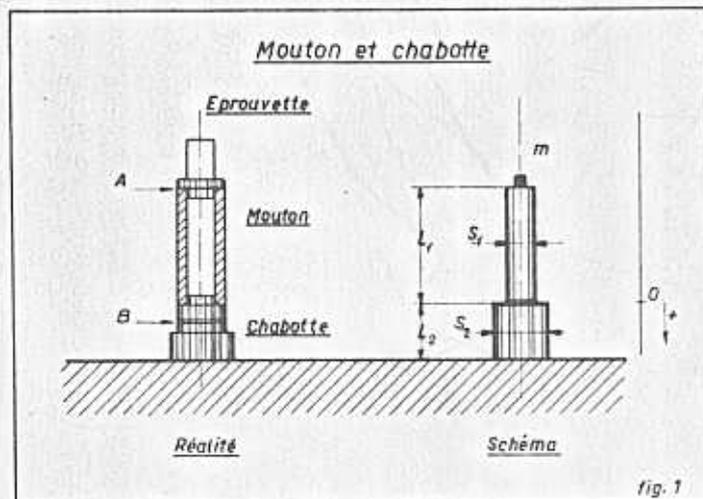


1) But de l'étude

Lorsqu'on veut obtenir des accélérations très élevées, de l'ordre de 10.000 à 30.000 g, nécessitées par les essais et la mise au point des mécanismes devant résister à des ébranlements intenses, on utilise des appareils d'accélération par choc connus aussi sous le nom moins explicite d'appareils de chute.

Ces dispositifs sont la réplique mécanique des générateurs d'impulsions employés en électro-technique. Ils sont assez peu connus et leur étude expérimentale est très difficile par suite de la grandeur des forces mises en jeu et de la rapidité du phénomène.

Si la théorie exacte de ces dispositifs est compliquée, leur construction par contre est des plus simple. Ils se composent, en principe, d'un mouton tubulaire qui porte l'éprouvette vissée à sa partie supérieure. Une pièce qu'il y aurait d'ailleurs intérêt à supprimer est fixée à la base du mouton et reçoit le choc. Le tout tombe d'une



hauteur H sur une chabotte cylindrique, elle-même appuyée sur une enclume de grande masse (fig. 1). Toute cette construction doit être réalisée avec un grand soin car elle est soumise à des efforts intenses; les différentes parties doivent avoir une grande rigidité.

On peut procéder à deux types d'essais, à savoir: les essais sur crusher et les essais directs

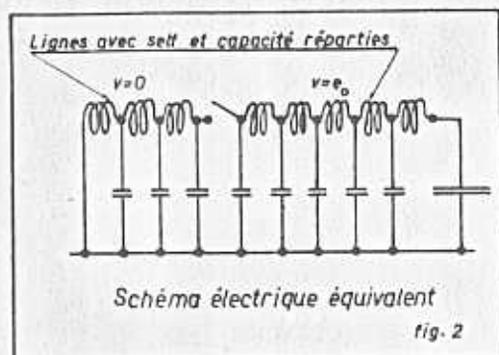
ou sur acier. Dans les premiers, le mouton écrase sur la chabotte une douille de métal (placée en B sur la figure 1) qui subit une déformation permanente dont la grandeur détermine l'accélération. Dans le second type d'essai, le mouton tombe sur la chabotte sans interposition d'un crusher.

-Si l'on se bornait à étudier l'effet statique de l'accélération, on pourrait la produire par centrifugation des éprouvettes. Les calculs seraient beaucoup plus simples et les résultats moins problématiques mais l'appareillage nécessaire serait coûteux.

Les problèmes de choc ont été étudiés par Navier en 1823, puis par Clebitch qui fut traduit par Saint-Venant et par J. Boussinesq. On peut consulter à ce sujet, entre autres : La théorie des vibrations de Timoshenko (6) et le tome 3 du cours de Mécanique du professeur H. Favre.

2) Essai direct (sans interposition de crusher) Définitions, conventions et hypothèses finales.

L'appareil sera schématisé suivant la Figure 1 (à droite). Notons qu'il existe des analogies électriques et hydrauliques (coups de béliers, cas de la fermeture instantanée). Le schéma de la Figure 2 est l'équivalent électrique du dispositif.



Les déplacements, les longueurs, les vitesses, les accélérations et les forces sont mesurées verticalement, le sens positif étant orienté vers le nadir. Les forces inconnues sont considérées comme positives. L'indice 1 caractérise le mouton; les grandeurs correspondantes de la chabotte portent l'indice 2. Au début du choc, on a $t=0$. Comme l'accélération varie d'un point à l'autre, il importe de définir exactement le point où elle est calculée. Ce sera le point A de la figure 1.

Le calcul est basé sur les hypothèses suivantes:

1) La masse de l'éprouvette et celle de son support sont supposées sans dimensions et concentrées à l'extrémité supérieure du mouton. Les accélérations et par suite les forces mises en jeu sont tellement grandes que cette hypothèse n'est pas très satisfaisante; mais on serait conduit, si on ne le faisait pas, à tenir compte de la forme de l'éprouvette ce qui ne pourrait être fait que dans des cas particuliers et entraînerait, en général, des calculs inextricables.

2) L'enclume, placée sous la chabotte est inébranlable et indéformable. Il y aura naturellement de petites déformations et de petits déplacements

mais on peut montrer, en ce qui concerne les déplacements qu'ils n'influent pas beaucoup sur les résultats obtenus.

3) La limite élastique du métal n'est dépassée nulle part. Cette condition est facilement réalisable pour des hauteurs de chute modérées.

4) il n'est pas tenu compte des phénomènes d'amortissement.

5) L'axe du mouton ne dévie pas latéralement.

6) La vitesse de propagation des ébranlements est constante (vitesse du son dans l'acier).

7) Afin de simplifier les calculs on suppose que la chabotte est plus longue que le mouton.

Si, au lieu de l'hypothèse 6, on admet que tous les points du mouton se déplacent simultanément (ce qui revient à considérer la vitesse du son dans l'acier comme infinie), on est ramené à l'arrêt d'un corps lancé contre un ressort dépourvu de masse répartie. Ce problème classique est traité par H. Favre (Cours de mécanique, tome II) et dans quantité d'autres ouvrages. La course, l'accélération et la vitesse en fonction du temps sont des sinusoides; l'accélération maximum est 1,57 fois plus grande que l'accélération moyenne. Voir Figure 3. La Figure 4 donne les mêmes grandeurs en fonction de la course.

Ce procédé est naturellement très critiquable puisque la masse du mouton négligée est plus grande que la masse de l'éprouvette. Cependant la valeur moyenne de l'accélération obtenue de cette façon est très voisine de celle que donne le procédé exact.

Calcul exact

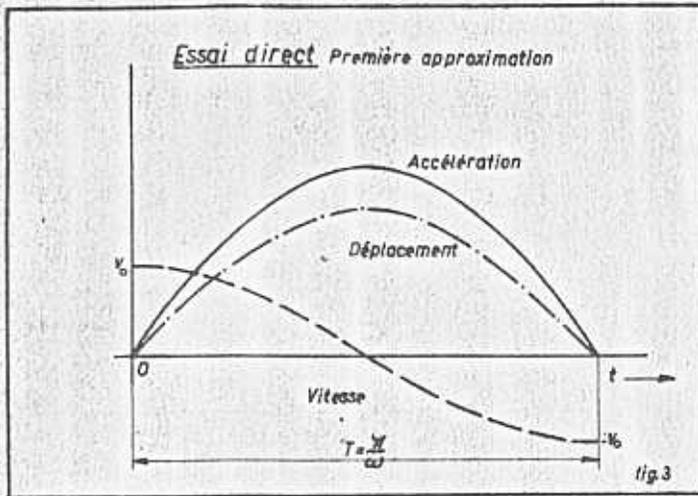
On peut, en partant de l'équation de propagation des ondes planes et en tenant compte des conditions aux limites, calculer la valeur de l'accélération dans la section terminale du mouton. Nous avons utilisé pour ce calcul, la transformation de Laplace (ou transformation d'Heaviside, désignation anglo-saxonne) qui facilite beaucoup ce problème.

L'accélération est donnée par :

$$a = -2v_1 \xi e^{-\xi(t - \mu/2)}$$

avec : $v_1 = \frac{S_2}{S_1 + S_2} v_0$, $\xi = \frac{g S_1 E}{p C} \text{ sec}^{-1}$

et : $\mu = \frac{2 L_1}{C} \text{ sec}$



Dans ces formules :

a	accélération	cm/sec ²
v	vitesse d'impact	cm/sec
ξ	coefficient de l'exponentielle	1/sec
g	accélération de la pesanteur	981 cm/sec ²
E	module de Jung (module d'élasticité)	kg/cm ²
S ₁	Surface de la section droite du mouton	cm ²
S ₂	de de la chabotte	cm ²
L	longueur du mouton	cm
μ	période du mouton	sec
C	vitesse du son dans l'acier	cm/sec
p	poids de l'éprouvette	kg

La formule de l'accélération n'est valable que si t est plus grand que la demi-période; en effet, c'est seulement à partir de cet instant que la déformation a atteint la partie supérieure du mouton.

Dans le cas où le choc a lieu directement sur une enclume, sans interposition d'une chabotte, la section de la chabotte doit être considérée comme infiniment grande et l'on a $v_1 = v_0$. L'interposition d'une chabotte est donc équivalente à une réduction de la vitesse initiale et par suite de la hauteur de chute.

L'accélération atteint sa plus grande valeur au début de la période mais il faut remarquer qu'il ne s'agit pas là d'un maximum algébrique. Cette valeur est beaucoup plus grande que l'accélération moyenne. La Figure 5 donne l'allure du phénomène. On a porté également sur cette figure la course obtenue pour L₂ plus petit que L₁ et S₁ = S₂. La courbe en trait fin représente la sinusoïde de la première approximation.

Il existe d'autres périodes mais nous n'en avons pas abordé l'étude qui est compliquée par le fait que la liaison à la base du mouton est unilatérale et dont l'importance est diminuée par l'amortissement.

Remarque

La valeur maximum de l'accélération devient infinie pour $p = 0$. Une accélération infinie est physiquement impossible mais il faut remarquer que si l'accélération est très grande, la force l'est aussi et que par suite les hypothèses 1, 2 et 3 ne sont pas réalisées. Si le diamètre de l'éprouvette est inférieur à celui du mouton, celui-ci subira dans sa section terminale des flexions qui diminueront l'accélération effective.

diminueront l'accélération effective.

Exemples numériques.

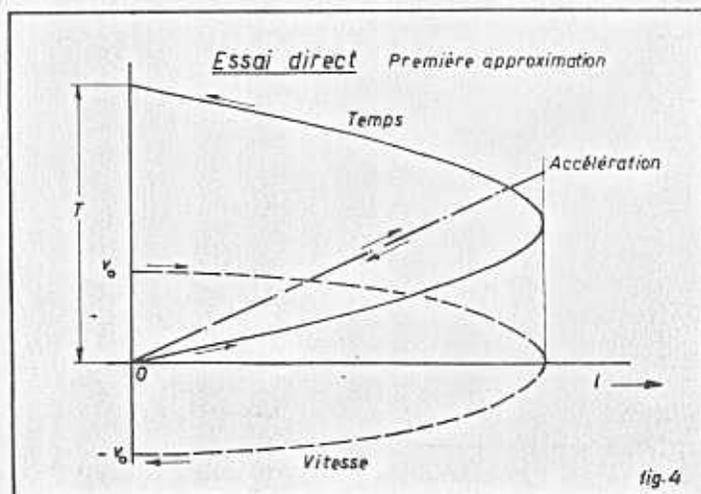
Données :

- H = 500 (cm) Hauteur de chute
- $v_0 = 990$ (cm/sec)
- L₁ = 25 (cm)
- S₁ = 45 (cm²)
- S₂ = 113 (cm²)
- p = 3 (kg)

$$E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ [kg/cm}^2\text{]} \quad C = 6,16 \cdot 10^3 \text{ [cm/sec]}$$

Vitesse équivalente :

$$v_1 = \frac{113}{45 + 113} 990 = 708 \text{ [cm/sec]}$$



Période du mouton :

$$\mu = \frac{2 \times 25}{6,16} 10^{-5} = 8,12 \cdot 10^{-5} \text{ [sec]}$$

Coefficient de l'exponentielle :

$$\xi = \frac{45 \times 2,2 \times 981 \times 10^0}{3,00 \times 6,16 \times 10^5} = 52,5 \cdot 10^3 \text{ [sec}^{-1}\text{]}$$

Accélération initiale :

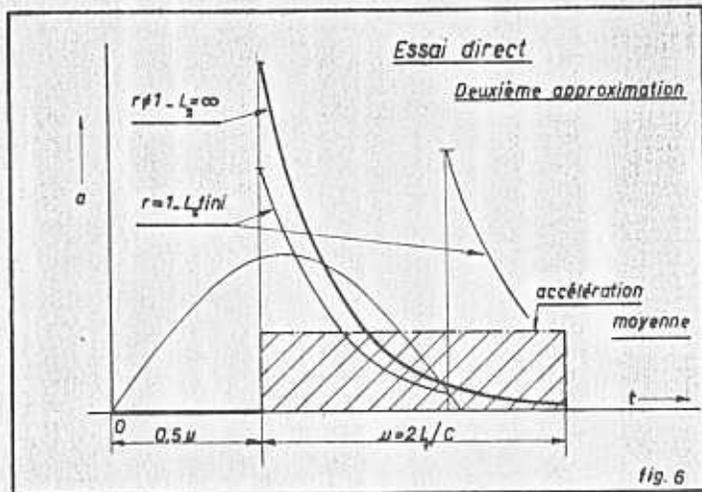
$$a = 2 \times 708 \times 53,6 \times 981 = 75,8 \cdot 10^3 \text{ [g.]}$$

Tension correspondante dans le mouton :

Elle est donnée par la formule :

$$\sigma = \frac{2v_1 E}{c} = \frac{2 \times 708 \times 2,2 \cdot 10^0}{6,16 \cdot 10^5} = 5045 \text{ [kg/cm}^2\text{]}$$

On constate que la limite élastique n'est pas dépassée si le mouton est construit avec un acier ayant des caractéristiques convena-



bles et qu'il n'y a pas de flambage à craindre (hypothèses 3 et 5). L'accélération moyenne atteint, $17,2 \cdot 10^3$ g.

Deuxième Partie

Essai sur crusher

En ajoutant une huitième hypothèse à celles qui ont été déjà mentionnées, à savoir :

8) La réaction de la douille est constante pendant toute la durée du choc ; elle apparaît instantanément,

on peut calculer l'accélération. La formule donnée plus haut reste valable, à condition de remplacer v_1 par l'expression :

$$F = \frac{C}{SE} S_c \sigma_c$$

avec :

F = réaction du crusher kg.

S_c = section du crusher cm^2

σ_c = tension dans le crusher kg/cm^2

Les autres lettres comme précédemment.

Si l'on applique le théorème de la conservation de l'énergie, sans tenir compte des phénomènes de propagation, on arrive à l'expression :

$$a = \frac{H}{e} g$$

e = écrasement du crusher (cm).

D'après cette expression, on pourrait, en réduisant l'écrasement du crusher, arriver à une accélération aussi grande qu'on le désire, ce qui est naturellement impossible. D'autre part, la tension dans le crusher en cours d'écrasement calculée par cette méthode est ~~très~~ supérieure à la ~~limite élastique~~ ce qui est pour le moins troublant.

résistance du métal

Conclusion

Nous avons cherché, dans l'étude ci-dessus, à établir les équations des essais d'accélération par choc en n'utilisant que des hypothèses simples et naturelles et croyons y être parvenu. Le fait que la première et la seconde approximation conduisent à des résultats globaux peu différents nous paraît un contrôle intéressant.

Les calculs nécessaires à l'établissement des formules seront probablement considérés comme très compliqués par bien des praticiens mais, il faut se souvenir : « que la nature ne se soucie pas des difficultés analytiques ». S'il faut un grand déploiement de mathématiques pour arriver aux formules terminales, celles-ci sont par contre simples et d'une application facile.

Bibliographie

- 1) Cours de mécanique, tomes 1 à 3, par H. Favre.
- 2) Mécanique, par G. Bruhat.
- 3) Résistance des matériaux, par A. Föppl.
- 4) Les équations différentielles de la technique, par Charles Blanc.
- 5) Oscillations et phénomènes transitoires. Leur étude par les transformations de Laplace et Cauchy. L. Bouthillon (Annales de radioélectricité).
- 6) Théorie des vibrations, par S. Timoshenko.