antennes cornets.

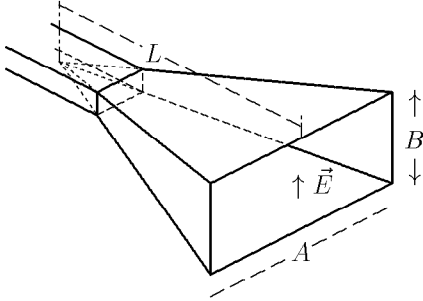


Figure 8.13. Cornet couplé à l'extrémité d'un guide d'ondes.  $L$  est la hauteur de la pyramide qui forme le cornet.

Dans la figure 8.13 est dessiné un cornet typique. Il consiste en un guide d'ondes évasé de sorte que l'onde à l'intérieur s'étale progressivement. Le cornet joue le même rôle que le cornet d'un instrument à vent (trompette, saxo, etc.). Il sert à adapter l'impédance entre le guide (le tube dans les instruments à vent) et l'espace libre. Il diminue donc la réflexion à la fin du guide et permet un meilleur transfert de puissance. Dans le cas le plus courant, le guide est utilisé en mode  $TE_{01}$  (celui étudié en cours d'EM), l'amplitude du champ électrique est constante dans une direction et varie sinusoidalement dans l'autre, avec des zéros au niveau des parois. Cette même distribution d'amplitude se retrouve à la sortie du cornet.

Si la phase du signal à la sortie du cornet était la même partout, on se retrouverait avec un morceau d'onde plane (sauf que l'amplitude varie dans une des directions) et on peut calculer le champ de l'onde sortante de la même façon que pour les antennes paraboliques: dans le plan vertical (parallèle au champ électrique et à la direction de propagation de l'onde), l'amplitude à la sortie est constante et le diagramme de rayonnement est en  $\frac{\sin x}{x}$  avec  $x = \frac{kB \sin \theta}{2}$  où  $B$  est l'ouverture du cornet dans cette direction. Dans le plan horizontal (parallèle à la direction de propagation et perpendiculaire au champ électrique), le calcul est plus compliqué puisque l'amplitude varie sinusoidalement. Les zéros se trouvent plus étalés.

Tout ceci n'est valable que si la phase du signal est la même sur toute la surface de sortie du cornet. Dans la réalité ce n'est pas le cas car le chemin que le signal doit parcourir entre la sortie du guide et la sortie du cornet est plus courte pour le centre du cornet que pour les bords. Donc le signal près des bords du cornet sera en retard de phase par rapport au centre. Ce retard a pour effet d'élargir le diagramme de rayonnement du cornet. Pour diminuer le retard et conserver un bon gain il faut que l'angle d'ouverture du cornet soit faible. Il faut trouver un compromis entre le gain désiré et l'encombrement du cornet.

Pour un cornet pyramidal de longueur  $L$  les dimensions qui optimisent le gain sont:

$$\begin{aligned} \text{dimension perpendiculaire à } \vec{E} : & A = \sqrt{3L\lambda} \\ \text{dimension parallèle à } \vec{E} : & B = 0,81 A \\ \text{gain } G &= 15,3 \frac{L}{\lambda} \end{aligned}$$

Les antennes cornet sont utiles quand on a besoin d'un gain modéré. Elles sont très utilisées pour "éclairer" une parabole (en émission ou en réception).

### 8.6. Antennes à fentes.

Si l'on crée un champ électrique (alternatif!) en travers d'une fente étroite dans une plaque métallique, la fente rayonne de la même façon qu'un dipôle comme ceux que nous avons étudiés. Le champ électrique est perpendiculaire à la fente ce qui veut dire que le dipôle équivalent est perpendiculaire à la fente. On a démontré que la forme du champ rayonné est exactement la même

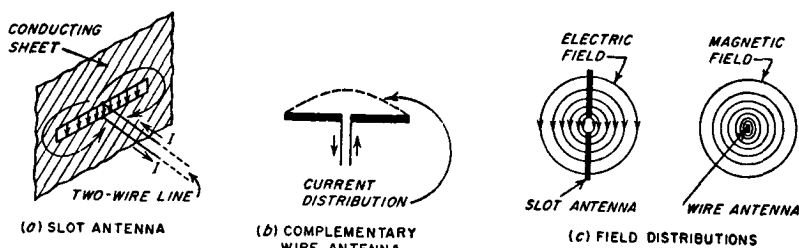


Fig. 23-52. Slot antenna and its complementary wire antenna.

Figure 8.14. Antenne à fente et son antenne dipolaire équivalente.

que celle d'une tige métallique ayant une distribution de courant égale à la distribution du champ électrique le long de la fente.

Une des utilisations courantes de l'antenne à fente est le dispositif "fishtail" (queue de poisson), utilisée dans les émetteurs de télévision:

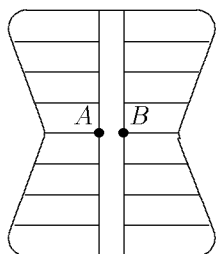


Figure 8.15. Antenne "fish-tail". La fente centrale est alimentée entre les points A et B.

Ici la plaque métallique est remplacée par une plaque en forme de deux queues de poisson qui entourent la fente. Évidemment on remplace la plaque métallique par des tubes qui ont la même fonction et qui n'offrent pas de prise au vent. Ce dispositif présente l'avantage d'avoir une impédance assez constante dans une bande passante relativement grande.

Les fentes peuvent être faites sur les parois d'un guide d'onde. Il est évident que pour que les fentes rayonnent, elles ne doivent pas être parallèles aux lignes du courant qui circule sur les parois du guide d'onde. On peut jouer sur la position des fentes pour ajuster l'importance du champ électrique créé en travers de la fente. En particulier une fente parallèle au guide et placée en haut du guide ne rayonnera pas si elle est au centre et rayonnera de plus en plus à mesure qu'on la déplace vers une des parois latérales. On peut fabriquer un réseau de fentes en affublant le guide de plusieurs fentes. Si les fentes sont placées à des distances multiples de  $\lambda_{guide}$  les fentes seront en phase et le réseau aura un maximum d'émission dans la direction perpendiculaire au guide.

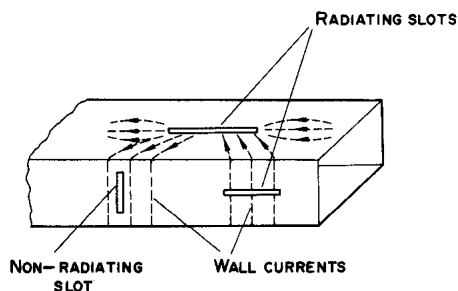


Figure 8.16. Guide d'onde avec des fentes. Les fentes parallèles aux lignes de courant ne rayonnent pas.

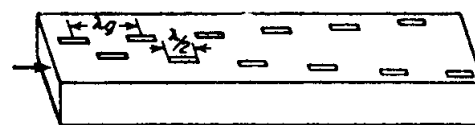


FIG. 23-54. Slotted waveguide antenna designed to act as a broadside array of slots.

Figure 8.17. Guide d'onde percé de fentes pour former un réseau. Les fentes distantes de  $\frac{\lambda_g}{2}$  sont situées du côté opposé de la ligne médiane et se retrouvent en phase.

**BIBLIOGRAPHIE.**

- R. P. FEYNMAN, R. B. LEIGHTON ET M. SANDS. The Feynman lectures on physics. Addison-Wesley. *Mon texte préféré de physique générale. Existe en édition française.*
- F. R. CONNOR. Antennas. Arnold. *Ce petit livre donne un rapide aperçu de différents aspects des antennes.*
- F. E. TERMAN. Electronic and Radio Engineering. McGraw-Hill. *Malgré son age vénérable ce livre est une mine d'informations.*