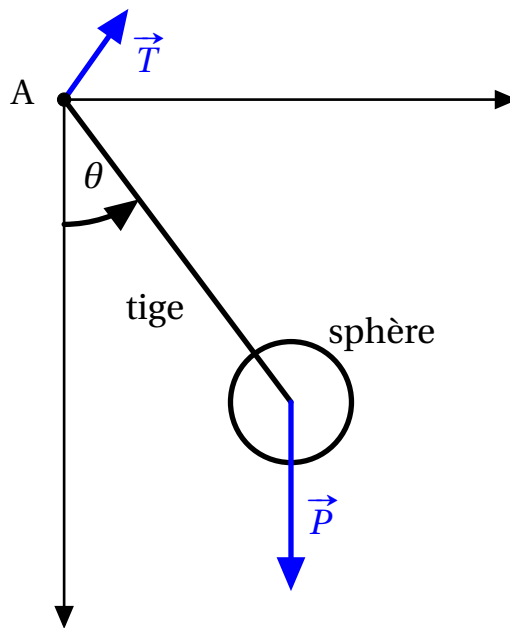


## Tige encastrée dans une sphère



Avec l'encastrement, la tige et la sphère forme un seul solide.

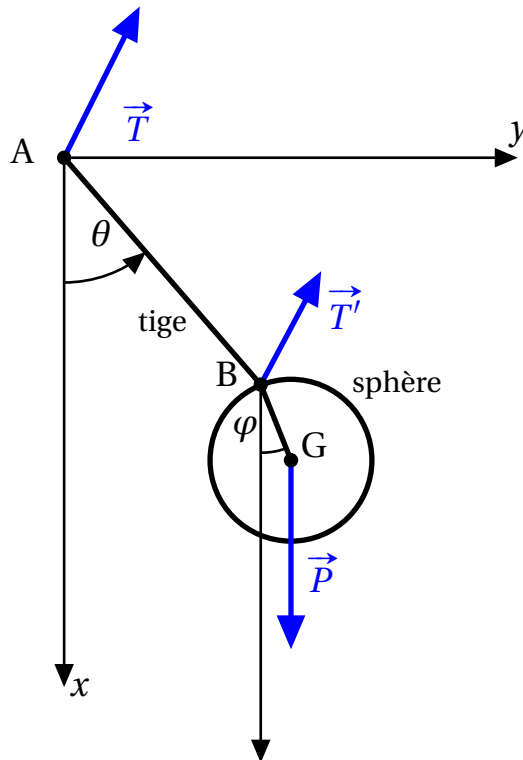
$$J_{Az} \cdot \ddot{\theta} = M = -mgl \sin \theta$$

$$ma_{\theta} = ml\ddot{\theta} = -mgl \sin \theta + T_{\theta}$$

Le  $T_{\theta}$  rend les deux équations compatibles.

Le dessin est fait avec une tige de masse négligeable.

## Fil et sphère



$\vec{T}$  : action du support sur le fil

$\vec{T}'$  : action du fil sur la sphère

$\ell$  est la longueur de la tige AB,  $R$  est le rayon de la sphère.

**Fil** Si le fil, de masse négligeable, reste tendu  $\vec{T} = \vec{T}'$  et la direction de  $\vec{T}$  est celle du fil.

**Tige** Avec une tige de masse négligeable et une liaison pivot,  $\vec{F} = m\vec{a}$  appliqué à la tige donne  $\vec{T} = \vec{T}'$  et  $M = J\ddot{\theta}$  implique que la direction de  $\vec{T}$  est celle de la tige.

## Cinématique

$$\vec{AG} = \vec{AB} + \vec{BG} = \ell \vec{u}_r + R \vec{u}_r'$$

$$\vec{v}_G = \frac{d\vec{AG}}{dt} = \ell \dot{\theta} \vec{u}_\theta + R \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi$$

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \ell \ddot{\theta} \vec{u}_\theta - \ell \dot{\theta}^2 \vec{u}_r + R \ddot{\varphi} \vec{u}_\varphi - R \dot{\varphi}^2 \vec{u}_r'$$

## Dynamique

$$m \cdot \vec{a}_G = \vec{T}' + \vec{P}; J_{Gz} \cdot \ddot{\varphi} = M(\vec{T}' / Gz)$$

Trois équations scalaires plus (la direction de  $\vec{T}'$  est  $\theta$ ) soit quatre équations pour quatre inconnues  $\theta$ ,  $\varphi$  et  $\vec{T}'$ .

## Résolution dans l'approximation des petits angles $R = 0.3\ell$

