



Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
Département Modèles pour l'Aérodynamique et l'Énergétique
Unité Couplages Aérothermiques et Acoustiques

Calcul d'instabilités dans le sillage d'un bec de bord d'attaque

Rapport Final
22 novembre 2005

Florian LONGUETEAU

Doctorant - DMAE/C2A

NOVEMBRE 2005

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|----|
| Liste des figures et des tableaux | 7 |
| 1. INTRODUCTION | 8 |
| 1.1. Contexte et enjeux industriels | 8 |
| 1.2. Le bruit de bec | 8 |
| 1.2.1. <i>Mesures en vol</i> | 9 |
| 1.2.2. <i>Description de l'écoulement autour d'un bec de bord d'attaque</i> . . | 9 |
| 1.2.3. <i>Description du spectre sonore émis par le bec</i> | 10 |
| 1.2.4. <i>Calcul du bruit rayonné en champ lointain</i> | 12 |
| 1.3. Objectifs de l'étude | 13 |
| 2. THÉORIE DE LA STABILITÉ LINÉAIRE | 14 |
| 2.1. Introduction | 14 |
| 2.2. Stabilité des écoulements | 14 |
| 2.2.1. <i>Définition de la stabilité d'un écoulement</i> | 14 |
| 2.2.2. <i>Notions d'instabilité absolue et convective</i> | 18 |
| 2.2.3. <i>Critères de détermination du mode global</i> | 21 |
| 2.3. Résolution numérique des équations de stabilité | 23 |
| 2.3.1. <i>Équations d'Euler linéarisées</i> | 23 |
| 2.3.2. <i>Conditions aux limites</i> | 26 |
| 2.3.3. <i>Résolution numérique du problème aux valeurs propres</i> | 27 |
| 2.4. Conclusion | 30 |
| 3. ÉTUDE DE STABILITÉ DERRIÈRE LE BORD DE FUIITE D'UN BEC | 31 |
| 3.1. Introduction | 31 |
| 3.2. Description des profils étudiés | 31 |
| 3.2.1. <i>Géométrie et écoulement de base</i> | 31 |
| 3.2.2. <i>Extraction et interpolation des profils</i> | 34 |
| 3.3. Calculs de stabilité | 37 |
| 3.3.1. <i>Présentation du code de calcul de stabilité</i> | 37 |
| 3.3.2. <i>Calcul des modes spatiaux</i> | 38 |
| 3.3.3. <i>Vecteurs propres</i> | 41 |
| 3.3.4. <i>Recherche des instabilités absolues</i> | 46 |
| 3.3.5. <i>Influence des conditions aux limites</i> | 51 |
| 3.4. Commentaires | 51 |
| 3.4.1. <i>Critère pour la détermination du mode global</i> | 51 |

NOVEMBRE 2005

| | | |
|--------|---|----|
| 3.4.2. | <i>Comparaison avec la littérature</i> | 52 |
| 4. | CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES | 53 |
| 5. | ANNEXE A - EXPRESSION DES MATRICES DU PROBLÈME AUX VALEURS PROPRES | 54 |
| 6. | ANNEXE B - ÉTUDE DE CONVERGENCE NUMÉRIQUE | 56 |
| 7. | ANNEXE C - RÉCAPITULATIF DES EXPÉRIMENTATIONS ET CALCULS AUTOUR DU BEC | 57 |
| 8. | BIBLIOGRAPHIE | 60 |

NOVEMBRE 2005

LISTE DES FIGURES

| | |
|--|----|
| 1.1. Bruit émis par les systèmes d’hypersustentation (Guo [1]) | 9 |
| 1.2. Écoulement au sein de la cavité du bec (Khorrami [2]) | 10 |
| 1.3. Spectre sonore émis par le bec (Guo [2]) | 11 |
| 1.4. Méthode hybride pour le calcul du bruit rayonné en champ lointain (Manoha [3]) | 12 |
| 2.1. Localisation des contours d’intégration (Huerre & Monkevitz [4]) | 16 |
| 2.2. Évolution spatio-temporelle de la fonction de Green. Absolument instable en (a), convectivement instable en (b), et stable en (c). (Agarwal [5]) | 19 |
| 2.3. Critère de Bers ; (a) mode amplifié se propageant vers l’amont ; (b) mode amorti ; (c) mode amplifié se propageant vers l’aval. | 22 |
| 3.1. Géométrie et données autour du bord de fuite | 32 |
| 3.2. Étude des paramètres R_1 et R_2 | 33 |
| 3.3. Position des lignes d’extraction | 35 |
| 3.4. Profils extraits (u_i et ρ) en fonction de η | 36 |
| 3.5. Résultat de l’interpolation pour le profil “Complet x_1 ” | 39 |
| 3.6. Spectres spatiaux pour les profils “Complets” | 40 |
| 3.7. Vecteurs propres pour le profil “Complet x_1 ” ; mode le plus amplifié | 42 |
| 3.8. Vecteurs propres pour le profil “Complet x_1 ” ; second mode amplifié | 43 |
| 3.9. Vecteurs propres pour le profil “Complet x_2 ” | 44 |
| 3.10. Vecteurs propres pour le profil “Complet x_3 ” | 45 |
| 3.11. Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_1 ” | 47 |
| 3.12. Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_2 ” | 48 |
| 3.13. Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_3 ” | 49 |
| 3.14. Diagrammes de stabilité du second mode amplifié pour le profil “Complet x_1 ” . | 50 |
| 3.15. Influence de la condition à la limite inférieure | 52 |

NOVEMBRE 2005

LISTE DES TABLEAUX

| | |
|---|----|
| 3.1. Valeurs des paramètres R_1 et R_2 sur les 4 premières lignes de maillage | 33 |
| 3.2. Coordonnées des modes spatiaux pour les profils “Complets” | 41 |
| 3.3. Instabilités absolues pour les profils “Complets” | 46 |
| 6.1. Configurations numériques pour l’étude de convergence | 56 |

NOVEMBRE 2005

1. INTRODUCTION

1.1. Contexte et enjeux industriels

La région toulousaine est actuellement en pleine expansion économique et démographique. La croissance du trafic aérien entraîne une augmentation sensible des nuisances sonores. À cause de l'enclavement de l'aéroport actuel dans une zone urbaine, ce sont de 100.000 à 170.000 personnes, onze écoles, deux collèges, quatre lycées et deux écoles supérieures qui sont touchés par la pollution sonore créée par le passage des avions. Ce nombre va encore augmenter si l'aéroport s'agrandit. De plus, l'augmentation prévisible de la taille des avions et du trafic aérien ne laisse rien présager de bon si rien n'est fait pour diminuer le bruit émis par les aéronefs.

Ce problème, qui touche en particulier l'aéroport de Blagnac, est propre à toutes les zones aéroportuaires internationales. On peut même penser que le problème est bien plus préoccupant pour des villes comme Paris, Londres ou New York. Dans ce contexte, des normes internationales (par exemple la directive européenne 2002 /30/CE) ont été mises en place pour imposer une réduction du bruit. Une diminution de 6 dB est envisagée d'ici à 2020. Ceci a motivé la création de projets européens et internationaux, tant numériques qu'expérimentaux, dédiés à l'étude du bruit généré par les aéronefs. On peut notamment citer le Noise Reduction Program lancé par la NASA ou les programmes de recherche européens RAIN et Silencer.

1.2. Le bruit de bec

Afin de maîtriser, puis réduire le bruit émis, il convient d'agir à différents niveaux. Les nuisances sonores émises par un avion se divisent en deux classes :

- le bruit des moteurs,
- le bruit aérodynamique.

Le bruit des moteurs a été fortement réduit pendant les 30 dernières années. Par exemple, l'empreinte sonore émise par un A320 au décollage est plus de dix fois inférieure à celle émise par un tri-réacteur des années 1970 du même gabarit. Le bruit aérodynamique, quant à lui, est créé principalement par les trains d'atterrissage et par les systèmes d'hypersustentation (becs et volets).

La prédominance de l'une ou l'autre de ces classes de bruit dépend de la phase de vol dans laquelle se situe l'avion. Il est évident que lors du décollage pendant lequel les turbines sont poussées à plein régime, c'est le bruit des moteurs qui est prépondérant. Cependant, lors de la phase d'approche, il est plus difficile de se prononcer. Des études ont révélé que les deux classes de bruit étaient de niveau comparable. Étant donné les progrès accomplis pour diminuer le bruit des moteurs, il convient de s'intéresser maintenant au bruit d'origine aérodynamique. Dans ce cadre, des mesures en vol ont été effectuées dans les années 1990 pour cartographier les sources de bruit en phase d'approche. Les principales conclusions de ces mesures sont exposées dans le paragraphe suivant.

NOVEMBRE 2005

1.2.1. Mesures en vol

En phase d'approche, les moteurs sont au ralenti, les volets sont braqués et les becs complètement déployés, et le bruit d'origine aérodynamique représente environ la moitié du bruit émis. Les sources de bruit aérodynamique sont au nombre de trois : les trains d'atterrissage, les volets et les becs.

De nombreuses études expérimentales menées à l'École Centrale de Lyon (Roger [6, 7]), à l'ONERA et au DLR (Piet, Michel et Böhning [8], Dobrzynski [9, 10]) ou chez Boeing (Guo [1]) montrent que parmi les trois sources potentielles citées ci-dessus, c'est le bruit émis par le bec qui est prédominant (cf fig. 1.1).

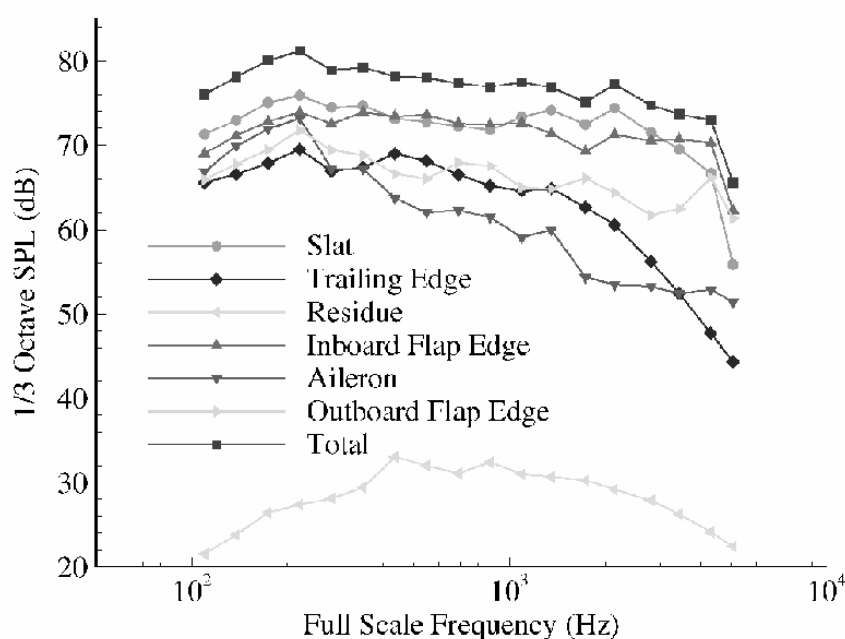


Fig. 1.1 – Bruit émis par les systèmes d'hypersustentation (Guo [1])

Cette observation cruciale pousse tout esprit curieux à examiner les phénomènes physiques qui se déroulent autour du bec. La complexité de l'écoulement, de la géométrie, ainsi que l'enjeu du problème font de l'étude du bruit émis par le bec un sujet tout à fait passionnant. Plusieurs laboratoires dans le monde entier se sont penchés sur le sujet ; le paragraphe suivant expose les principaux résultats des études expérimentales et numériques menées.

1.2.2. Description de l'écoulement autour d'un bec de bord d'attaque

Depuis quelques années, l'écoulement au sein de la cavité du bec et dans le voisinage du bec est relativement bien décrit. Des études tant expérimentales que numériques ont permis de dégager les principaux phénomènes se déroulant au sein de la cavité du bec, et aussi d'émettre quelques hypothèses sur les mécanismes producteurs de bruit.

NOVEMBRE 2005

Dobrzynski [9], puis Storms [11] ont été les premiers à mettre en évidence expérimentalement les deux traits caractéristiques de l'écoulement autour du bec en phase d'approche : l'existence d'un gros tourbillon intra-cavitaire et d'un lâcher de tourbillons derrière le bord de fuite du bec (cf figure 1.2). Ces deux phénomènes ont pu être retrouvés numériquement à la NASA ou à l'ONERA en effectuant des calculs Navier-Stokes moyennés en régime stationnaire, dit "RANS" (Berkman [12], Manoha [3], Terracol [13]), ou en régime instationnaire, dit "URANS" (Singer [14], Khorrami [2, 15–17], Choudhari [18]).

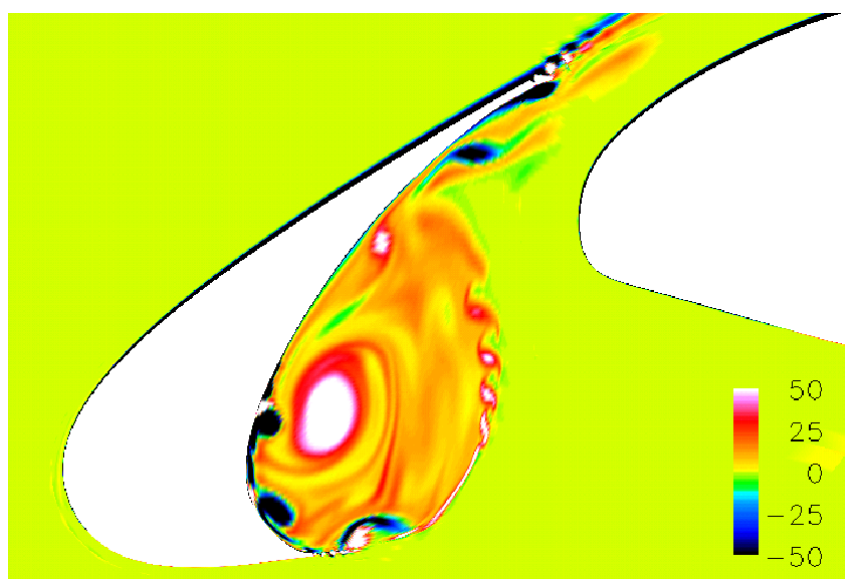


Fig. 1.2 – Écoulement au sein de la cavité du bec (Khorrami [2])

Le lâcher de tourbillons est vraisemblablement dû au développement d'instabilités derrière le bord de fuite tronqué du bec. Le tourbillon intra-cavitaire est lui créé par l'enroulement de la couche de cisaillement provenant du gradient de vitesse au niveau du point anguleux dans la partie inférieure du bec.

L'écoulement dépend de façon non linéaire des conditions opératoires (angle d'incidence, valeur du nombre de Mach, épaisseur du bord de fuite tronqué...). Par exemple Dobrzynski [10] a mis en évidence que le bruit rayonné augmente comme la puissance 5 de la vitesse du fluide. D'autres corrélations ont été effectuées, mais le but de ce rapport n'étant pas d'apporter une description exhaustive des études effectuées, le lecteur intéressé pourra lire les références bibliographiques données en fin de rapport.

1.2.3. Description du spectre sonore émis par le bec

Le spectre sonore émis par le bec possède une particularité (cf. fig. 1.3) : il contient un bruit large bande d'une intensité de l'ordre de 80-85 dB dans les basses et moyennes fréquences (0-8 kHz) et un pic sonore à 95 dB dans les très hautes fréquences (40-50 kHz). Cette caractéristique

NOVEMBRE 2005

a été mise en évidence par des travaux à l'École Centrale de Lyon (Roger & Pérennès [7]), à la NASA (Mendoza [19], Hutcheson [20], Khorrami [21]) ainsi qu'à l'université de Notre Dame (Olson [22]).

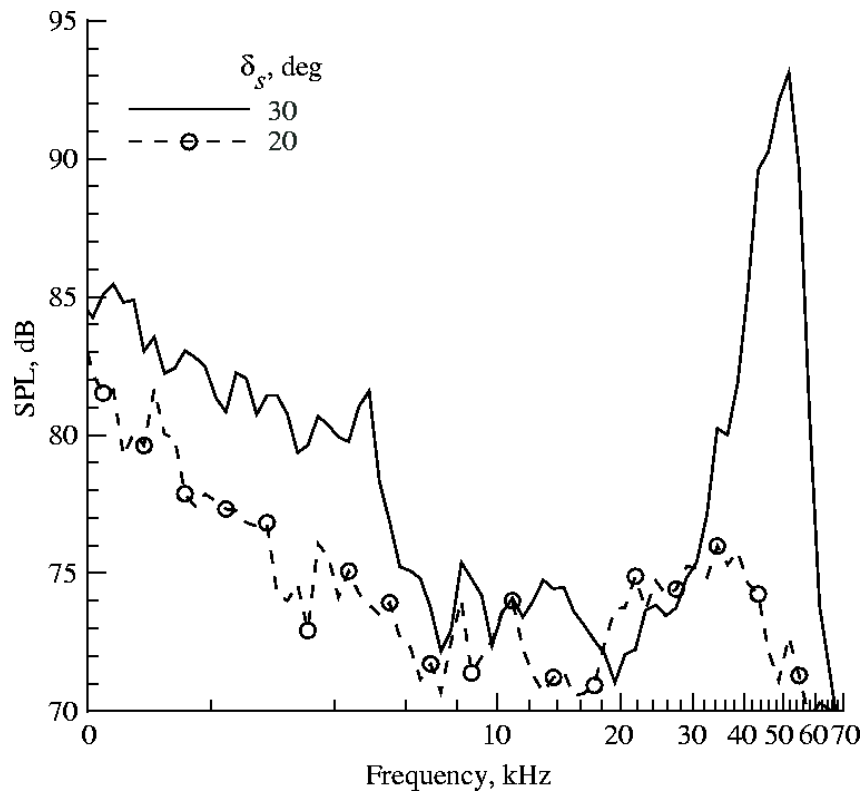


Fig. 1.3 – Spectre sonore émis par le bec (Guo [2])

Un lien a été établi entre les mécanismes physiques cités plus haut (lâcher de tourbillons et tourbillon intra-cavitaire) et la particularité du spectre sonore émis par le bec (bruit large-bande et pic sonore).

Les études menées par Storms [11], Khorrami [15,21], Singer [14] ont permis de relier le pic sonore émis à haute fréquence au phénomène de lâcher de tourbillons dans le sillage du bord de fuite du bec. En effet, pour certaines valeurs de l'angle d'incidence, le phénomène de lâcher de tourbillons disparaît en même temps que le pic sonore. De plus, les deux phénomènes semblent liés par une fréquence commune. En effet, la fréquence à laquelle sont émis les tourbillons correspond à la localisation du pic sonore dans le spectre. Notons que les fréquences données ne sont pas dans le domaine audible. Mais elles correspondent à des mesures ou à des calculs effectués sur des modèles à l'échelle 1/10 en moyenne. Donc pour un nombre de Strouhal $St = U_r f / d$ de 0,2 basé sur l'épaisseur réelle (donc 10 fois plus grande) du bord de fuite tronqué, cela nous donne des fréquences réelles environ dix fois inférieures, soit de l'ordre de 4-5 kHz. Donc le spectre réel se trouve bien dans le domaine audible.

NOVEMBRE 2005

Le bruit large-bande a fait l'objet d'études récentes (Guo [1,23], Mendoza [19], Khorrami [2, 16], Agarwal [5, 24, 25]) qui l'ont relié au tourbillon central et à la couche de cisaillement. Le caractère bidimensionnel de l'écoulement et la géométrie non cartésienne rendent l'étude du problème très complexe tant du point de vue de la modélisation que du traitement numérique. C'est pourquoi la littérature est encore pauvre en résultats satisfaisants établissant un lien clair entre le bruit large-bande, la couche de cisaillement et le tourbillon central. Les résultats les plus prometteurs sont obtenus pour l'instant par Agarwal [5] qui a développé un modèle semi-empirique (utilisant la Boundary Element Method) pour la prédiction du bruit large-bande.

1.2.4. Calcul du bruit rayonné en champ lointain

Les outils utilisés pour la prévision du bruit rayonné en champ lointain sont nombreux. Ils peuvent être basés sur l'analogie de Lighthill ou sur les équations de Ffowcs Williams et Hawkins, ou plus "expérimentaux" comme le modèle semi-empirique de Tam & Pastouchenko [26] ou celui d'Agarwal. L'ONERA a développé une méthode hybride en divisant le domaine de calcul en trois sous-domaines : un calcul LES pour le champ proche, un calcul de propagation acoustique utilisant les équations d'Euler linéarisées et enfin une méthode intégrale de type Kirchhoff pour le calcul du bruit rayonné en champ lointain (cf. fig. 1.4).

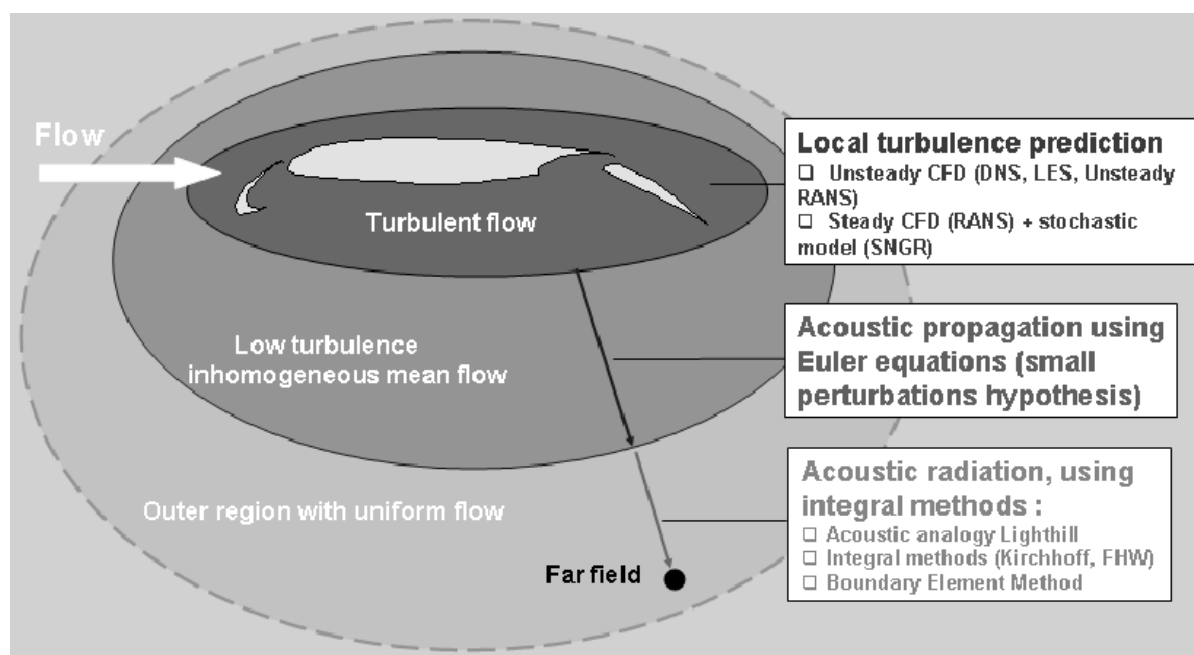


Fig. 1.4 – Méthode hybride pour le calcul du bruit rayonné en champ lointain (Manoha [3])

Toutes ces méthodes donnent des résultats satisfaisants, mais ce sont des méthodes globales qui ne permettent pas une étude fine des phénomènes physiques. Notamment, il est difficile d'isoler les différents modes propres qui se développent dans le milieu, que ce soient des modes

NOVEMBRE 2005

acoustiques ou hydrodynamiques. De nombreux phénomènes ont lieu, qui sont vraisemblablement couplés entre eux (Takeda [27, 28], Olson [22]), liés par des phénomènes de résonance ou de rétroaction. On peut penser par exemple que le lâcher de tourbillons vient exciter un des modes propres de la cavité, qui entre alors en résonance, créant une source sonore suffisamment intense, par le biais des interactions avec les parois, pour rayonner en champ lointain. Storms [11] a émis l’hypothèse qu’une instabilité bidimensionnelle de Kelvin-Helmholtz se développait dans la cavité et était amplifiée par une rétroaction au niveau du bord de fuite.

1.3. Objectifs de l’étude

Étant donné la richesse du sujet, le présent rapport s’attachera uniquement à l’étude de la partie “bord de fuite”. L’étude complète du sujet fait l’objet d’une thèse en cours à l’ONERA Toulouse dont ce rapport fera partie.

L’ONERA dispose d’un savoir-faire important en matière de simulation des écoulements, ainsi qu’en calculs de stabilité. L’objectif de l’étude présente est d’utiliser ces compétences afin de calculer la fréquence de lâcher de tourbillons derrière le bord de fuite tronqué du bec. On utilisera un écoulement moyen ainsi qu’un code de stabilité disponibles à l’ONERA. Le code sera étendu pour traiter le cas particulier du sillage derrière le bord de fuite du bec.

Dans la première partie, on expose la théorie de la stabilité linéaire. Les notions de stabilité locale, globale, convective et absolue seront définies. Enfin, on mettra en place les différents outils théoriques et numériques qui seront utilisés pour le calcul de stabilité. La seconde partie traite du calcul de stabilité dans le sillage du bord de fuite. On y décrira la géométrie du problème et les profils qui seront à la base de l’étude de stabilité. Enfin on appliquera la théorie de la stabilité linéaire pour déterminer la fréquence du lâcher de tourbillons et les résultats seront commentés et confrontés aux résultats existants.

NOVEMBRE 2005

2. THÉORIE DE LA STABILITÉ LINÉAIRE

2.1. Introduction

La dynamique complexe de certains écoulements, comme celui autour du bec décrit précédemment, résulte du développement d'instabilités dans le milieu. La théorie de la stabilité permet de dégager les caractéristiques principales du milieu perturbé pour un coût de calcul mineur par rapport à un calcul CFD complet.

La théorie de la stabilité exposée ci-après s'inspire largement des articles de référence de Bers [29], de Huerre & Monkevitz [4, 30] et de Huerre & Rossi [31]. Elle se situe dans le contexte des écoulements ouverts, non visqueux et quasi-parallèles. D'autre part on supposera que l'écoulement est lentement variable suivant la direction de déplacement du fluide. Les perturbations seront considérées comme petites devant l'écoulement de base, ce qui nous placera dans un régime linéaire.

2.2. Stabilité des écoulements

Les écoulements peuvent être classés en deux catégories : stables ou instables. Une perturbation introduite dans un écoulement stable sera amortie, et l'état de base sera retrouvé en un temps fini. À l'inverse, un écoulement instable va amplifier une perturbation et sa dynamique basculera vers un état différent de l'état de base non perturbé.

2.2.1. Définition de la stabilité d'un écoulement

Avec les hypothèses effectuées en introduction de cette partie, le fluide est régi par les équations d'Euler. En présence de sources, la linéarisation de ces équations autour d'un état de référence V_0 conduit à un système d'équations aux dérivées partielles de la forme :

$$\mathcal{L}(\partial x, \partial y, \partial z, \partial t)V(x, y, z, t) = S(x, y, z, t), \quad (2.1)$$

où x est la direction suivant l'écoulement, y la variable transversale, z la dernière coordonnée complétant le repère direct, t le temps, et $\mathcal{L}(\partial x, \partial y, \partial z, \partial t)$ est un opérateur linéaire faisant intervenir les dérivées partielles des dimensions d'espace et de temps. V est le vecteur perturbation et S une distribution de sources. Dans la suite, on considérera, par souci de simplicité, que le système est mono-dimensionnel en x . Cela ne modifie en rien les notions générales de stabilité introduites ci-après. Les propriétés de symétrie et d'invariance du système nous conduisent à chercher la solution sous la forme d'une onde :

$$V(x, t) = \tilde{V} e^{i(\alpha x - \omega t)}, \quad (2.2)$$

où \tilde{V} est une fonction d'amplitude indépendante des variables x et t , α est le nombre d'onde et ω la pulsation, *a priori* complexes.

NOVEMBRE 2005

Cette forme conduit, avec des conditions aux limites homogènes (voir paragraphe 2.3.2), et en l'absence de sources ($S = 0$), à un problème aux valeurs propres admettant des solutions non nulles uniquement si α et ω satisfont la relation de dispersion

$$D(\alpha, \omega) = 0. \quad (2.3)$$

Les *modes temporels* font référence aux cas où la pulsation complexe est calculée par une résolution de la relation de dispersion avec des valeurs réelles de α . Les *branches spatiales* font référence aux cas où le nombre d'onde complexe α est calculé par une résolution de la relation de dispersion pour ω réel donné.

D'une manière plus générale, on peut retrouver cette relation de dispersion en introduisant la fonction de Green $g(x, t)$ pour le système (2.1) définie par :

$$\mathcal{L}(\partial x, \partial t)g(x, t) = \delta_0(x)\delta_0(t). \quad (2.4)$$

La fonction de Green représente la réponse impulsionnelle à une source localisée à l'origine temporelle et spatiale. On peut alors définir la notion de stabilité linéaire d'un écoulement comme suit [30] :

Définition 1 (Milieu linéairement stable)

Un milieu est dit linéairement **stable** si $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = 0$ sur **tout** rayon $x/t = \text{cste}$.

Définition 2 (Milieu linéairement instable)

Un milieu est dit linéairement **instable** si $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = \infty$ sur **au moins un** rayon $x/t = \text{cste}$.

Si l'on définit la transformée de Fourier de la fonction de Green de la manière suivante :

$$G(\alpha, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_F \int_L g(x, t) e^{i(\alpha x - \omega t)} d\omega d\alpha, \quad (2.5)$$

le système (2.4) devient :

$$D(\alpha, \omega)G(\alpha, \omega) = e^{i(\alpha x - \omega t)},$$

et donc on peut revenir à la fonction de Green dans l'espace (x, t) par la relation :

$$g(x, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_F \int_L \frac{e^{i(\alpha x - \omega t)}}{D(\alpha, \omega)} d\omega d\alpha. \quad (2.6)$$

Le choix des contours d'intégration F dans le plan complexe (α_r, α_i) et L dans le plan complexe (ω_r, ω_i) est assez délicat. Il n'existe aucune perturbation dans le milieu pour $t < 0$, donc la fonction de Green est nécessairement nulle. C'est ce qu'on appelle couramment le *principe de causalité*. Afin de respecter ce principe, on choisit L au-dessus de toutes les singularités de l'intégrande (racines de la fonction de dispersion) et on ferme le contour à l'infini par un demi-cercle supérieur pour $t < 0$ et par un demi-cercle inférieur pour $t > 0$ (cf. fig. 2.1.(a) partie gauche). Pour le contour d'intégration F dans le plan complexe du nombre d'onde, on

NOVEMBRE 2005

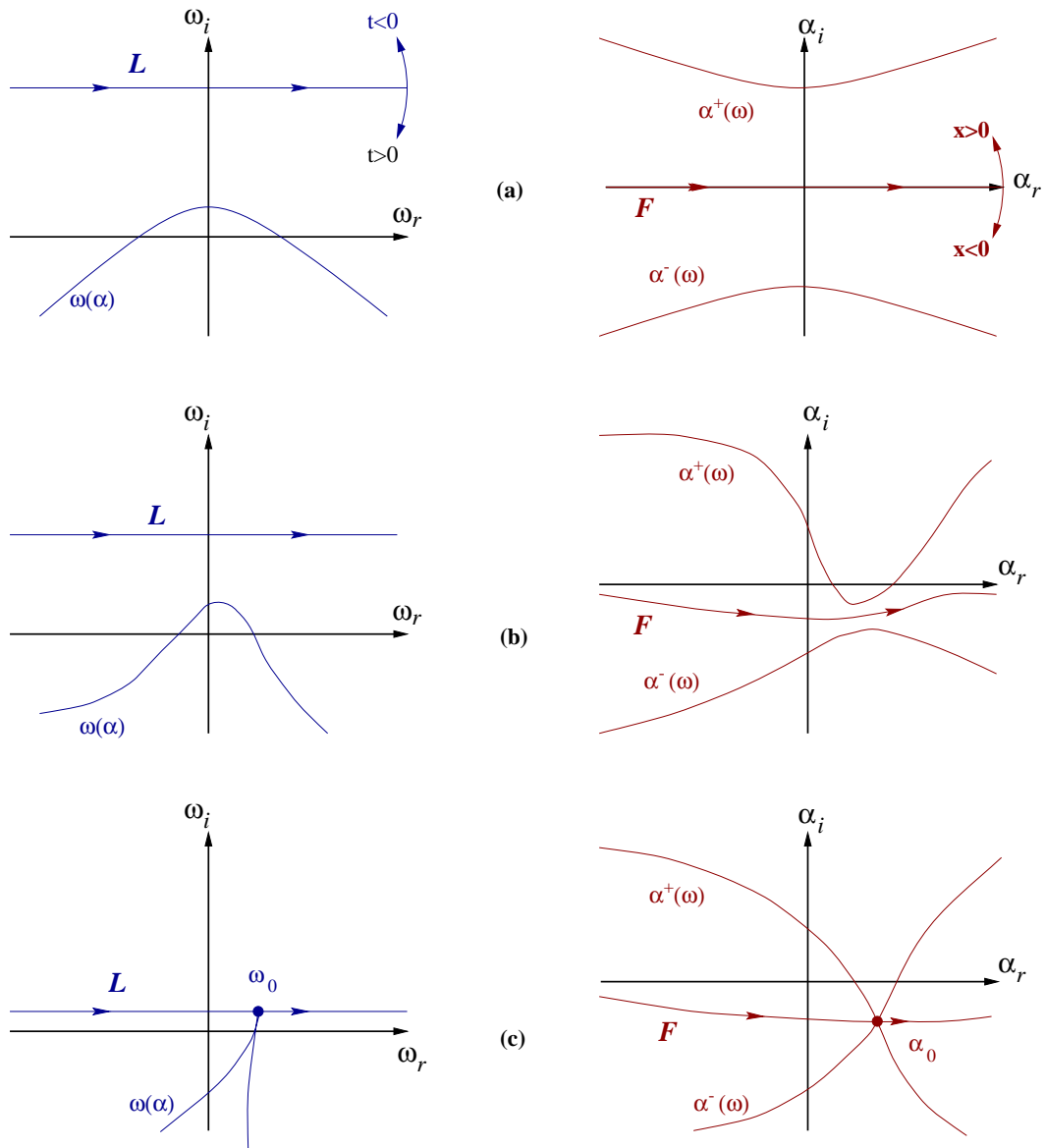


Fig. 2.1 – Localisation des contours d'intégration (Huerre & Monkevitz [4])

choisit initialement l'axe réel et on clôt le contour par un demi-cercle inférieur pour $x < 0$ et par un demi-cercle supérieur pour $x > 0$ (cf. fig. 2.1.(a) partie droite), le terme $\alpha_i x$ dans l'exponentielle de l'intégrande devant être positif afin d'assurer la convergence de l'intégrale.

En appliquant le théorème des résidus et une méthode d'approximation, on peut montrer (Huerre & Monkevitz [4, 30]), que la réponse pour des temps asymptotiquement longs prend la forme simplifiée suivante :

$$g(x, t) \sim e^{i(\alpha^* x - \omega(\alpha^*) t)} \quad (2.7)$$

NOVEMBRE 2005

où α^* est un point stationnaire de la phase, c'est à dire un point tel que :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}(\alpha^*) = \frac{x}{t} . \quad (2.8)$$

La fonction de Green (2.7) décrit l'évolution dans le plan (x, t) d'un paquet d'onde dont la vitesse de groupe est donnée par la relation (2.8). Le long de chaque rayon $x/t = cste$ au sein de ce paquet d'onde, la réponse pour $t \rightarrow \infty$ est dominée par un unique nombre d'onde α^* défini par (2.8). De plus, le taux de croissance temporel pour chaque rayon se réduit à $e^{\sigma_t t}$ avec :

$$\sigma_t = \omega_i(\alpha^*) - (x/t)\alpha_i^* . \quad (2.9)$$

D'après les définitions 1 et 2 de la stabilité linéaire d'un écoulement, pour qu'on ait une instabilité, il suffit que la fonction de Green tende vers l'infini pour $t \rightarrow \infty$ sur au moins un rayon. En particulier, si pour le rayon de taux d'amplification maximal, cette propriété est vérifiée, le milieu sera instable. À l'inverse, si pour ce même rayon, la fonction de Green tend vers 0 pour des temps asymptotiquement longs, le milieu sera stable. Donc, il suffit d'examiner le comportement du rayon pour lequel le taux d'amplification est maximal pour déterminer la stabilité du milieu.

Or, dans la plupart des cas qui nous intéressent, le taux d'amplification temporel $\omega_i(\alpha)$ atteint une valeur maximale $\omega_i^{\max} \equiv \omega_i(\alpha^{\max})$ en α^{\max} réel tel que

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha}(\alpha^{\max}) = 0 .$$

Le long du rayon particulier $x/t = \partial \omega / \partial \alpha(\alpha^{\max})$, pour lequel on a donc $\alpha^* = \alpha^{\max}$, le taux d'amplification temporel vaut $\sigma_t = \omega_i^{\max}$ puisque $\alpha_i^* = 0$, et on voit que cette valeur est la plus grande que σ_t puisse atteindre.

Ainsi, le couple $(\alpha^{\max}, \omega_i^{\max})$ définit le rayon x/t le long duquel le taux d'amplification maximal est atteint. Ceci nous amène à définir le critère de stabilité linéaire suivant :

Critère de stabilité linéaire :

Soit ω_i^{\max} tel que $\frac{\partial \omega_i}{\partial \alpha}(\alpha^{\max}) = 0$ en α^{\max} réel.

Alors si :

- $\omega_i^{\max} > 0$ le milieu est linéairement instable,
- $\omega_i^{\max} < 0$ le milieu est linéairement stable.

NOVEMBRE 2005

2.2.2. Notions d'instabilité absolue et convective

Définition

Dans le paragraphe précédent, nous avons mis en place un critère pour déterminer simplement la stabilité d'un milieu à partir de la relation de dispersion. Mais parmi les écoulements instables, on peut distinguer deux comportements. L'écoulement sera dit *absolument instable* si la perturbation se propage dans tout le domaine et contamine la totalité de l'écoulement (cf. fig. 2.2.(a)). L'écoulement sera dit *convectivement instable* si toute perturbation initialement introduite dans l'écoulement de base est convectée loin de la source (cf. fig. 2.2.(b)). Les définitions qui suivent s'inspirent largement de l'article de référence de Bers [29], ou des articles plus récents de Huerre & Monkevitz [4, 30] ou de Huerre & Rossi [31].

En se référant à la définition de la fonction de Green, on peut poser les définitions suivantes pour les notions de stabilité *convective* et *absolue* [30] :

Définition 3 (Instabilité absolue)

Un milieu sera dit **absolument instable** si $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = \infty$ le long du rayon $x/t = 0$.

Définition 4 (Instabilité convective)

Un milieu sera dit **convectivement instable** si $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = 0$ le long du rayon $x/t = 0$.

Il est assez délicat de prévoir l'évolution de la fonction de Green. Donc comme précédemment, on va exposer un critère plus aisé à manipuler pour déterminer si un écoulement est absolument ou convectivement instable.

Critère d'instabilité absolue

On se place dans le cadre des écoulements quasi-parallèles, c'est à dire dans le cas où la composante de la vitesse transversale est petite devant la vitesse longitudinale. On considère donc qu'on a un profil de base de la forme $\vec{V} = V(y)\vec{u}_x$. En introduisant une perturbation dans ce profil puis en linéarisant les équations d'Euler, on retrouve le système (2.1). Donc la réponse du milieu à la perturbation est fixée par le comportement de la fonction de Green donnée par la relation (2.6). En particulier, d'après les définitions 3 et 4, le caractère absolu ou convectif d'une instabilité est déterminé par le comportement de cette fonction le long du rayon $x/t = 0$.

Soit α_0 un point stationnaire de la phase sur le rayon $x/t = 0$. Par définition (voir relation 2.8), ce nombre complexe correspond à une onde de vitesse de groupe nulle :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}(\alpha_0) = \frac{x}{t} = 0.$$

On lui associe une fréquence définie par $\omega_0 \equiv \omega(\alpha_0)$, communément appelée la *fréquence absolue*. La définition du *taux d'amplification temporel absolu* vient naturellement par la relation

$$\omega_{0,i} \equiv \omega_i(\alpha_0).$$

NOVEMBRE 2005

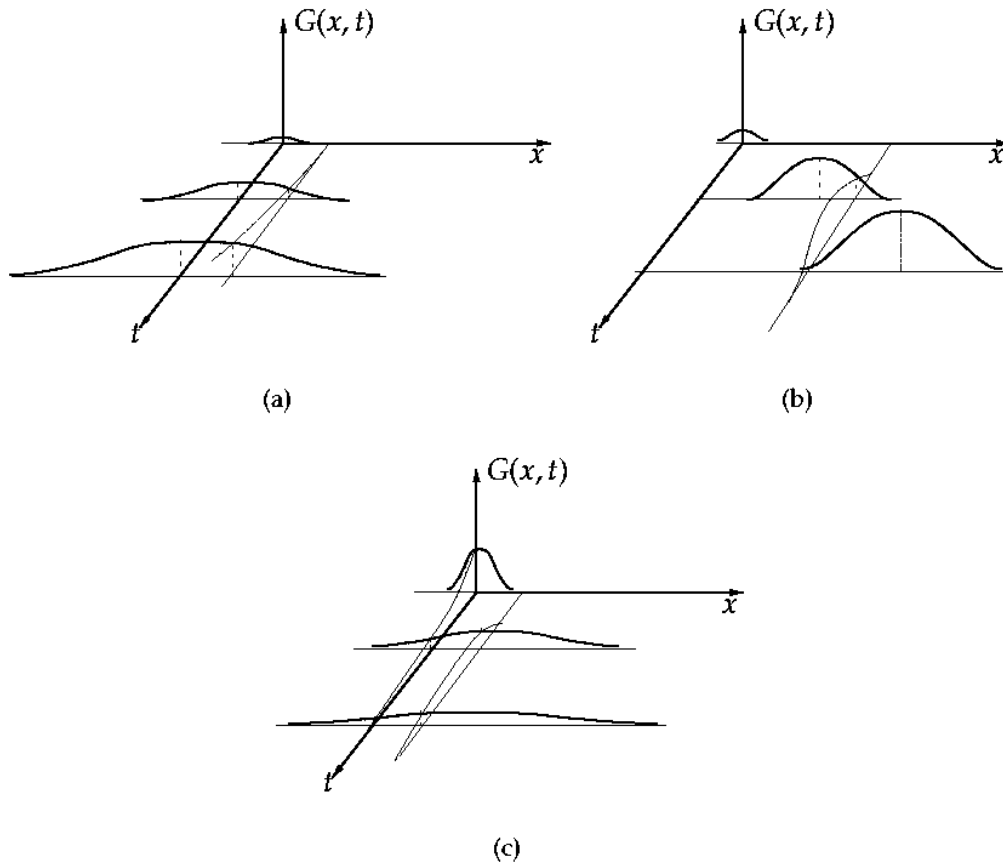


Fig. 2.2 – Évolution spatio-temporelle de la fonction de Green. Absolument instable en (a), convectivement instable en (b), et stable en (c). (Agarwal [5])

D'après la relation (2.7), la fonction de Green pour $t \rightarrow +\infty$, sur le rayon $x/t = 0$ s'écrit :

$$g(x, t) \sim e^{\omega_{0,i}t} e^{i(\alpha_0 x - \omega_{0,r}t)}, \quad (2.10)$$

où $\omega_{0,r}$ est la partie réelle de la pulsation absolue ω_0 .

On voit apparaître maintenant le rôle du taux d'amplification temporel absolu $\omega_{0,i}$: c'est lui qui va déterminer l'évolution temporelle de la fonction de Green sur le rayon $x/t = 0$. En effet, si $\omega_{0,i} > 0$, le facteur $e^{\omega_{0,i}t}$ présent dans la relation (2.10) va diverger quand $t \rightarrow +\infty$. Par conséquent pour $\omega_{0,i} > 0$, on aura $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = \infty$ le long du rayon $x/t = 0$. Donc d'après la définition 3, on sera en présence d'une instabilité absolue. À l'inverse, si $\omega_{0,i} < 0$, le facteur $e^{\omega_{0,i}t}$ présent dans la relation (2.10) va tendre vers 0 quand $t \rightarrow +\infty$, et on aura $\lim_{t \rightarrow \infty} g(x, t) = 0$ le long du rayon $x/t = 0$. Donc d'après la définition 4, on sera en présence d'une instabilité convective. Ceci nous conduit à la définition du critère d'instabilité absolue/convective suivant :

NOVEMBRE 2005

Critère d'instabilité absolue/convective :

Soit α_0 tel que $\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}(\alpha_0) = 0$, et $\omega_{0,i} \equiv \omega_i(\alpha_0)$.

Alors si :

- $\omega_{0,i} > 0$ le profil est absolument instable,
- $\omega_{0,i} < 0$ le milieu est convectivement instable.

Pour déterminer la valeur de la pulsation absolue ω_0 , l'idée de base, attribuée à Briggs dans la littérature, est de regarder ce qui se passe lorsqu'on "abaisse" le contour d'intégration L . Pour respecter le principe de causalité, on choisit initialement L au-dessus des modes temporels $\omega(\alpha)$ (cf. fig. 2.1.(a) gauche). De plus, supposons pour simplifier l'existence d'un seul mode temporel $\omega(\alpha)$ donnant lieu à deux branches spatiales $\alpha^+(\omega)$ et $\alpha^-(\omega)$. Et supposons que pour L suffisamment haut, les branches spatiales α^+ et α^- soient de part et d'autre de F (cf. fig. 2.1.(a) droite). Il faut bien avoir à l'esprit que les modes temporels et les branches spatiales sont reliés entre eux par le biais de la relation de dispersion. Donc une modification du contour L dans le plan de la pulsation va automatiquement entraîner une modification du contour F dans le plan du nombre d'onde, et inversement.

Lorsqu'on abaisse progressivement le contour d'intégration L , ce qui revient à diminuer la valeur de ω_i , les deux branches spatiales se rapprochent l'une de l'autre. En diminuant encore la valeur de ω_i , une des branches vient traverser l'axe réel, et on est donc obligé de modifier le contour d'intégration F afin d'éviter les singularités (cf. fig. 2.1.(b) droite). Deuxième effet de la relation de dispersion, en modifiant le contour d'intégration F , on vient modifier l'allure du mode temporel, et donc la position du contour L qui doit rester au-dessus des singularités (cf. fig. 2.1.(b) gauche). Ce processus de déformation simultanée des contours L et F prend fin lorsque les deux branches spatiales se rencontrent. Le contour F est alors "pincé" par α^+ et α^- , et le mode temporel vient toucher le contour L (cf. fig. 2.1.(c)). Le pincement a lieu précisément au point α_0 où la vitesse de groupe $\partial \omega / \partial \alpha$ est nulle. Associé à ce point de pincement, apparaît un point de rebroussement sur le mode temporel. Ce point correspond à la pulsation absolue ω_0 associée au nombre d'onde absolu α_0 .

Et donc d'après le critère d'instabilité absolue/convective établi précédemment, grâce à ce procédé, on est capable de déterminer si un écoulement est absolument ou convectivement instable : si la valeur de $\omega_{0,i}$ associée à la pulsation absolue trouvée au point de rebroussement est positive, on est en présence d'une instabilité absolue, sinon on est en présence d'une instabilité convective.

Toutefois, dans certains cas, un point de rebroussement apparaît dans le plan du nombre d'onde mais sans permutation des branches spatiales ni pincement. Dans ce cas, la fréquence trouvée n'est pas la fréquence absolue. Donc il faut être très vigilant sur l'évolution des branches spatiales lors de ce processus.

En pratique, on fixe d'abord une valeur pour ω_i (ce qui revient à fixer la "hauteur" de L), puis on calcule α_r et α_i en fonction de ω_r en résolvant le problème aux valeurs propres. Puis on diminue la valeur de ω_i d'un pas donné, et on réitère la résolution du problème aux valeurs propres. Lors de chacune de ces étapes, on trace les diagrammes de stabilité (ω_r, α_r) , (ω_r, α_i)

NOVEMBRE 2005

et (α_r, α_i) (ce qui équivaut aux modes temporels et aux branches spatiales) à la recherche du point de rebroussement et du point de pincement. Comme notre étude porte sur la recherche d’instabilités absolues, on ne s’intéressera pas à ce qui se passe pour $\omega_i < 0$.

Critère de Bers

Un mode peut-être amplifié temporellement ou spatialement. Dans le cas d’une étude temporelle, il suffit d’appliquer le critère précédent. Mais dans le cas d’une étude spatiale, cela va dépendre du sens de propagation du mode et du signe de α_i . Bien sûr, on ne peut parler de “sens de propagation” que dans le cas d’une instabilité convective. Donc le critère que l’on va exposer permet, dans le cas d’une étude de stabilité spatiale, de déterminer si un mode spatial est amplifié ou non, et d’obtenir sa direction de propagation. Ce critère repose essentiellement sur le principe de causalité (cf. paragraphe 2.2.1 sur la définition de la stabilité d’un écoulement). La démonstration du critère ne sera pas exposée en détail. Le lecteur curieux pourra se référer à l’article de Bers [29].

L’idée est d’observer la migration des modes spatiaux en faisant tendre L vers l’infini. D’une manière générale, on observe deux comportements :

- le mode reste dans son quart-plan d’origine sans traverser l’axe réel (cf. fig. 2.3 cas (b)),
- le mode traverse l’axe réel (cf. fig. 2.3 cas (a) et (c)).

En se basant sur des raisonnements analogues à ceux effectués dans le cas du critère d’instabilité absolue, Bers montre que dans le premier cas, le mode est amorti, et que dans le second cas le mode est amplifié. Pour obtenir la direction de propagation du mode, on regarde le signe de la partie imaginaire du mode spatial pour F sur l’axe réel. Si $\alpha_i < 0$, le mode se propage vers l’aval, et si $\alpha_i > 0$, le mode se propage vers l’amont.

Dans la pratique, on fixe une valeur initiale pour ω , et on calcule les modes spatiaux. Ensuite on garde la valeur initiale de ω_r , et on augmente progressivement la valeur de ω_i , en suivant la migration des modes spatiaux dans le plan (α_r, α_i) . Pour d’autres exemples d’application de ce critère, on pourra se référer au rapport de J.-Ph. Brazier [32].

2.2.3. Critères de détermination du mode global

Le mode global, par opposition au mode local, est un mode qui s’étend sur tout le champ de vitesse de l’écoulement, résultat de l’interaction et de la synchronisation des instabilités locales. Soit L , une longueur caractérisant le développement spatial du mode global, et l une longueur d’onde caractérisant une instabilité locale. Dans le cadre d’une approche multi-échelle, on définit χ la variable spatiale relative au mode global, et x la variable spatiale relative aux modes locaux. On introduit maintenant un paramètre

$$\epsilon \sim \frac{l}{L} \ll 1.$$

Ce paramètre ϵ nous permet de découpler les évolutions spatialement “rapides” des instabilités locales, de l’évolution “lente” du mode global en posant

$$\chi = \epsilon x.$$

NOVEMBRE 2005

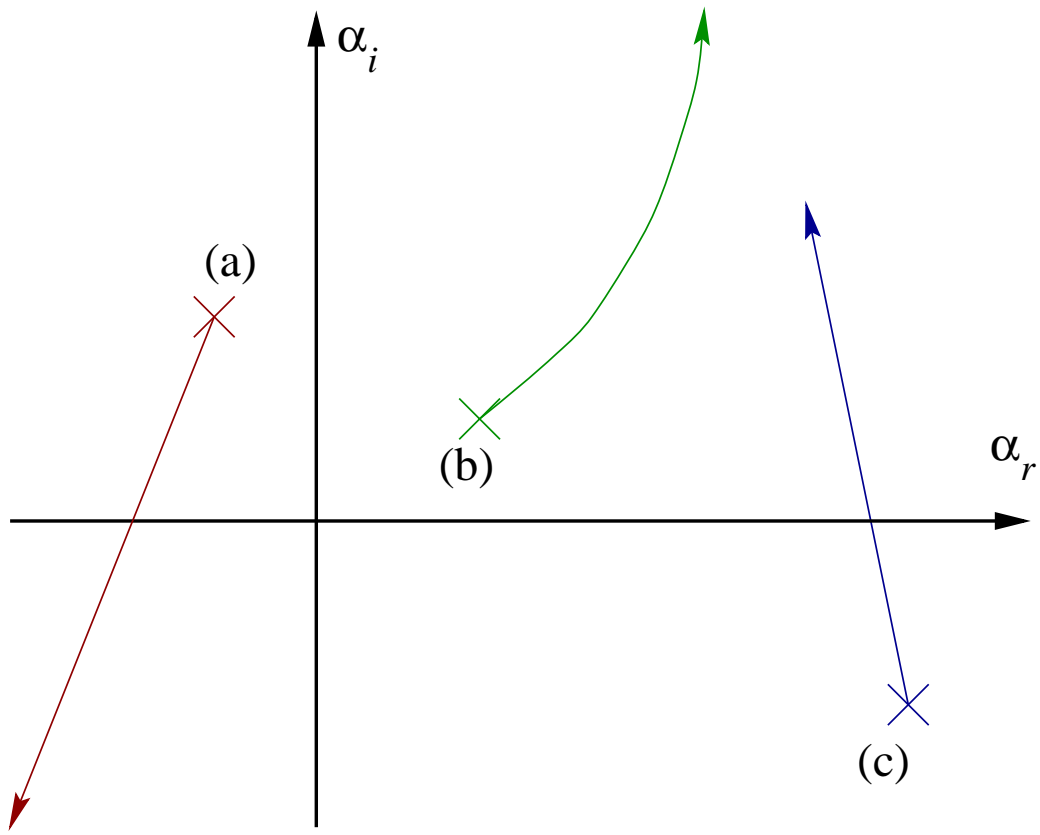


Fig. 2.3 – Critère de Bers ; (a) mode amplifié se propageant vers l'amont ; (b) mode amorti ; (c) mode amplifié se propageant vers l'aval.

Cette relation a pour effet de découpler les évolutions globales et locales dans le système d'équations (cf. Chomaz, Huerre & Redekopp [33]). Ainsi l'onde définissant un mode global prend la forme

$$V(x, t; \chi) = \tilde{V}(x; \chi) e^{-i\omega_G t},$$

où ω_G représente la pulsation du mode global. Le but est maintenant de trouver un moyen pour déterminer la valeur de cette fréquence globale ω_G .

Le critère de Bers permet de déterminer si un mode est amplifié ou non, et le critère d'instabilité absolue si le profil étudié est absolument ou convectivement instable. Ces critères s'appliquent localement, pour un profil donné en une station de l'écoulement. Mais pour l'instant nous ne sommes pas capables de donner la fréquence du *mode global* de l'écoulement.

Différents *critères de sélection de la fréquence globale* ont été proposés par le passé, dont le succès dépend du type d'écoulement considéré. Le critère de *résonance hydrodynamique* de Koch [34] propose que la valeur de la fréquence du mode global soit donnée par la valeur de la fréquence absolue au niveau de la dernière station pour laquelle l'écoulement passe d'une zone d'instabilité absolue à une zone d'instabilité convective. C'est à dire qu'en présence d'une poche d'instabilité absolue, la valeur de la fréquence locale absolue à la sortie de la poche

NOVEMBRE 2005

donne la valeur de la fréquence du mode global. D’après le critère de *croissance maximale* de Pierrehumbert [35], elle est donnée par la fréquence absolue du mode ayant le plus grand taux d’amplification absolue $\omega_{0,i}$. Le critère de *croissance initiale* de Monkewitz et Nguyen [36] propose qu’elle soit fixée par la valeur de la fréquence absolue au niveau de la première transition convective/absolue de l’écoulement.

Sur des bases théoriques solides (approximation WKBJ), et dans le cadre de l’étude des instabilités globales des couches de mélanges fortement non parallèles, Chomaz, Huerre et Redekopp [33] ont établi un autre critère. Pour une relation de dispersion donnée $\omega(\alpha; \chi)$, où χ représente la variable lente dans la direction de l’écoulement définie plus haut, la fréquence complexe du mode global est donnée par :

$$\omega_G = \omega_0(\chi_G),$$

où χ_G est tel que

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \chi}(\chi_G) = 0.$$

L’applicabilité des critères va dépendre du type d’écoulement étudié et de la résolution spatiale dans la direction de l’écoulement accessible pour effectuer les calculs. L’article de Monkewitz et Nguyen donne à cet effet quelques pistes. Dans le cas d’un écoulement présentant une poche d’instabilité absolue sans frontières solides, il convient d’appliquer le critère de résonance maximale de Pierrehumbert. En présence de frontières solides, il convient d’appliquer plutôt le critère de résonance hydrodynamique de Koch. Dans tous les cas, le critère de Chomaz, Huerre et Redekopp donne de bons résultats pourvu qu’on ait accès à la relation de dispersion en fonction de χ .

Les outils théoriques de la stabilité linéaire ont été exposés et on a plusieurs fois évoqué la nécessité de calculer une relation de dispersion et de résoudre un problème aux valeurs propres. La partie suivante expose une méthode de résolution numérique des équations de stabilité utilisant une méthode de collocation spectrale.

2.3. Résolution numérique des équations de stabilité

2.3.1. Équations d’Euler linéarisées

On considère que le fluide est parfait, barotrope et soumis aux équations d’Euler 2D. Soit $\vec{u}(x, y, t) = (u(x, y, t), v(x, y, t))$ le champ de vitesse et $\rho(x, y, t)$ la masse volumique du fluide. Alors les équations d’Euler s’écrivent :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u + \rho^{-1} \partial_x p = 0 \\ \partial_t v + u \partial_x v + v \partial_y v + \rho^{-1} \partial_y p = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

NOVEMBRE 2005

De plus l'entropie est conservée le long des lignes de courant donc :

$$\frac{ds}{dt} = 0. \quad (2.12)$$

En outre, sous l'hypothèse de barotropie la pression s'exprime uniquement en fonction de la masse volumique ρ et de l'entropie s :

$$p = p(\rho, s).$$

Donc la différentielle de la pression dp peut se mettre sous la forme :

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds. \quad (2.13)$$

avec l'hypothèse de fluide parfait $p = \rho r T$, on peut montrer que :

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = c^2 = \frac{\gamma p}{\rho} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho = \frac{p}{C_v}.$$

Et en particulier, en utilisant la relation de conservation de l'entropie (2.12) et la relation (2.13), on obtient :

$$\frac{dp}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt}$$

Or les dérivées totales de ρ et p s'écrivent :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \rho \quad \text{et} \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} p$$

D'où, après substitution dans le système (2.11) :

$$\begin{cases} \partial_t p + \gamma p (\partial_x u + \partial_y v) + u \partial_x p + v \partial_y p = 0 \\ \partial_t u + u \partial_x u + v \partial_y u + \rho^{-1} \partial_x p = 0 \\ \partial_t v + u \partial_x v + v \partial_y v + \rho^{-1} \partial_y p = 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

Soit $(\vec{U}_0(x, y), P_0, \rho_0(x, y))$, l'état de référence stationnaire du fluide, où \vec{U}_0 est une vitesse uniquement longitudinale et P_0 est une pression constante. On perturbe ensuite l'état de référence (\vec{U}_0, P_0, ρ_0) de la manière suivante :

$$\begin{cases} u = U_0 + \varepsilon u_1 \\ v = \varepsilon v_1 \\ p = P_0 + \varepsilon p_1 \\ \rho = \rho_0 + \varepsilon \rho_1 \end{cases} \quad (2.15)$$

NOVEMBRE 2005

Afin de simplifier les équations, on fait l'hypothèse que l'écoulement est lentement variable en $\chi \equiv \epsilon x$, et en utilisant la méthode des échelles multiples (avec χ et x comme échelles), on peut éliminer les dérivées suivant x des fonctions U_0 et ρ_0 .

Ensuite, en introduisant les relations (2.15) dans le système (2.14) et en négligeant les termes d'ordre ϵ^2 , on obtient le système d'EDP linéaires suivant :

$$\begin{cases} \partial_t p_1 + \rho_0 c_0^2 (\partial_x u_1 + \partial_y v_1) + U_0 \partial_x p_1 = 0 \\ \partial_t u_1 + U_0 \partial_x u_1 + \partial_y U_0 v_1 + \rho_0^{-1} \partial_x p_1 = 0 \\ \partial_t v_1 + U_0 \partial_x v_1 + \rho_0^{-1} \partial_y p_1 = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Remarque : le terme $\rho^{-1} \partial_x p$ présent dans les équations de quantité de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho^{-1} \partial_x p &= (\rho_0 + \epsilon \rho_1)^{-1} \partial_y (P_0 + \epsilon p_1) \\ &= \rho_0^{-1} (1 + \epsilon \rho_0^{-1} \rho_1)^{-1} \epsilon \partial_y p_1 \quad (\text{car } P_0 \text{ est constant}) . \end{aligned}$$

Comme ϵ est petit, on peut faire un développement limité de $(1 + \epsilon \rho_0^{-1} \rho_1)$ en ϵ , et négliger les termes d'ordre 2 en ϵ . On obtient :

$$\rho^{-1} \partial_x p = \epsilon \rho_0^{-1} \partial_y p_1 .$$

Ceci explique la disparition du terme ρ_1 dans les équations (2.16).

Ensuite, on adopte l'approche classique des études de stabilité en écrivant les inconnues (u_1, v_1, p_1) sous la forme de modes normaux de nombre d'onde α et de pulsation ω :

$$\begin{cases} u_1 = F e^{i(\alpha x - \omega t)} \\ v_1 = G e^{i(\alpha x - \omega t)} \\ p_1 = P e^{i(\alpha x - \omega t)} \end{cases}$$

où F , G et P sont des fonctions uniquement de y . En introduisant ces relations dans le système (2.16), on obtient :

$$\begin{cases} i \rho_0 c_0^2 \alpha F + \rho_0 c_0^2 \partial_y G + i(\alpha U_0 - \omega) P = 0 \\ i(\alpha U_0 - \omega) F + \partial_y U_0 G + i \alpha \rho_0^{-1} P = 0 \\ i(\alpha U_0 - \omega) G + \rho_0^{-1} \partial_y P = 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Ce système est la base de notre étude de stabilité. Il est cependant incomplet, puisqu'il faut lui adjoindre des conditions aux limites qui dépendront de la nature de l'écoulement (couche de mélange, sillage...), de la géométrie du problème et de la présence éventuelle de parois. Le traitement de ces conditions est exposé dans le paragraphe suivant.

NOVEMBRE 2005

2.3.2. Conditions aux limites

Dans la suite de l'étude on sera amené à poser deux types de conditions aux limites :

- un raccord à la solution analytique en milieu homogène,
- une condition de paroi.

Voyons dans un premier temps l'expression de la solution en milieu homogène.

Solution en milieu homogène

En partant du système de base (2.17), on tire

$$\begin{aligned} G &= -i \frac{\partial_y P}{\rho_0(\alpha U_0 - \omega)} \\ F &= \frac{-\partial_y U_0 G - \rho_0^{-1} i \alpha P}{\omega - \alpha U_0} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Donc en remplaçant dans l'équation de continuité, et en multipliant par $(\alpha U_0 - \omega)c_0^{-2}$, on obtient l'équation de Rayleigh :

$$\partial_{yy}^2 P - \left[\frac{\partial_y \rho_0}{\rho_0} + \frac{2\alpha \partial_y U_0}{\alpha U_0 - \omega} \right] \partial_y P + \left[\frac{(\alpha U_0 - \omega)^2}{c_0^2} - \alpha^2 \right] P = 0 \quad (2.19)$$

Soit (U_+, ρ_+, c_+) le champ lointain homogène pour $y \rightarrow +\infty$, et (U_-, ρ_-, c_-) le champ lointain homogène pour $y \rightarrow -\infty$. L'équation de Rayleigh (2.19) dans le champ lointain devient :

$$\partial_{yy}^2 P + \left[\frac{(\alpha U_{\pm} - \omega)^2}{c_{\pm}^2} - \alpha^2 \right] P = 0$$

La solution de cette équation est de la forme :

$$P_{\pm} = A_{\pm} e^{i\lambda_{\pm} y} + B_{\pm} e^{-i\lambda_{\pm} y}$$

avec $\lambda_{\pm} = [M_{\pm}^2(\omega - \alpha)^2 - \alpha^2]^{1/2}$, où $M_{\pm} = U_{\pm}/c_{\pm}$. Les valeurs des coefficients A_{\pm} , B_{\pm} et λ_{\pm} sont déterminées par la condition de décroissance de P à l'infini et par la position des coupures pour la racine complexe présente dans l'expression de λ_{\pm} .

Traisons en guise d'illustration le cas $y \rightarrow +\infty$. On a $e^{i\lambda_+ y} \rightarrow +\infty$, si $\Im(\lambda_+) < 0$. Donc on place la coupure de la racine complexe sur \mathbb{R}_+ de façon à avoir $0 \leq \text{Arg}(\lambda_+) \leq \pi$. Sous ces conditions, l'imposition de la condition de décroissance à l'infini implique $B_+ = 0$. En raisonnant de la même manière pour $y \rightarrow -\infty$ on trouve $A_- = 0$.

Finalement en milieu homogène la solution de l'équation de Rayleigh est de la forme :

$$\begin{aligned} P_+ &= A_+ e^{i\lambda_+ y}, \quad \text{pour la partie supérieure,} \\ P_- &= B_- e^{-i\lambda_- y}, \quad \text{pour la partie inférieure,} \\ \text{avec } \lambda_+ &= [M_+^2(\omega - \alpha)^2 - \alpha^2]^{1/2}. \\ \text{et } \lambda_- &= [M_-^2(\omega - \alpha)^2 - \alpha^2]^{1/2}. \end{aligned}$$

NOVEMBRE 2005

Condition de raccord

Traisons le cas de la partie supérieure. D'après ce qui précède, on a $P = A_+ e^{i\lambda_+ y}$. Donc, en utilisant l'expression de G en fonction de $\partial_y P$, on a :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = i\lambda_+ P = i\rho_0(\omega - \alpha U_0)G.$$

Donc la condition de raccord à l'exponentielle dans la partie supérieure s'écrit :

$$[M_+^2(\omega - \alpha)^2 - \alpha^2]^{1/2}P - \rho_0(\omega - \alpha U_0)G = 0.$$

De la même manière dans le domaine inférieur, elle s'écrit :

$$[M_-^2(\omega - \alpha)^2 - \alpha^2]^{1/2}P + \rho_0(\omega - \alpha U_0)G = 0.$$

De cette manière, la solution calculée est raccordée de façon continue à la solution analytique en milieu homogène.

Condition de paroi

En cas de présence d'une paroi, on impose une condition de vitesse normale nulle. Donc en considérant que la paroi est parallèle à l'écoulement moyen, cela revient à imposer la condition :

$$G = 0 \quad \text{sur la paroi.}$$

2.3.3. Résolution numérique du problème aux valeurs propres

La méthode de collocation spectrale

Le système (2.17) associé aux conditions aux limites homogènes (en l'absence de sources, le second membre du système est nul) constitue un problème aux valeurs propres. Pour résoudre ce système, on utilise ici une méthode de collocation basée sur les polynômes de Tchebichev. De nombreux ouvrages l'étudient en détail (par exemple [37]), on se contentera ici d'en donner les grandes lignes.

Les polynômes de Tchebichev sont définis sur $[-1, +1]$ par $T_k(\sigma) = \cos[k \cos^{-1} \sigma]$. Les points de collocation sont donnés par : $\sigma_j = \cos \frac{\pi j}{N}$, $j = 0, 1, \dots, N$.

Soit V une fonction propre du problème. Alors V se décompose sur la base des polynômes de Tchebichev de la manière suivante :

$$V(\sigma) = \sum_{k=0}^N a_k T_k(\sigma).$$

On peut montrer que les dérivées première et seconde de V aux points de collocation s'expriment en fonction des valeurs de V en ces mêmes points :

$$\frac{dV}{d\sigma}(\sigma_j) = AV = \sum_{l=0}^N A_{jl} V_l, \quad j = 0, \dots, N$$

NOVEMBRE 2005

où $V_l = V(\sigma_l)$ et A_{jk} est un élément de la matrice de dérivation donnée par :

$$\begin{cases} A_{jk} = \frac{C_j}{C_k} \frac{(-1)^{k+j}}{\sigma_j - \sigma_k}, & (j \neq k) \\ A_{jj} = -\frac{\sigma_j}{2(1 - \sigma_j^2)}, & (j \neq 0) \text{ et } (j \neq N) \\ A_{00} = \frac{2N^2 + 1}{6} = -A_{NN} \end{cases} \quad (2.20)$$

avec

$$C_0 = C_n = 2, \quad C_j = 1 \quad \text{pour} \quad 1 \leq j \leq N - 1.$$

En effectuant cette décomposition pour chaque fonction d'amplitude F , G et P , on peut se ramener à un problème aux valeurs propres matriciel généralisé. L'expression exacte du problème dépend de l'approche qu'on adopte pour l'étude de stabilité. Dans le cas d'une étude de stabilité spatiale, la valeur propre recherchée sera α , donc le problème aux valeurs propres s'écrira sous la forme :

$$D_s X = \alpha E_s X.$$

Dans le cas d'une étude temporelle, la valeur propre recherchée sera ω , donc le problème aux valeurs propres s'écrira sous la forme :

$$D_t X = \omega E_t X.$$

Les matrices D et E sont de taille $3N + 3$ et X est le vecteur $[F_j, G_j, P_j]$ pour j de 0 à N . L'expression exacte des matrices D et E est donnée en annexe A. Le problème est résolu avec une routine de la bibliothèque LAPACK qui fournit l'ensemble des valeurs propres et des vecteurs propres.

L'inconvénient majeur de cette méthode est que les points de collocation sont imposés. Ils sont resserrés près des bornes du domaine et plus lâches au centre. Cependant, la méthode de décomposition sur la base des polynômes de Tchebichev est très efficace, et la convergence en nombre de points est très rapide. Dans notre cas, entre 200 et 300 points sont amplement suffisants. Le second inconvénient de cette méthode est la production de modes numériques artificiels. Ils sont aisément repérables par le fait qu'ils bougent avec le nombre de polynômes. Dans la pratique il sera ainsi facile de les "éliminer" en faisant plusieurs calculs avec des nombres de polynômes différents. Pour plus de détail sur le comportement de la méthode, on pourra se référer au rapport de J.-Ph. Brazier [38].

Déshomogénéisation du système

Le problème aux valeurs propres qu'on a à résoudre peut s'écrire sous la forme $MX = 0$, avec $M = D_s - \alpha E_s$ ou $M = D_t - \omega E_t$, selon que l'on se place en théorie spatiale ou temporelle. La matrice M est constituée de bloc 3×3 (voir Annexe B). Comme il n'y a qu'une seule condition à chaque frontière, on écrit la condition limite à la place de l'équation de continuité et on garde les deux équations de quantité de mouvement. En choisissant comme vecteur inconnu le vecteur :

NOVEMBRE 2005

$$X = \begin{pmatrix} F \\ G \\ P \end{pmatrix},$$

le problème s'écrit formellement sous la forme

$$\begin{pmatrix} \text{cond. lim. sup.} & \dots & \dots \\ \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_0 & \dots & \dots \\ \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_0 & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \text{continuité en } \sigma_i & \dots \\ \dots & \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_i & \dots \\ \dots & \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_i & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \text{cond. lim. inf.} \\ \dots & \dots & \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_N \\ \dots & \dots & \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0 \\ G_0 \\ P_0 \\ \vdots \\ F_i \\ G_i \\ P_i \\ \vdots \\ F_N \\ G_N \\ P_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

On a donc une condition limite sur la première ligne de la matrice et une autre sur l'antépénultième.

Le système est homogène et on ne peut le résoudre tel quel. Pour contourner le problème, l'idée est de déshomogénéiser le système en substituant à la première condition limite une condition non homogène. Par exemple, on peut choisir de normaliser la pression à 1 en un point. Soit i_0 tel que $P_{i_0} = \max_{i \in \{0..N\}} P$. Alors on réécrit le système sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \text{ (en } j = 3i_0 + 3) & 0 \\ \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_0 & \dots & \dots \\ \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_0 & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \text{continuité en } \sigma_i & \dots \\ \dots & \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_i & \dots \\ \dots & \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_i & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \dots & \dots & \text{cond. lim. inf.} \\ \dots & \dots & \text{qtté de mvmt 1 en } \sigma_N \\ \dots & \dots & \text{qtté de mvmt 2 en } \sigma_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0 \\ G_0 \\ P_0 \\ \vdots \\ F_i \\ G_i \\ P_i \\ \vdots \\ F_N \\ G_N \\ P_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

NOVEMBRE 2005

Ensuite on itère sur la valeur propre (α ou ω) avec un algorithme de Newton jusqu'à ce que la condition limite originelle soit vérifiée. Enfin on obtient la solution par inversion de la matrice. On peut ainsi converger sur un mode particulier en évitant le calcul complet du spectre.

2.4. Conclusion

Dans cette partie, toutes les bases théoriques nécessaires à la suite de notre étude ont été posées. La notion de stabilité a été définie, et nous avons les outils nécessaires pour déterminer la fréquence du mode global d'un écoulement parallèle. La méthode de résolution du problème aux valeurs propres, ainsi que le traitement des conditions aux limites, ont été exposés ; il ne reste plus qu'à utiliser cette méthode pour pouvoir appliquer le critère d'instabilité absolue sur un écoulement donné.

La partie suivante s'attache à décrire le code de calcul utilisé, l'écoulement autour du bec, ainsi que les différents profils dont la stabilité va être étudiée.

NOVEMBRE 2005

3. ÉTUDE DE STABILITÉ DERRIÈRE LE BORD DE FUITE D'UN BEC

3.1. Introduction

Objectifs :

Comme on l'a vu en introduction, le phénomène de lâcher de tourbillons se développe dans tout le sillage du bord de fuite et est réglé à une fréquence bien déterminée. La théorie de stabilité exposée précédemment est parfaitement adaptée à l'étude de cet écoulement et à la détermination de la fréquence du mode global sous-jacent. On va pouvoir appliquer le critère d'instabilité et calculer la fréquence de lâcher de tourbillons.

Démarche :

Dans un premier temps, on effectuera une extraction de profils de vitesse et de masse volumique à partir d'un calcul RANS, pour différentes stations en aval du sillage. Pour évaluer les polynômes de Tchebichev aux points de collocation, ces profils seront interpolés avec une méthode de type *spline*. Ensuite, pour chaque profil extrait, on calculera le spectre spatial complet, et on appliquera le critère de Bers afin de ne retenir que les modes amplifiés. L'étape suivante, la plus délicate, sera l'application du critère d'instabilité absolue pour déterminer la pulsation et le nombre d'onde locaux absolus. On examinera aussi succinctement les vecteurs propres associés aux modes amplifiés absolument instables. Enfin on s'intéressera à l'influence des conditions aux limites sur l'instabilité absolue.

3.2. Description des profils étudiés

3.2.1. Géométrie et écoulement de base

Un calcul RANS sur une section d'aile hypersustentée a été effectué par S. Ben Khelil à l'ONERA Châtillon (S. Ben Khelil, C. François, F. Moens et I. Mary [39]). Cette aile possède un système complet d'hypersustentation : bec de bord d'attaque et volet. Notre intérêt sera porté ici uniquement sur le bord de fuite du bec et son voisinage proche. La coordonnée longitudinale sera notée ξ , la coordonnée transversale η , l'épaisseur du bord de fuite du bec d et on appellera I le milieu du bord de fuite, origine du repère (cf. fig. 3.1). On choisit d'adimensionner la vitesse par la célérité du son c et les coordonnées transversale et longitudinale par la demi-largeur du bord de fuite $d/2$ (sans changement de notation). Par convention, η vaut 0 au milieu du bec, est négative dans la partie inférieure de l'écoulement et positive dans la partie supérieure. La vitesse longitudinale adimensionnée sera notée u_l , la masse volumique ρ .

La principale caractéristique de l'écoulement dans le sillage est l'existence d'une zone de recirculation juste derrière le bord de fuite. Elle peut être mise en évidence facilement par le signe de la vitesse, ou l'allure des lignes de courants. On peut la caractériser en considérant que le sillage est la superposition de deux couches de mélange. Dans chacune des couches, on calcule deux paramètres R_1 et R_2 définis comme suit (Huerre & Rossi [31]) :

NOVEMBRE 2005

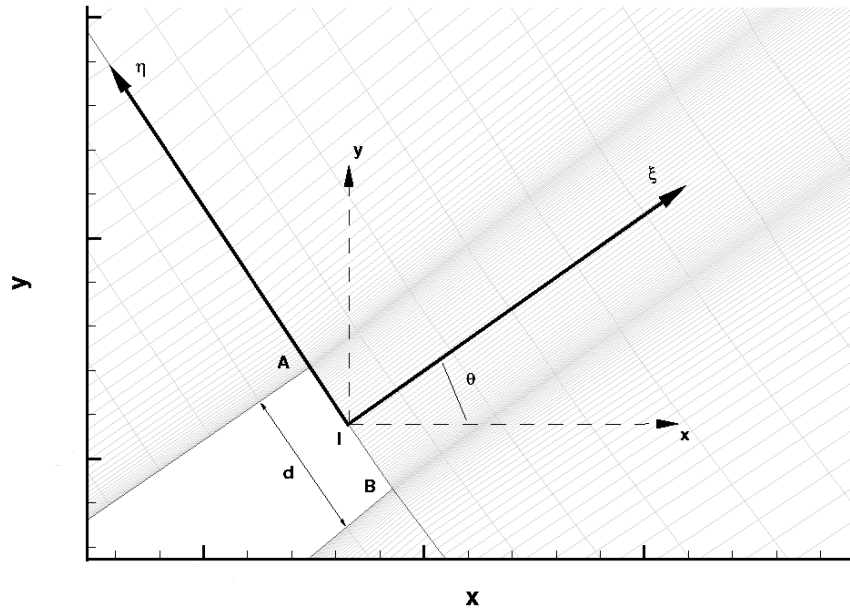


Fig. 3.1 – Géométrie et données autour du bord de fuite

$$R_1 = (U_1 - U_c) / (U_1 + U_c), \text{ pour la couche de mélange "inférieure"}$$

$$R_2 = (U_2 - U_c) / (U_2 + U_c), \text{ pour la couche de mélange "supérieure".}$$

U_2 est la vitesse au-dessus du sillage, U_1 la vitesse au-dessous du sillage et U_c la vitesse minimale. La zone de recirculation se situe là où U_c est négative donc lorsque les paramètres R_1 et R_2 sont supérieurs à 1.

Pour calculer ces paramètres, on a besoin de connaître la valeur de la vitesse longitudinale le long de trois lignes parallèles à l'axe ($I\xi$). Pour U_c on extrait ces valeurs le long de l'axe ($I\xi$), pour U_1 le long d'une ligne parallèle à l'axe ($I\xi$) dans la partie inférieure de l'écoulement et pour U_2 dans la partie supérieure de l'écoulement. Les positions des lignes d'extractions, ainsi que les valeurs des vitesses extraites et extrapolées par Tecplot entre les nœuds du maillage sont illustrées sur les figures 3.2(a) et 3.2(b). Le tableau 3.1 présente les valeurs de ces vitesses ainsi que des paramètres R_1 et R_2 sur les 4 premières lignes de maillage (à ξ fixé) derrière le bord de fuite du bec.

La figure 3.2(c) montre que la zone de recirculation est très petite. En effet, les paramètres R_1 et R_2 ne sont supérieurs à 1 que sur une zone située à moins de 1.2 épaisseurs de bord de fuite. Un examen plus précis en effectuant des extrapolations des valeurs entre les nœuds avec Tecplot montre que la zone de recirculation prend fin pour $1.01d$.

NOVEMBRE 2005

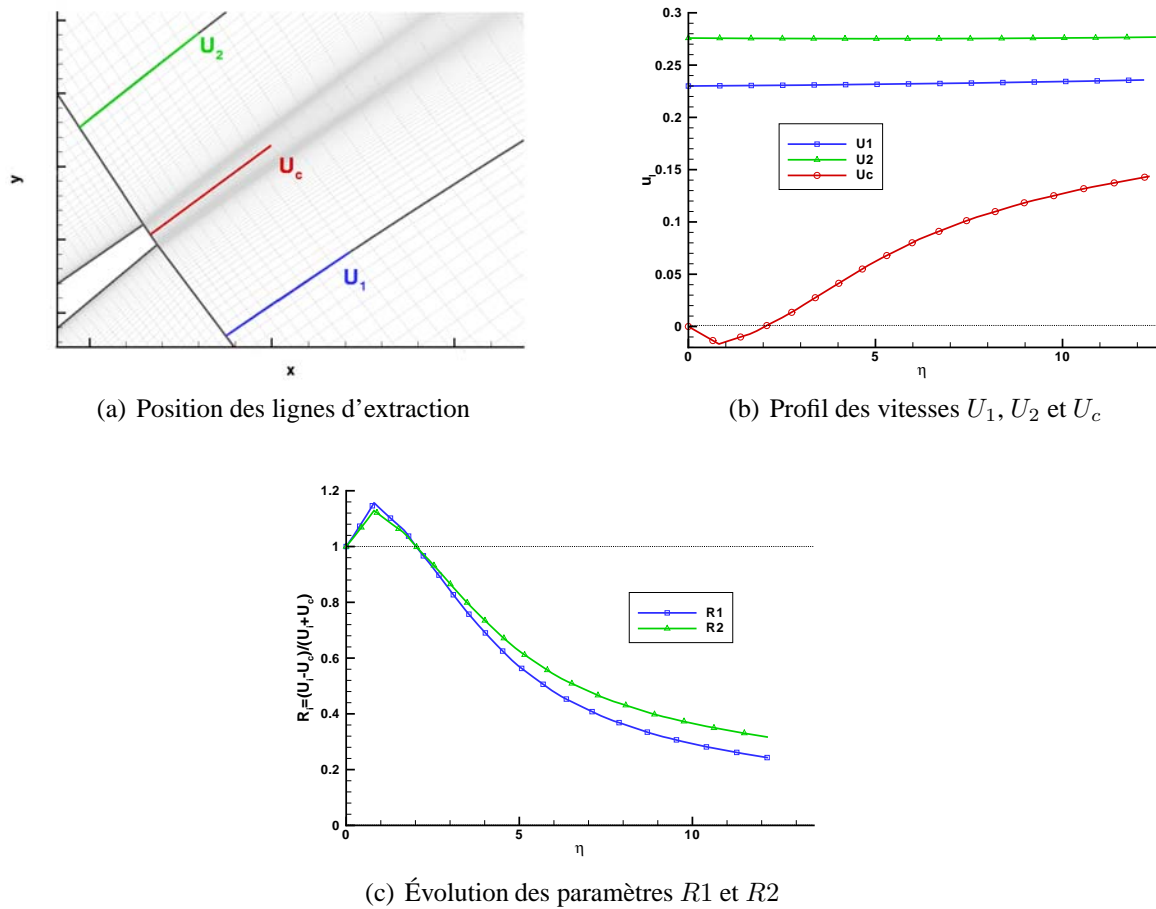


Fig. 3.2 – Étude des paramètres R_1 et R_2

| Ligne de maillage | ξ | U_C | U_1 | U_2 | R_1 | R_2 |
|-------------------|-------|-----------------|---------|---------|--------|--------|
| 1 | 0 | 0 | 0,22997 | 0,27585 | 1 | 1 |
| 2 | 0.9 | $-1.58.10^{-2}$ | 0,23023 | 0,27571 | 1,1513 | 1,1248 |
| 3 | 1.8 | $-4,47.10^{-3}$ | 0,23049 | 0,27553 | 1,0438 | 1,0365 |
| 4 | 3 | $1,88.10^{-2}$ | 0,23089 | 0,27536 | 0,8493 | 0,8720 |

Tableau 3.1 – Valeurs des paramètres R_1 et R_2 sur les 4 premières lignes de maillage

Si on examine le maillage dans cette zone, on se rend compte que seules les trois premières mailles derrière le bord de fuite sont dans la zone de recirculation. Ce constat est renforcé par le tableau 3.1 puisque l'on voit que seules les trois premières lignes de maillage présentent des paramètres R_1 et R_2 supérieurs à 1.

NOVEMBRE 2005

3.2.2. *Extraction et interpolation des profils*

Position des profils et pré-traitement

Les positions des lignes d'extraction sont visibles sur la figure 3.3. Elles sont parallèles au bord de fuite et s'étendent depuis la paroi de la partie principale de l'aile jusqu'à la zone d'homogénéité de l'écoulement (cf. figure 3.3(a)). Trois profils sont extraits dans les deuxième, troisième et quatrième mailles derrière le bord de fuite (cf. figure 3.3(b)). Dans la suite, ces profils extraits seront appelés “Complet x_1 ”, “Complet x_2 ” et “Complet x_3 ”. Le terme “Complet” signifie que le profil part de la paroi de la partie principale de l'aile.

D'après le paragraphe précédent, on voit que les deux premiers profils sont dans la zone de recirculation, le troisième est en dehors. Les données dans la première maille sont trop imprécises et inexploitable pour un calcul de stabilité.

Les données extraites sont lissées avec Tecplot afin de gommer les éventuelles irrégularités dues aux extractions. La figure 3.4 présente les profils obtenus après extraction, lissage et adimensionnalisation en fonction de la variable transversale η .

Les profils sont quasiment identiques sur une large zone allant de la couche limite du corps principal à une dizaine d'épaisseurs de bord de fuite dans la zone inférieure de l'écoulement. Il en est de même pour la zone supérieure pour η entre 5 et 10. Seules diffèrent clairement les valeurs au centre du sillage. De plus on voit que les variations de masse volumique sont très faibles ; on pourra considérer que le fluide est incompressible.

Interpolation

Les points sur lesquels ont été extraits les profils ne coïncident pas avec les points de collocation. Donc il est nécessaire de faire une interpolation du profil, pour avoir accès à une valeur en n'importe quelle valeur de η .

La méthode retenue ici est une interpolation par des splines. Le principe est d'utiliser un polynôme pour représenter la courbe entre deux points d'extractions, avec un raccord en valeur et en pente. Les polynômes utilisés dans cette étude sont de degré trois. Pour le calcul de la spline, on a utilisé la librairie publique NetLib (www.netlib.org), qui fournit plusieurs routines de construction et d'évaluation des splines et de leurs dérivées à partir de données quelconques.

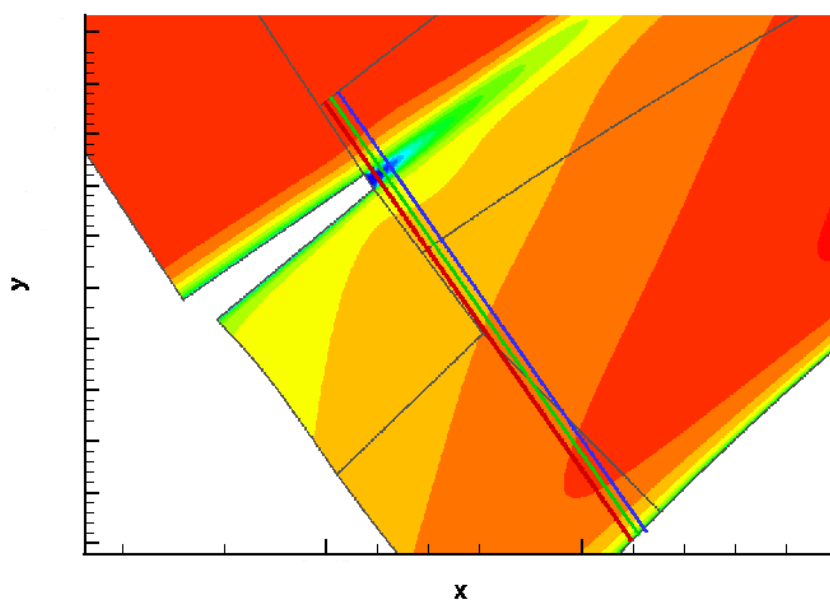
Avantages de la méthode

Au niveau purement informatique, cette méthode possède l'avantage d'être très facilement implémentable et de présenter un faible “coût” au niveau du temps de calcul et de la mémoire requise. De plus, la routine utilisée ici offre la possibilité de choisir entre une interpolation exacte ou une interpolation avec “lissage”. Cette option est très utile pour effacer les irrégularités et les éventuelles “oscillations numériques”.

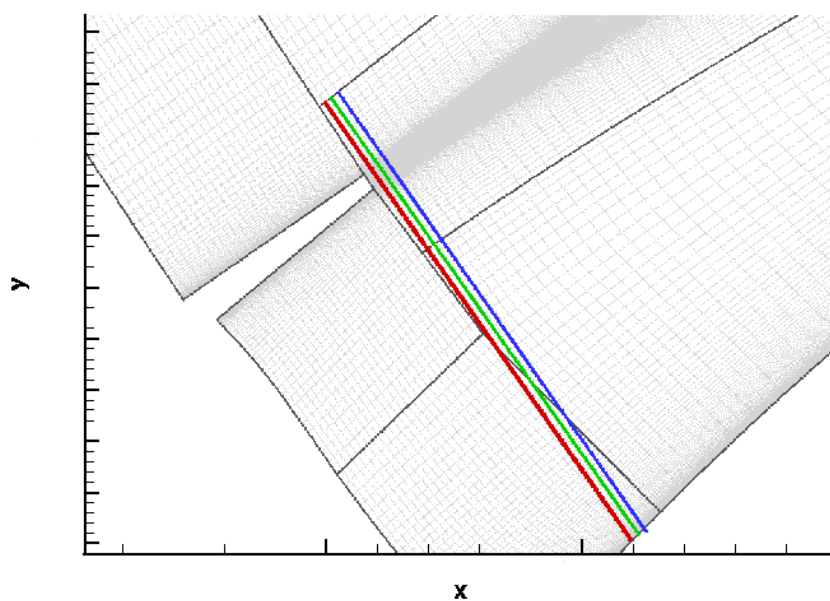
Limites de la méthode

Les dérivées de la vitesse interviennent dans le calcul de stabilité, et notamment la dérivée seconde joue un rôle essentiel. En effet, d'après le théorème de stabilité de Rayleigh (Drazin & Reid [40], Huerre & Rossi [31]), une condition nécessaire à l'existence d'une instabilité est

NOVEMBRE 2005



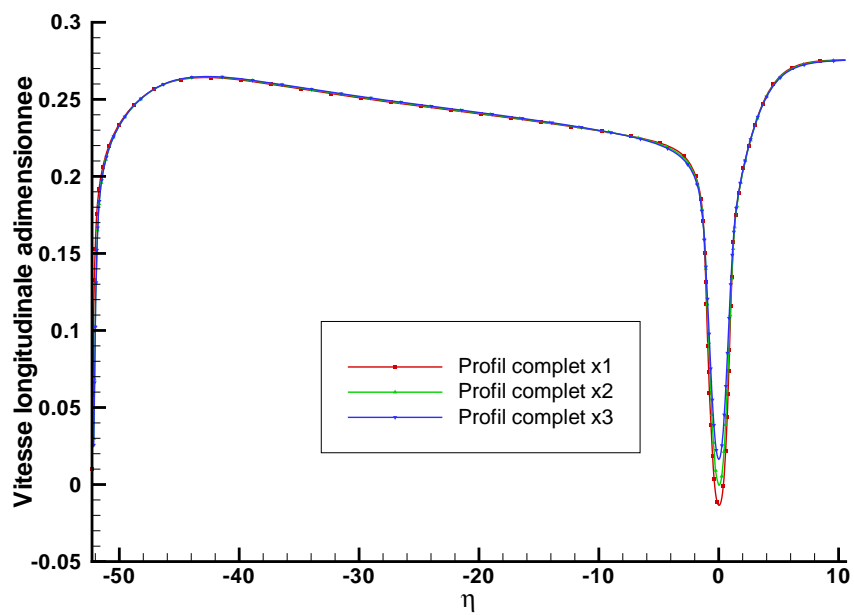
(a) Position des profils sur le champ de vitesse longitudinale



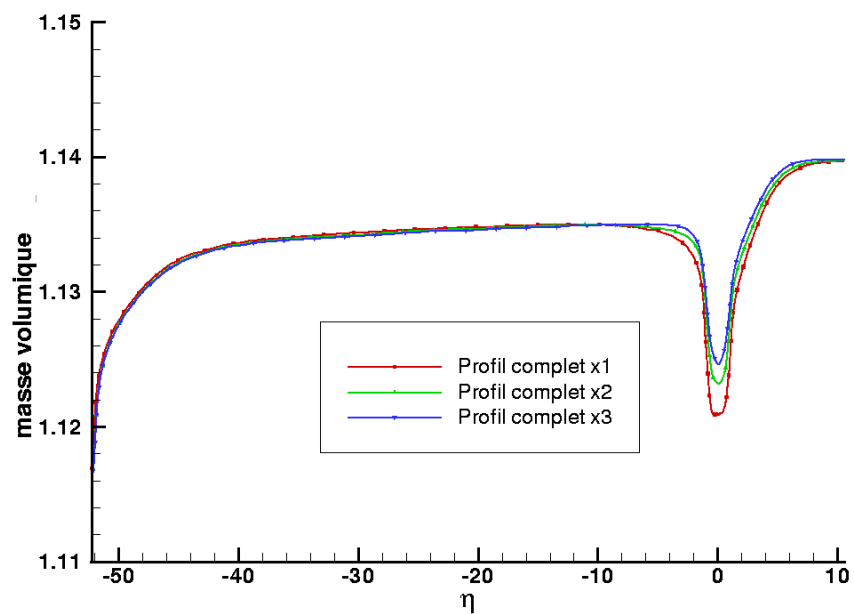
(b) Position des profils sur le maillage

Fig. 3.3 – Position des lignes d'extraction

NOVEMBRE 2005



(a) Vitesse longitudinale



(b) Masse volumique

Fig. 3.4 – Profils extraits (u_l et ρ) en fonction de η

NOVEMBRE 2005

la présence d’au moins un point d’inflexion dans le profil étudié. Donc la dérivée seconde doit présenter autant de racines que de points d’inflexion dans le profil. Ici, elle ne doit donc avoir que deux zéros, et il s’agit de ne pas rajouter de racines supplémentaires lors de l’interpolation. Lorsqu’on effectue une interpolation exacte sur le profil, on voit apparaître des oscillations numériques sur la dérivée seconde, qui risqueraient de créer des racines artificielles, et éventuellement des instabilités qui n’existent pas physiquement. Il convient donc d’effectuer un lissage et de s’éloigner légèrement de la fonction première pour éliminer ces oscillations.

Pendant, il est aussi très important de bien représenter la zone de recirculation du profil puisque c’est elle qui va déterminer le caractère absolu ou convectif de l’instabilité. Toute la difficulté de l’interpolation est de trouver une valeur de lissage permettant un calcul de la dérivée seconde assez précis et une bonne description de la zone de recirculation.

Un deuxième inconvénient de la méthode est sa grande sensibilité au nombre de points servant à l’extraction du profil. Et il s’agit là encore de trouver un subtil équilibre avec un nombre de points suffisamment grand pour bien décrire le profil, mais pas trop grand pour éviter les oscillations numériques.

Commentaires

Le code de calcul de stabilité a besoin d’un fichier de données pour chaque profil, pour le calcul de la spline et l’interpolation des grandeurs aux points de collocation. Le choix des points figurant dans ces fichiers est fait de façon empirique, par tâtonnement, en essayant de se rapprocher du meilleur résultat en tenant compte des limites de la méthode évoquées plus haut. D’autre part, des erreurs sont introduites sur les valeurs de la vitesse et de la pression dues aux extractions et à l’interpolation entre les nœuds du maillage effectuée par Tecplot, et il est difficile de les quantifier.

Les valeurs “réelles” des dérivées premières et secondes sont inconnues, et on devra supposer que celles qui sont calculées dans la spline sont suffisamment représentatives du profil de base. Ces remarques nous conduisent à admettre que les calculs de stabilité ne donneront que des valeurs qualitatives, un ordre de grandeur, pour les pulsation et nombre d’onde absolus.

3.3. Calculs de stabilité

3.3.1. Présentation du code de calcul de stabilité

Le code de calcul de stabilité utilisé à l’ONERA permet d’effectuer des calculs de stabilité temporelle ou spatiale pour des valeurs complexes quelconques du nombre d’onde ou de la pulsation, à l’aide de la méthode de collocation spectrale exposée précédemment. À l’origine, il est dédié à l’étude de stabilité des jets ou des couches de mélange (cf. J.-Ph. Brazier [38]). Pour mener à bien notre étude, il a été étendu pour traiter des sillages quelconques. Le code est divisé en deux programmes : l’un permet de calculer des spectres complets et l’autre de suivre la trajectoire d’un mode choisi

NOVEMBRE 2005

- soit dans le plan (α_r, α_i) en faisant varier ω_r à ω_i constant ou ω_i à ω_r constant (stabilité spatiale),
- soit dans le plan (ω_r, ω_i) en faisant varier α_r à α_i constant (stabilité temporelle).

Grâce à ce code, on est donc en mesure d'appliquer le critère d'instabilité absolue exposé plus haut. Dans un premier temps, on calculera grâce au premier programme les modes spatiaux de chaque profil pour une valeur de ω fixée, et avec le deuxième programme, on recherchera les instabilités absolues sur un mode amplifié donné.

Comme on l'a vu, les points de collocation sont répartis de façon non homogène sur l'intervalle d'étude : très resserrés aux bords et plus espacés au centre. Or il faut suffisamment de points autour du bord de fuite pour bien décrire la zone de recirculation. Pour contourner ce problème, le code de calcul permet de scinder le domaine en plusieurs sous-domaines (jusqu'à trois) afin de resserrer les points au niveau des interfaces entre les sous-domaines.

3.3.2. *Calcul des modes spatiaux*

Démarche

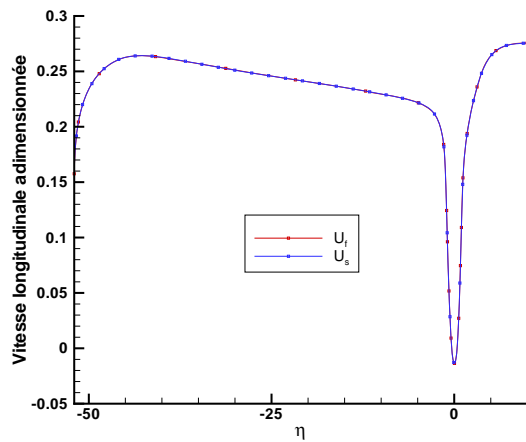
Pour chaque profil, on calcule le spectre spatial pour ω réel fixé à 0,15. Cette valeur de 0,15 à été choisie grâce aux ordres de grandeurs trouvés dans la littérature. Elle sera justifiée rigoureusement a posteriori. Dans le plan (α_r, α_i) apparaîtront une multitude de points. La plupart sont des artefacts de la méthode numérique, certains sont des modes artificiels créés par les conditions aux limites. Ces modes "numériques" ne sont pas invariants lorsqu'on modifie le nombre de points de maillage ou la position de la frontière extérieure du domaine. Ici on s'intéressera uniquement aux modes "physiques" invariants par une modification du maillage et des conditions aux limites. En général, on obtient de deux à quatre modes "physiques". Pour plus de détail, se référer à l'annexe B. Parmi ces modes, on va s'intéresser uniquement aux modes amplifiés mis en évidence en appliquant le critère de Bers.

Validation de la méthode d'interpolation

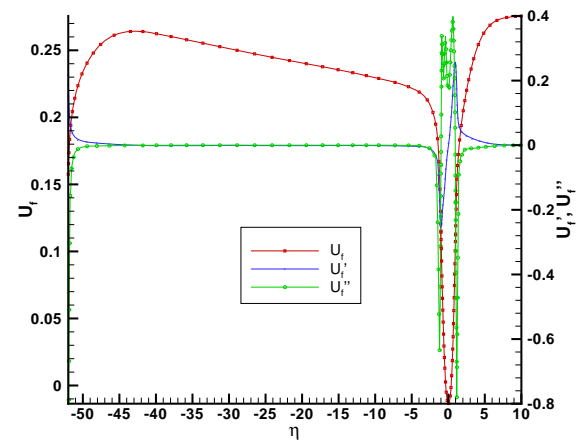
Le domaine est divisé en trois sous-domaines : $[-52, -1]$, $[-1, 1]$ et $[1, 10]$. On utilisera 100 points sur le premier domaine, 90 sur le deuxième et 60 sur le dernier. La vérification de la convergence en maillage et la procédure d'élimination des modes "numériques" sont détaillées en annexe B. Sur la figure 3.5, on peut voir le résultat de la méthode d'interpolation par une spline sur le profil "Complet x_1 ". On y présente la comparaison entre les profils après extraction (indexés "s" pour "source") et après interpolation (indexés "f" pour "fitted"), ainsi que les dérivées première et seconde de la vitesse.

On constate une très bonne adéquation entre le profil extrait et le profil interpolé. De plus, les dérivées première et seconde de la vitesse sont bien régulières, sans introduction de racines superflues pour la dérivée seconde. Ces constats sont aussi valables pour les deux autres profils, ce qui valide notre méthode d'interpolation.

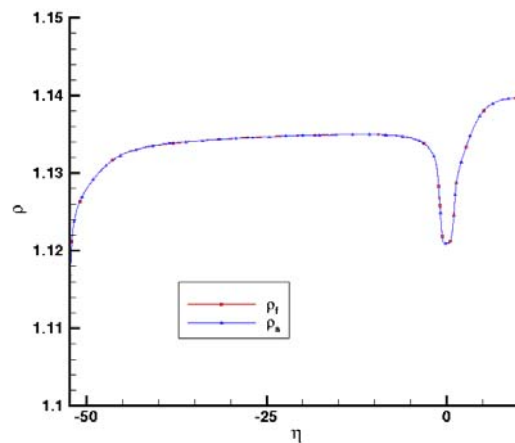
NOVEMBRE 2005



(a) Vitesses extraite (U_s) et interpolée (U_f)



(b) Dérivées première (U'_f) et seconde (U''_f)



(c) Masse volumique extraite ρ_s et interpolée ρ_f

Fig. 3.5 – Résultat de l'interpolation pour le profil "Complet x_1 "

Modes spatiaux

Les spectres spatiaux des trois profils sont visibles sur la figure 3.6. Les modes spatiaux sont présentés pour trois ensembles de nombres de points de maillage : (100,90,60), (120,110,80) et (140,130,100). On voit apparaître 4 modes invariants pour le premier profil et deux pour les deux autres, répartis de manière symétrique par rapport à l'axe réel. Cette symétrie est caractéristique d'un fluide non visqueux excité à une pulsation réelle, comme c'est le cas ici. Les coordonnées des modes sont récapitulées dans le tableau 3.2.

L'application du critère de Bers montre que les modes situés dans le demi-plan de partie imaginaire positive sont amortis, alors que les modes ayant une partie imaginaire négative sont amplifiés. Les modes hydrodynamiques amplifiés se propagent vers les ξ positifs, c'est à dire

NOVEMBRE 2005

vers l’aval de l’écoulement, ce qui correspond bien à ce que nous attendons puisque les tourbillons qui sont créés derrière le bord de fuite se propagent vers l’aval.

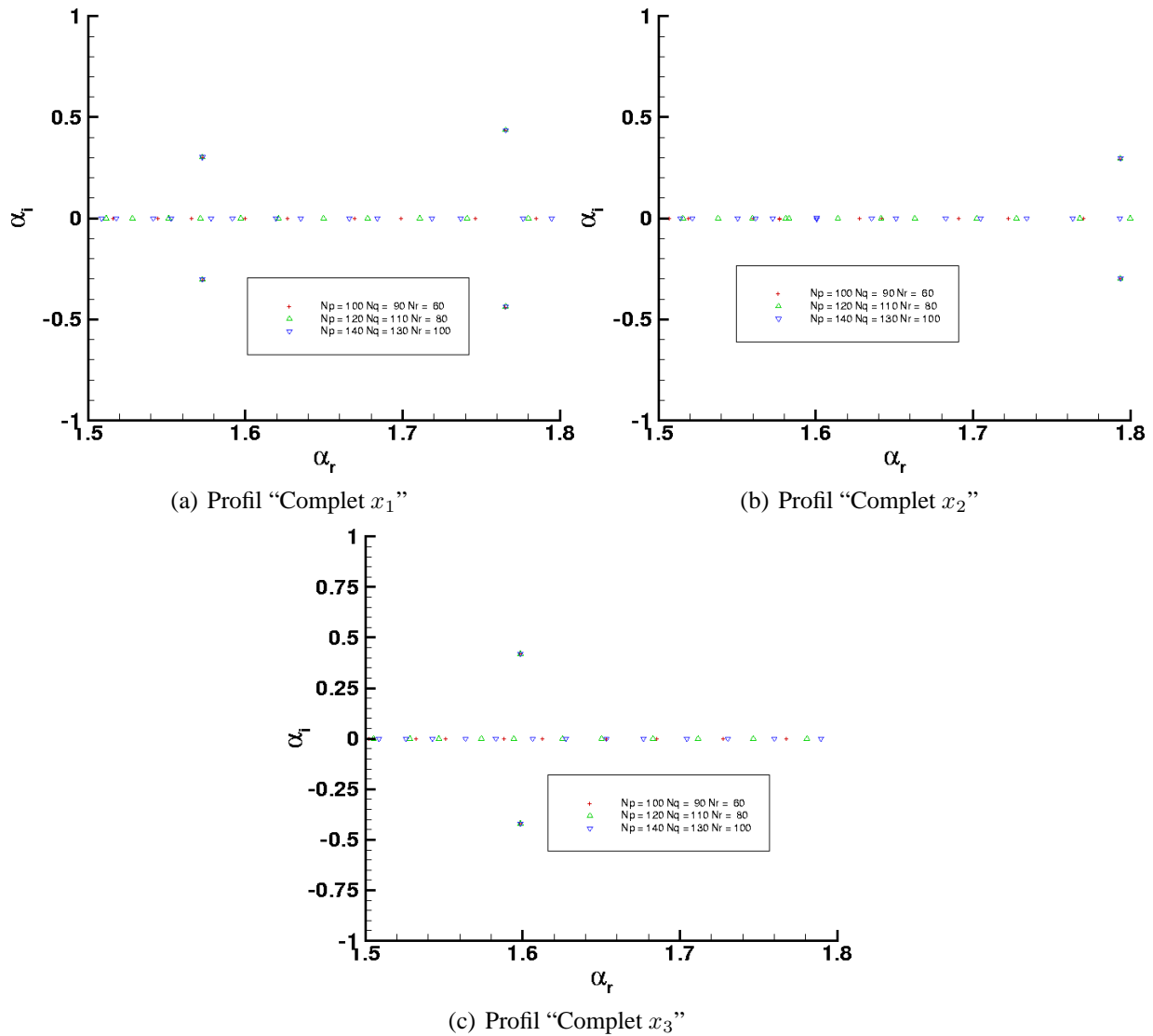


Fig. 3.6 – Spectres spatiaux pour les profils “Complets”

À la fréquence considérée, le profil “Completo x_1 ” présente deux modes amplifiés, tandis que les profils “Completo x_2 ” et “Completo x_3 ” n’en présentent qu’un seul. Pour le premier profil, on n’étudiera que le mode le plus amplifié, c’est à dire le mode ayant la partie imaginaire la plus négative.

NOVEMBRE 2005

| Profil | Complet x_1 | | | | Complet x_2 | | Complet x_3 | |
|------------|---------------|-------|--------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
| Indice | 258 | 259 | 274 | 275 | 287 | 288 | 267 | 268 |
| α_r | 1,573 | 1,573 | 1,765 | 1,765 | 1,794 | 1,794 | 1,599 | 1,599 |
| α_i | -0,302 | 0,302 | -0,436 | 0,436 | -0,297 | 0,297 | -0,420 | 0,420 |

Tableau 3.2 – Coordonnées des modes spatiaux pour les profils “Complets”

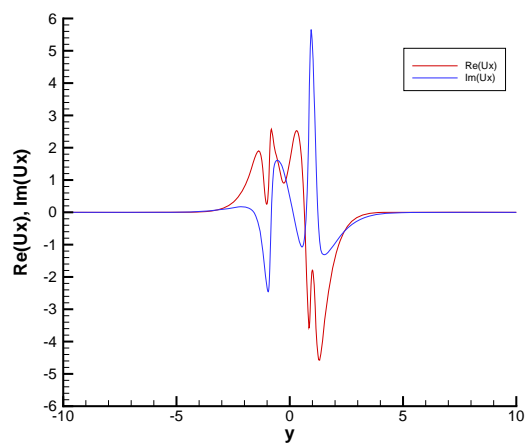
3.3.3. Vecteurs propres

Les vecteurs propres associés aux modes amplifiés ont été calculés. Comme tout vecteur propre, ils sont définis à une constante multiplicative près. Ici on a choisi de les normaliser en fixant la valeur maximale de la pression à 1.

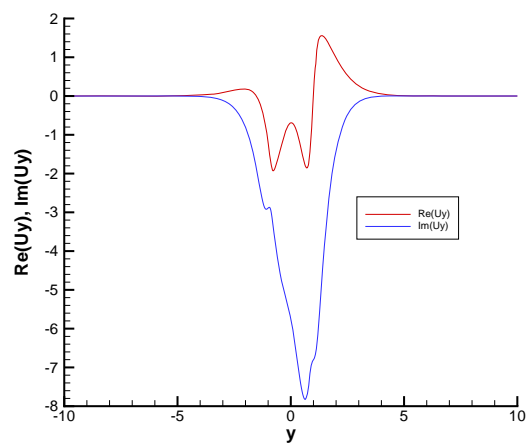
On voit sur les figures 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10 l’allure des vitesses longitudinale et transversale et de la pression. Même si le profil de base n’est pas symétrique, on voit que la vitesse transversale semble se rapprocher d’une symétrie pour tous les modes, mis à part le mode le moins amplifié du premier profil. La pression et la vitesse longitudinale quant à elles sont plutôt antisymétriques. Ceci est caractéristique des modes dits “sinueux” (Huerre & Rossi [31]). Le second mode du premier profil semble plutôt être un mode antisymétrique ou de type “variqueux”. Dans le cas d’un sillage symétrique, la théorie de la stabilité linéaire prévoit que le mode le plus amplifié est justement le mode sinueux. Les résultats présentés ici semblent montrer que les modes les plus amplifiés dans le cas d’un sillage non symétrique sont aussi les modes sinueux.

Grâce à une étude de stabilité spatiale, au critère de Bers et à une étude rapide des vecteurs propres, les modes amplifiés sinueux ont été identifiés ; on va pouvoir maintenant leur appliquer le critère d’instabilité absolue.

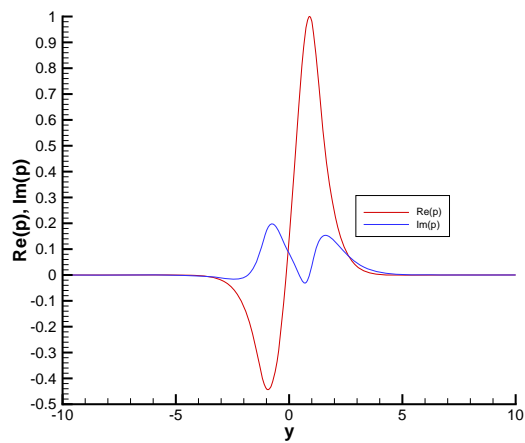
NOVEMBRE 2005



(a) Vitesse longitudinale



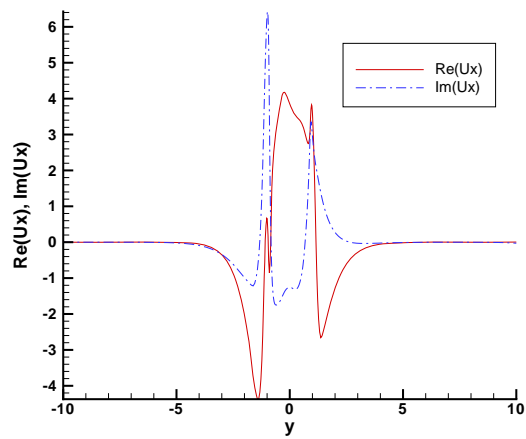
(b) Vitesse transversale



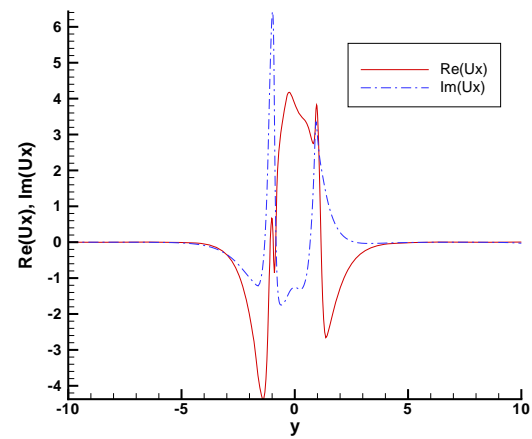
(c) Pression

Fig. 3.7 – Vecteurs propres pour le profil “Complet x_1 ” ; mode le plus amplifié

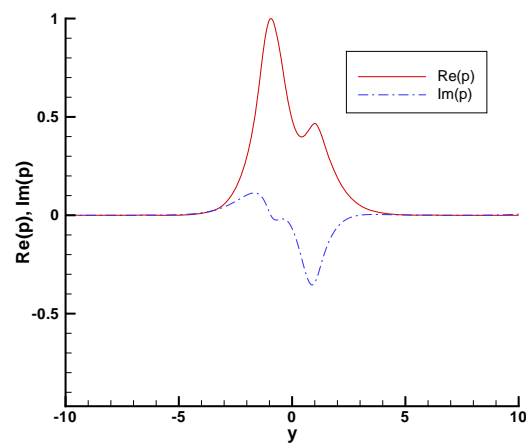
NOVEMBRE 2005



(a) Vitesse longitudinale



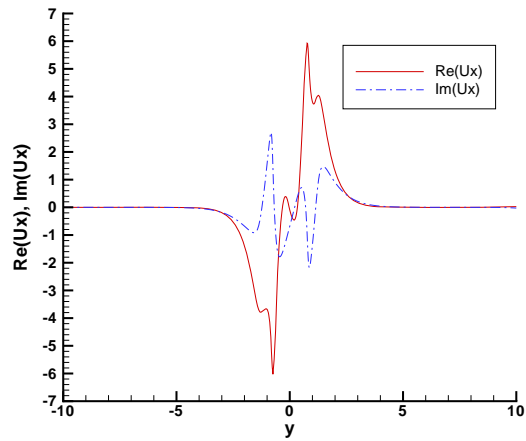
(b) Vitesse transversale



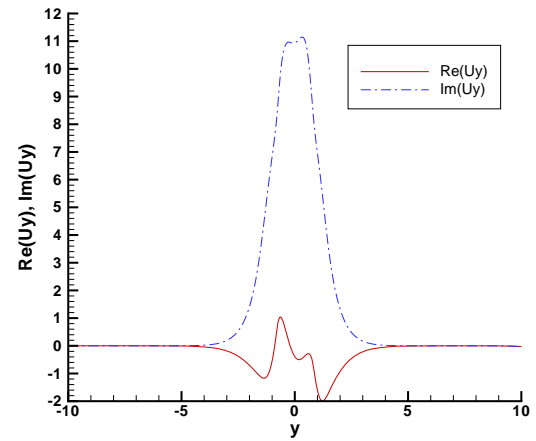
(c) Pression

Fig. 3.8 – Vecteurs propres pour le profil “Complet x_1 ” ; second mode amplifié

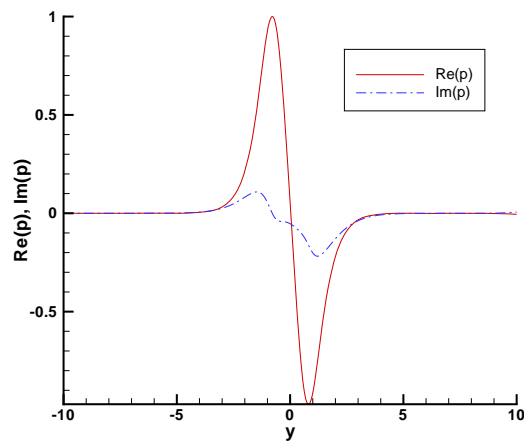
NOVEMBRE 2005



(a) Vitesse longitudinale



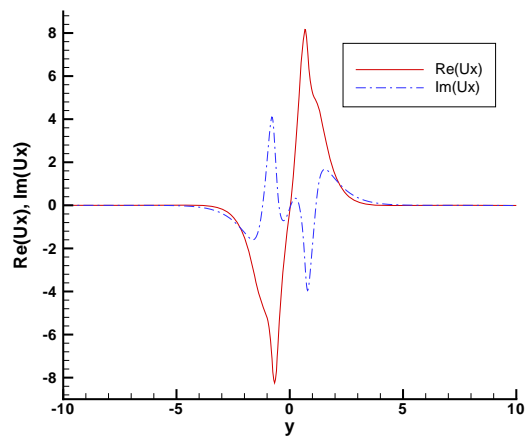
(b) Vitesse transversale



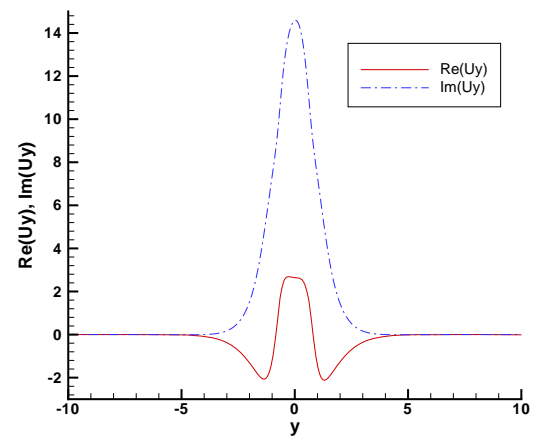
(c) Pression

Fig. 3.9 – Vecteurs propres pour le profil “Complet x_2 ”

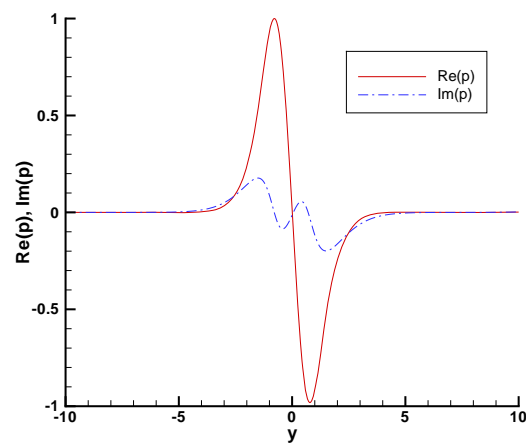
NOVEMBRE 2005



(a) Vitesse longitudinale



(b) Vitesse transversale



(c) Pression

Fig. 3.10 – Vecteurs propres pour le profil “Complet x_3 ”

NOVEMBRE 2005

3.3.4. Recherche des instabilités absolues

Principe

Pour effectuer la recherche des instabilités absolues avec le code de calcul de stabilité, on trace les courbes $\omega_r \rightarrow \alpha_i(\omega_r, \omega_i)$, $\omega_r \rightarrow \alpha_r(\omega_r, \omega_i)$, $\alpha_r \rightarrow \alpha_i(\omega_r, \omega_i)$, en faisant varier ω_i de 0 jusqu'à trouver un éventuel point de rebroussement. S'il existe un point de rebroussement sur les courbes $\omega_r \rightarrow \alpha_i(\omega_r, \omega_i)$ et $\omega_r \rightarrow \alpha_r(\omega_r, \omega_i)$, accompagné d'une permutation des branches spatiales dans le plan (α_r, α_i) , c'est que nous sommes en présence d'une instabilité absolue.

La valeur de ω_r en ce point donne la fréquence absolue adimensionnée. Il est possible de revenir à la fréquence réelle par la relation

$$f_0 = \frac{\omega_r U_r}{2\pi l_r},$$

où U_r et l_r sont la vitesse et la longueur de référence ayant servi pour l'adimensionnalisation. Donc, dans notre cas,

$$f_0 = \frac{\omega_r c}{\pi d}. \quad (3.1)$$

Application

Sur les figures 3.11, 3.12 et 3.13, on peut voir les trois diagrammes de stabilité évoqués ci-dessus pour les trois profils étudiés. Seuls les deux premiers profils, qui sont dans la zone de recirculation, présentent une instabilité absolue. Les valeurs du nombre d'onde α_0 , de la pulsation ω_0 et de la fréquence réelle f_0 absolus sont résumées dans le tableau 3.3. Le dernier profil, qui n'est pas dans la zone de recirculation, ne présente pas d'instabilités absolues.

| Profil | Complet x_1 | Complet x_2 |
|------------|-------------------|-------------------|
| ω_0 | $0,1175 + 0,023i$ | $0,1212 + 0,013i$ |
| α_0 | $1,082 - 0,705i$ | $1,0797 - 0,796i$ |
| $f_0(Hz)$ | 38974 | 40217 |

Tableau 3.3 – Instabilités absolues pour les profils “Complets”

Comme on l'attendait, il y a coïncidence entre la zone de recirculation et la zone d'instabilité absolue. Toutefois, le nombre insuffisant de profils extraits, dû à la taille grossière des mailles, ne permet pas de situer avec précision la poche d'instabilité absolue. Quoiqu'il en soit, l'étude présente permet de confirmer l'existence de cette poche dans le sillage du bord de fuite.

NOVEMBRE 2005

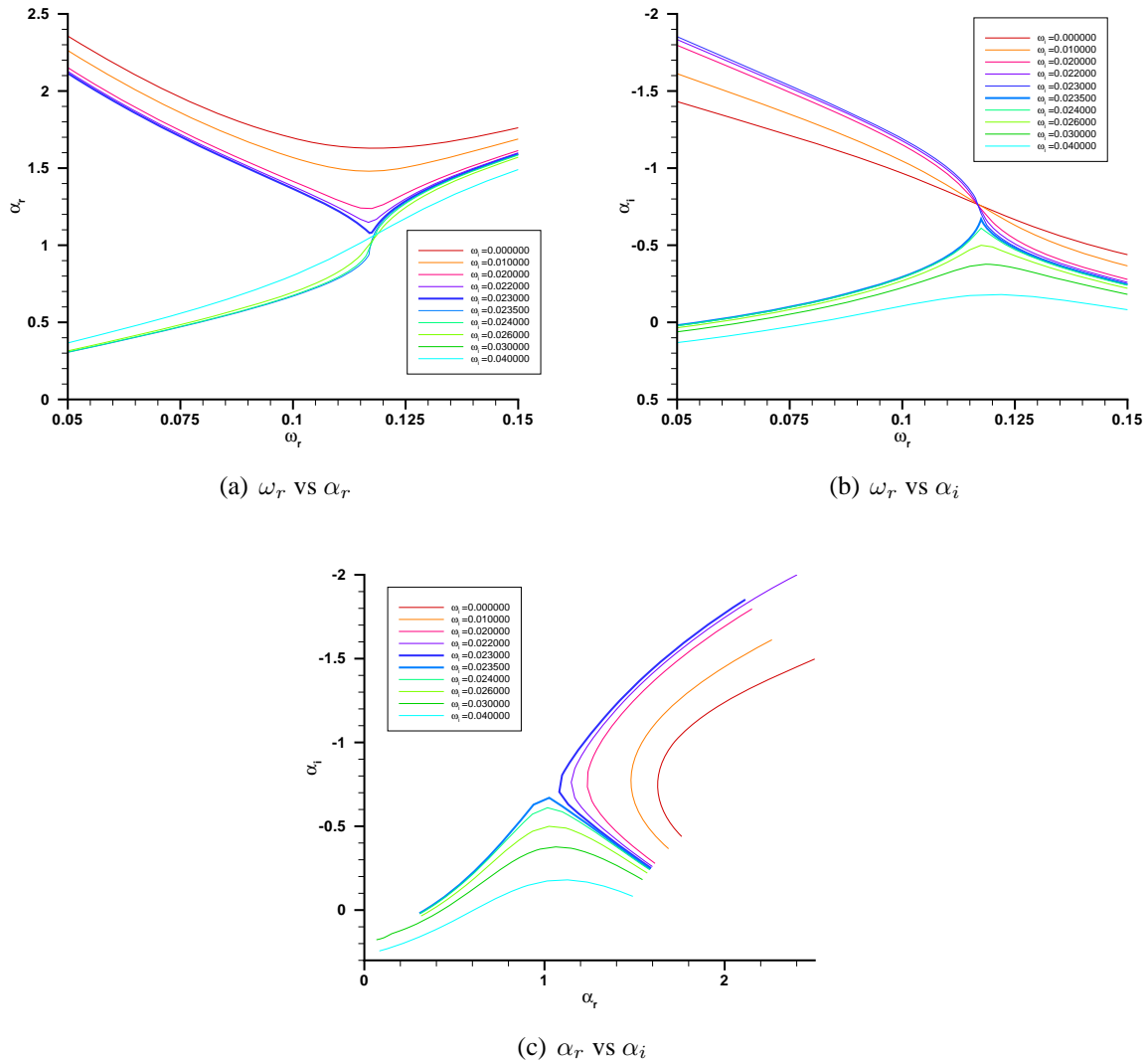


Fig. 3.11 – Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_1 ”

Remarques

Lors du calcul du spectre complet sur le premier profil “Complet x_1 ”, nous avons mis en évidence l’existence de deux modes amplifiés grâce au critère de Bers : un mode pseudo-sinueux et un mode pseudo-variqueux. Nous avons choisi d’étudier uniquement le mode pseudo-sinueux, le plus amplifié. Le mode variqueux mérite notre attention car une étude de stabilité révèle un comportement étrange comme on peut le voir sur la figure 3.14. Sur le diagramme (ω_r, α_r) , le comportement semble normal avec une bifurcation de type Hopf.

Pourtant, si l’on continue l’étude dans le plan (ω_r, α_i) , on ne voit pas apparaître de bifurcation, tout juste une “bosse”. Le diagramme (α_r, α_i) contient un comportement encore plus étrange avec l’apparition de boucles dans le voisinage du point $(\alpha_r, \alpha_i) = (1.67, -0.1)$. Ce comportement

NOVEMBRE 2005

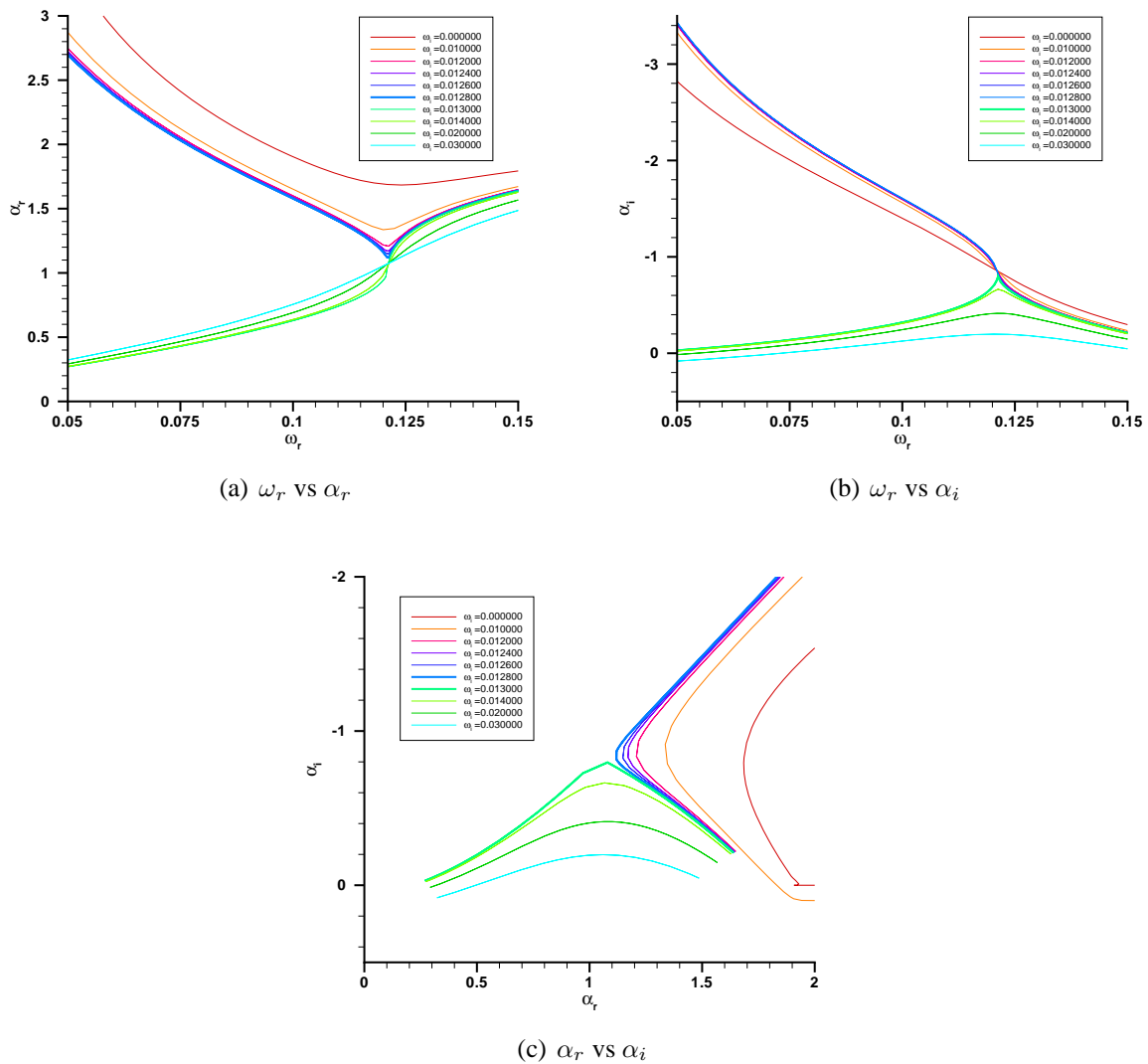


Fig. 3.12 – Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_2 ”

n’est pas décrit dans la théorie de la stabilité linéaire exposée. De plus, dans le diagramme (ω_r, α_r) , certaines courbes possèdent un point en lequel la dérivée est nulle :

$$\frac{\partial \alpha_r}{\partial \omega_r} = 0.$$

Ceci correspond à une vitesse de groupe

$$v_g = \frac{\partial \omega_r}{\partial \alpha_r}$$

infinie.

NOVEMBRE 2005

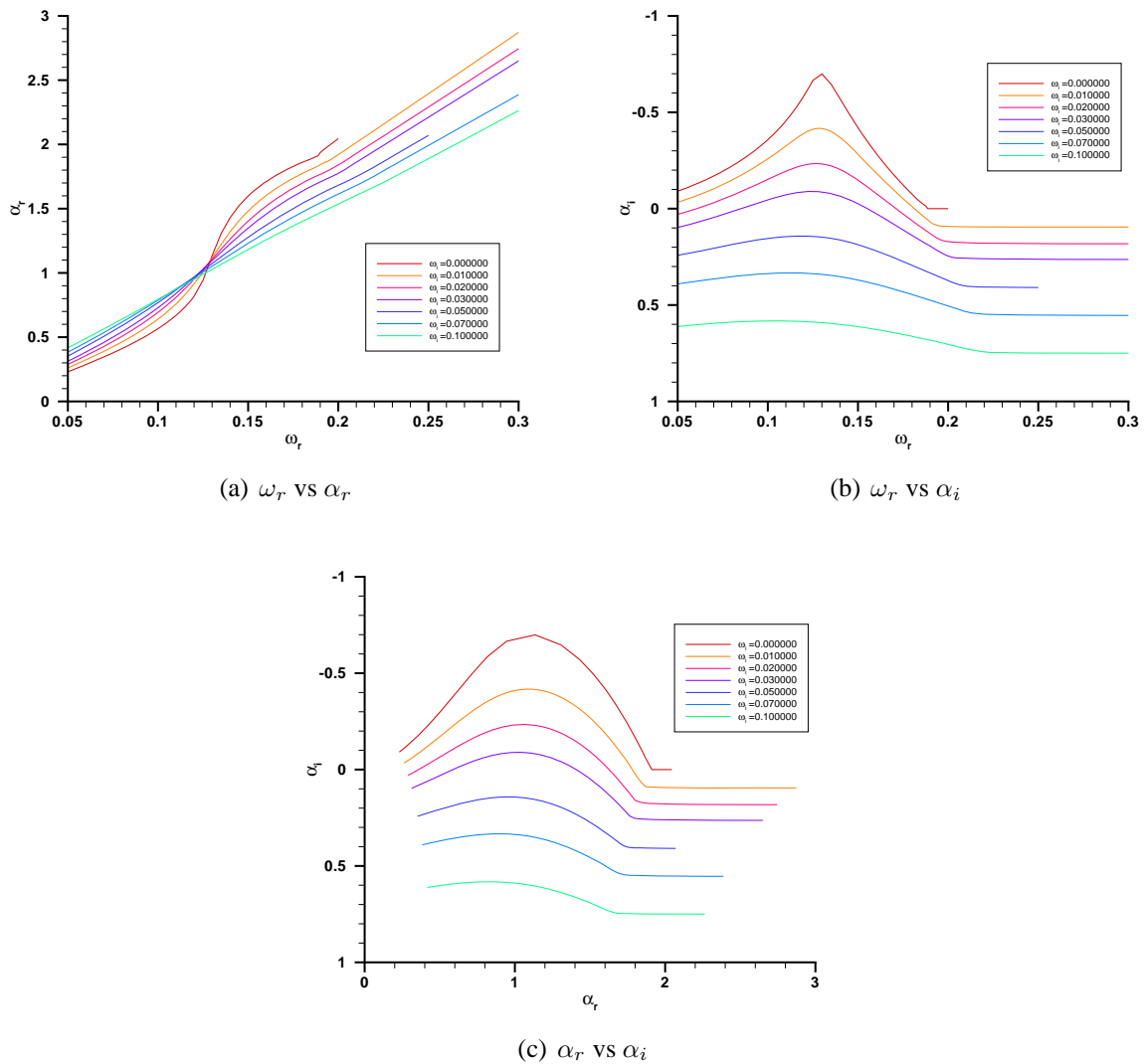


Fig. 3.13 – Diagrammes de stabilité pour le profil “Complet x_3 ”

À l’heure actuelle, nous ne sommes pas en mesure d’interpréter ce résultat. Une solution pourrait peut-être être trouvée par une étude de stabilité non-linéaire. Mais ceci dépasse largement le cadre de ce rapport.

NOVEMBRE 2005

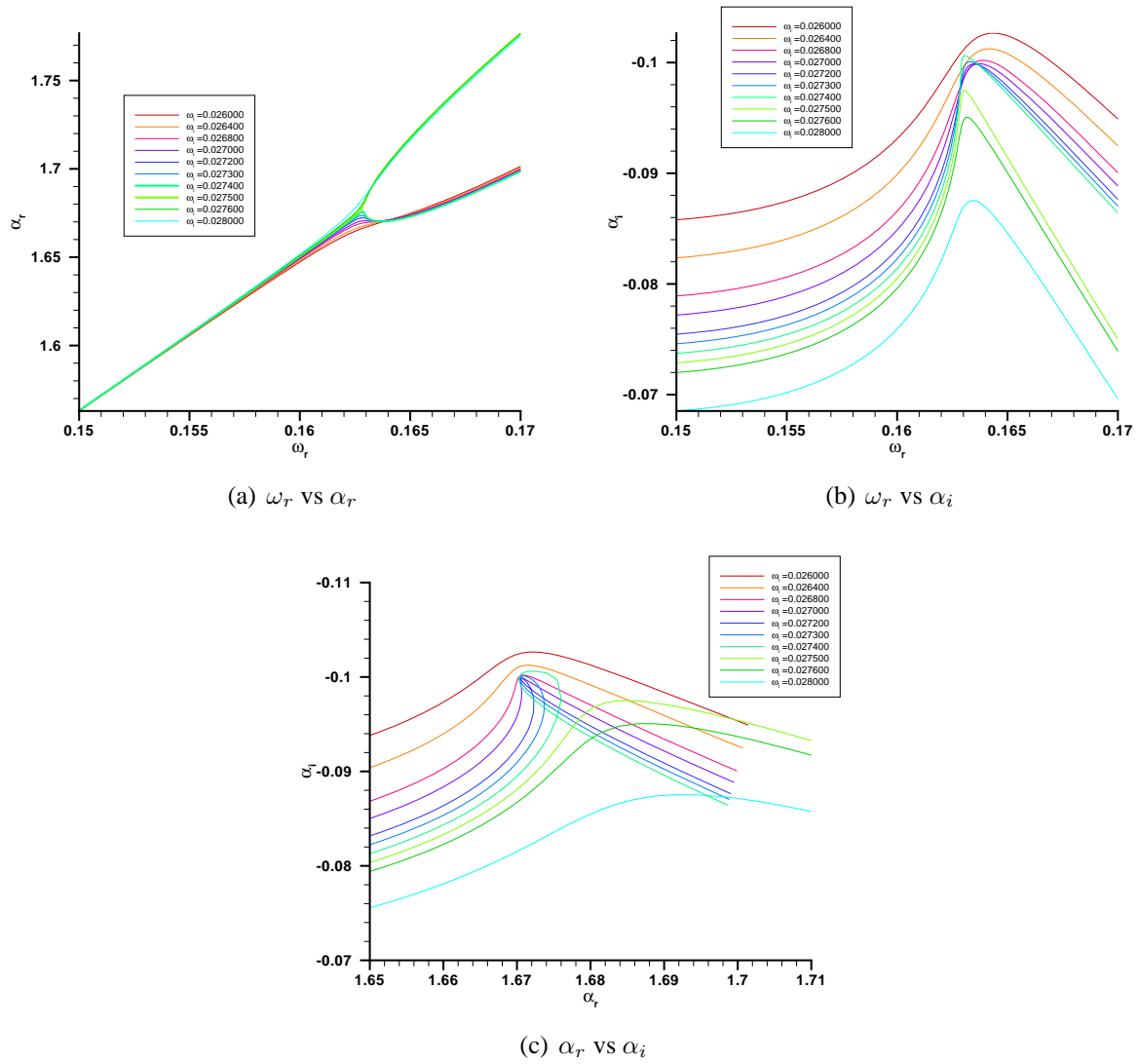


Fig. 3.14 – Diagrammes de stabilité du second mode amplifié pour le profil “Complet x_1 ”

NOVEMBRE 2005

3.3.5. *Influence des conditions aux limites*

Jusqu'à maintenant, nous n'avons pas parlé de l'influence des conditions aux limites sur la génération des tourbillons dans le sillage du bord de fuite. La présence de la paroi dans la zone inférieure du sillage peut avoir une incidence sur la fréquence du lâcher de tourbillons.

On va étudier cette influence en tronquant le premier profil en un domaine symétrique centré en 0 et de 10 épaisseurs de bec de largeur. La condition limite choisie dans le domaine inférieur, soit pour $\eta = -10$, sera analogue à celle du domaine supérieur, soit un raccord à une exponentielle décroissante. On effectue les calculs de stabilité sur ce profil en divisant le domaine $[-10,10]$ en trois sous-domaines : $[-10,-1]$, $[-1,1]$ et $[1,10]$ avec 60 points sur les sous-domaines extrêmes ($[-10,-1]$ et $[1,10]$) et 90 sur le sous-domaine central $[-1,1]$. Le nouveau profil sera nommé "Tronqué x_1 ".

Pour le calcul de stabilité, on applique strictement la même démarche que précédemment. Le spectre spatial est exactement le même que pour le profil "Complet x_1 ". On retrouve bien les 4 modes répartis de manière symétrique de part et d'autre de l'axe α_r , leurs coordonnées sont identiques et ce sont les mêmes qui sont amplifiés. La recherche d'instabilités absolues conduit aux mêmes résultats que pour le profil "Complet x_1 ", comme on peut le voir sur la figure 3.15.

Cette étude, ajoutée aux résultats de l'annexe B, permet de mettre en évidence deux choses. Premièrement, une fois la convergence en maillage atteinte, on a pu voir que l'extension du domaine n'avait pas d'influence. Ceci s'explique aisément quand on regarde l'allure des modes propres aux frontières du domaine (fig. 3.7 par exemple). On voit qu'ils sont clairement amortis bien avant les frontières du domaine. Donc, la taille du domaine de calcul n'a pas d'influence sur les résultats, tant que ses bornes sont dans une zone où les modes propres sont amortis. Par conséquent, la condition imposée à la limite inférieure, que ce soit une condition de paroi ou de raccord à la solution en milieu homogène, n'a plus aucune incidence sur la fréquence absolue locale.

On pourra donc effectuer les éventuels calculs ultérieurs sur des profils tronqués. Cela nous permettra de réduire le temps de calcul puisque le nombre de points de collocation utilisé sera inférieur.

3.4. Commentaires

3.4.1. *Critère pour la détermination du mode global*

Nos calculs de stabilité nous ont permis de déterminer les valeurs des pulsations et nombres d'ondes absolus locaux en trois stations du sillage. Cependant les critères exposés dans la partie précédente montrent la nécessité d'une grande résolution spatiale pour la détermination du mode global. Etant donné la taille importante des mailles derrière le bord de fuite, ces critères sont clairement inapplicables. On devra se contenter d'une valeur approchée en admettant que la fréquence d'un mode global est proche des valeurs trouvées localement. Pour fixer un ordre de grandeur, on retiendra une valeur de 40 kHz.

NOVEMBRE 2005

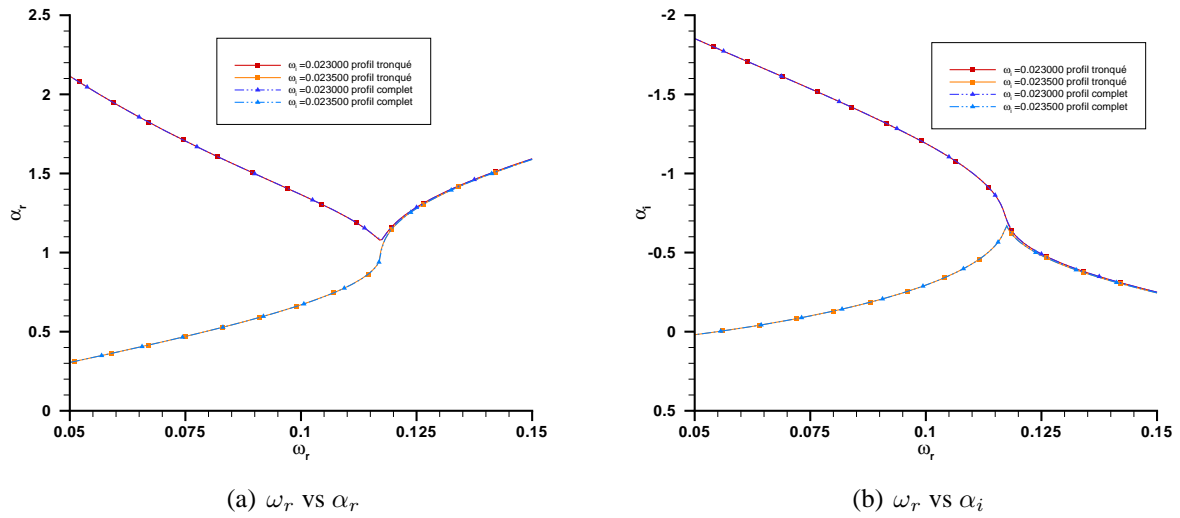


Fig. 3.15 – Influence de la condition à la limite inférieure

3.4.2. Comparaison avec la littérature

Suivant les conditions expérimentales (angle d'incidence, angle de déflexion, épaisseur du bord de fuite du bec, etc...) les valeurs sont dans une plage de fréquence située entre 40 et 50 kHz. Les valeurs numériques calculées par Agarwal [5] vont de 36 kHz à 20° de déflexion jusqu'à 46 kHz à 30° de déflexion. Donc la valeur retenue de 40 kHz est en très bon accord avec les valeurs présentes dans la littérature, malgré les imprécisions introduites et notre incapacité à déterminer avec exactitude la fréquence du mode global.

NOVEMBRE 2005

4. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Bilan de l'étude

Le contexte aéronautique actuel et l'essor que subit le trafic aéroportuaire imposent de réduire le bruit émis par les aéronefs. Dans cette optique, on a vu que de nombreuses études avaient été effectuées ou étaient toujours en cours pour comprendre les mécanismes générateurs de bruit, en particulier le bruit d'origine aérodynamique. Ces études révèlent la prédominance du bruit de bec lors des phases d'approche.

Des deux caractéristiques principales de l'écoulement autour du bec, tourbillon intra-cavitaire et lâcher de tourbillons périodique dans le sillage du bord de fuite du bec, l'étude présente s'est intéressée uniquement au sillage du bord de fuite. Plus précisément, l'objectif de l'étude était de prévoir un ordre de grandeur pour la valeur de la fréquence de lâcher de tourbillons, en utilisant les outils de la stabilité linéaire.

Cet objectif a été pleinement rempli grâce aux outils de calcul de stabilité développés à l'ONERA. Le code de calcul a été étendu pour traiter le cas d'un sillage non symétrique quelconque en implémentant une méthode d'interpolation par des splines. Ensuite, on a appliqué le critère d'instabilité absolue sur trois profils de vitesse extraits d'un calcul RANS en trois stations en aval de l'écoulement dans le sillage du bec.

L'étude de stabilité sur ces trois profils a permis de mettre en évidence l'existence d'une poche d'instabilité absolue dans le sillage et de déterminer deux valeurs de fréquence absolue locale. Malgré des difficultés pour déterminer la valeur de la fréquence d'oscillation du mode global, la valeur retenue de 40 kHz est en très bon accord avec les mesures et les calculs préexistants.

Perspectives

Le principal écueil de cette étude est l'impossibilité d'appliquer un critère pour la détermination de la fréquence du mode global. Il aurait fallu avoir une plus grande résolution spatiale du maillage dans le sillage proche du bec. Une dizaine de points au moins serait nécessaire, donc il faudrait par exemple diviser chacune des quatre mailles derrière le bec en trois. Cependant, les calculs RANS utilisés ici ont été effectués dans le voisinage de l'aile entière, et diviser ces mailles en trois serait trop coûteux en temps de calcul. Il faudrait donc envisager d'effectuer un nouveau maillage raffiné dans le sillage du bec, et de refaire un calcul CFD uniquement dans le voisinage du bec.

Nous nous sommes ici intéressé uniquement au bord de fuite du bec. Mais comme on l'a évoqué en introduction, l'écoulement dans le bec est riche en phénomènes physiques. Il serait intéressant d'effectuer une étude de stabilité sur le tourbillon central. La théorie de stabilité exposée ici ne s'applique plus, car l'écoulement est bidimensionnel, et les conditions aux limites sont bien plus complexes. De plus, la géométrie n'est pas cartésienne donc la méthode de collocation spectrale utilisée ici est insuffisante. Il faudra donc développer un modèle adapté à la géométrie curviligne de la cavité du bec. Une fois les modes propres de la cavité calculés, on pourra peut-être mettre en évidence un couplage générateur de bruit entre le lâcher de tourbillons et le tourbillon intra-cavitaire.

NOVEMBRE 2005

5. ANNEXE A - EXPRESSION DES MATRICES DU PROBLÈME AUX VALEURS PROPRES

On part du système (2.17) dans lequel on effectue un changement de variable homothétique pour se ramener à l'intervalle $[-1,1]$. Soit σ la nouvelle variable et $S_1 = \partial_y \sigma$. Alors le système se réécrit sous la forme :

$$\begin{cases} \rho_0 c_0^2 S_1 \partial_\sigma G + i\alpha \rho_0 c_0^2 F + i(\alpha U_0 - \omega)P = 0 \\ i(\alpha U_0 - \omega)F + \partial_y U_0 G - i\alpha \rho_0^{-1} P = 0 \\ \rho_0^{-1} S_1 \partial_\sigma P + i(\alpha U_0 - \omega)G = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Soit :

$$X = \begin{pmatrix} F \\ G \\ P \end{pmatrix}$$

D'après la relation de dérivation (2.20), on a

$$X' \equiv \frac{dX}{d\sigma} = AX.$$

Stabilité spatiale

Dans le cas d'une étude spatiale, on fixe ω et la valeur propre recherchée est α . Donc on réécrit le système (5.1) sous la forme :

$$M_1^s X' + M_2^s X = \alpha Q^s.$$

Les matrices M_1^s , M_2^s et Q^s sont le résultat de l'assemblage des matrices élémentaires 3×3 $M_{1,e}^s$, $M_{2,e}^s$ et Q_e^s , avec :

$$M_{1,e}^s = \begin{pmatrix} 0 & \rho_0 c_0^2 S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0^{-1} S_1 \end{pmatrix}, \quad M_{2,e}^s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\omega \\ -i\omega & \partial_y U_0 & 0 \\ 0 & -i\omega & 0 \end{pmatrix},$$

$$Q_e^s = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i\omega \\ -i\omega & \partial_y U_0 & 0 \\ 0 & -i\omega & 0 \end{pmatrix}$$

Donc :

$$D_s = M_1^s A + M_2^s, \quad \text{et} \quad E_s = Q^s.$$

NOVEMBRE 2005

Stabilité temporelle

Dans le cas d'une étude spatiale, on fixe ω et la valeur propre recherchée est α . Donc on réécrit le système (5.1) sous la forme :

$$M_1^t X' + M_2^t X = \omega Q^t.$$

Les matrices M_1^t , M_2^t et Q^t sont le résultat de l'assemblage des matrices élémentaires 3x3 $M_{1,e}^t$, $M_{2,e}^t$ et Q_e^t , avec :

$$M_{1,e}^t = \begin{pmatrix} 0 & \rho_0 c_0^2 S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0^{-1} S_1 \end{pmatrix}, \quad M_{2,e}^t = \begin{pmatrix} 0 & \rho_0 c_0^2 S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_0^{-1} S_1 \end{pmatrix},$$

$$Q_e^t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ -i & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}$$

Donc :

$$D_t = M_1^t A + M_2^t, \quad \text{et} \quad E_t = Q^t.$$

NOVEMBRE 2005

6. ANNEXE B - ÉTUDE DE CONVERGENCE NUMÉRIQUE

La méthode de collocation est sensible au nombre de points utilisés pour le maillage. Nous avons vu que le calcul du spectre spatial par cette méthode créait des “modes numériques” non pertinents pour notre étude. On peut repérer ces modes en effectuant des calculs pour différentes “configurations numériques”.

Pour chaque profil, on a fait varier le nombre de points par domaines, la taille du domaine, ainsi que le type de condition imposée sur le bord inférieur du domaine. Soit N_1 , N_2 et N_3 les nombres de points de collocation pour les sous-domaines inférieur, central et supérieur. Soit I l’intervalle d’étude et $C.L.$ les conditions aux limites.

Le tableau 6.1 résume les configurations utilisées pour chaque profil.

| Profil | N_1 | N_2 | N_3 | I | C.L. |
|--------------------------------------|-------|-------|-------|----------|---------------|
| Complet x_1 | 100 | 90 | 60 | [-52,10] | glissement |
| | 120 | 110 | 80 | [-52,10] | glissement |
| | 140 | 130 | 100 | [-52,10] | glissement |
| | 80 | 70 | 40 | [-52,10] | glissement |
| | 100 | 90 | 60 | [-52,10] | exponentielle |
| | 100 | 90 | 60 | [-40,10] | exponentielle |
| | 60 | 90 | 60 | [-10,10] | exponentielle |
| Complet x_2 et Complet x_3 | 100 | 90 | 60 | [-52,10] | glissement |
| | 120 | 110 | 80 | [-52,10] | glissement |
| | 140 | 130 | 100 | [-52,10] | glissement |
| | 100 | 90 | 60 | [-40,10] | exponentielle |
| | 100 | 90 | 60 | [-40,5] | exponentielle |
| | 60 | 90 | 60 | [-10,10] | exponentielle |

Tableau 6.1 – Configurations numériques pour l’étude de convergence

A partir de $(N_1, N_2, N_3) = (100, 90, 60)$, on arrive à convergence des modes hydrodynamiques étudiés : en augmentant le nombre de points, les quatre modes du premier profil et les deux modes des profils “Complet x_2 ” et “Complet x_3 ” ne bougent plus. Ceci justifie notre choix de la configuration $(N_1, N_2, N_3) = (100, 90, 60)$ dans notre étude.

D’autre part, le choix des configurations numériques tests permet de renforcer le constat effectué concernant l’influence des conditions aux limites. Une fois la convergence en nombre de points atteinte, la taille du domaine ou le type de condition à la limite inférieure n’ont quasiment aucune influence. On retrouve les mêmes modes spatiaux.

NOVEMBRE 2005

7. ANNEXE C - RÉCAPITULATIF DES EXPÉRIMENTATIONS ET CALCULS AUTOUR DU BEC

Cette partie effectue un récapitulatif des expérimentations et calculs qui ont été effectués autour du bec. Ce récapitulatif n'est sûrement pas exhaustif, mais il donne un aperçu assez vaste des travaux qui ont été effectués depuis 1998.

Significations des colonnes :

- Profil : référence ou type du profil utilisé pour effectuer les calculs ou les expériences,
- XP : outils ou méthodes de mesure utilisés,
- Num. : méthode numérique utilisée pour les calculs,
- U/M : vitesse amont ou nombre de Mach de l'écoulement,
- Re : nombre de Reynolds de l'écoulement,
- Corde (profil/bec) : corde du profil et corde du bec,
- Δ : angle d'incidence,
- δ_s : angle de déflexion,
- échelle : facteur d'échelle de la maquette ou du modèle,
- d : épaisseur du bord de fuite du bec.

Nomenclature :

- HLD : High Lift Devices,
- PIV : Particle Image Velocimetry,
- HWA : Hot Wire Anemometry,
- Capt. P. : Capteurs Piezzoélectriques,
- Ac. Mirror : Acoustic Mirror
- RANS : Reynolds Averaged Navier Stokes,
- URANS : Unstationnary Reynolds Averaged Navier Stokes,
- FW-H : Équations de Ffowcs-Williams & Hawkings,
- BEM : Boundary Element Method,
- NLDE : Non Linear Disturbed Equations.

NOVEMBRE 2005

| | Profil | XP | Num. | U/M | Re |
|-----------------------------------|---------------------|------------------|-------------------|-----------|--------------------------|
| Pérennès & Roger [6] (1998) | 2D HLD | Micro | × | 0,15-0,3 | 1-2.10 ⁶ |
| Roger & Pérennès [7] (2000) | 2D HLD | Micro | Dipôle+Green 3D | 0,3 | 1-2.10 ⁶ |
| Paschal et al. [41] (2000) | MDA 30P30N | PIV, HWA | × | 0,15 | 1,5.10 ⁶ |
| Mendoza et al. [19] (2002) | NACA 63-215 | Capt. P. | × | 0,17 | - |
| Hutcheson & Brooks [20] (2004) | NACA 63-215 | Micro | × | 0,07-0,17 | 0,6-1,6 ⁶ |
| Dobrzynski et al. [9] (1998) | ALVAST | Ac. Mirror | × | 30-60 m/s | 10 ⁶ |
| Dobrzynski et al. [10] (2001) | ALVAST, HLD, A320 | Ac. Mirror | × | 30-60 m/s | 10 ⁶ |
| Takeda et al. [42] (2001) | 2D NHLP | PIV, LDV... | × | 0,088 | 1,5.10 ⁶ |
| Takeda et al. [27] (2002) | 2D NHLP | HWA, PIV, LDV | × | 0,088 | 1,5.10 ⁶ |
| Takeda et al. [28] (2004) | LIT2 2D | × | URANS/FW-H | 0,088 | 1560015 |
| Olson et al. [22] (2000) | Douglas | Micro | × | 20 m/s | 0,36.10 ⁶ |
| Olson et al. [43] (2001) | 2D HLD | Fumée, Ac. Liner | × | 0-30 m/s | 10 ⁶ |
| Storms et al. [11] (1999) | NACA 63-2-315 mod B | Antenne | RANS | 0,22 | 3,7.10 ⁶ |
| Berkman et al. [12] (1999) | EET | PSP | RANS | 0,125-0,3 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Pott-Pollenske et al. [44] (2003) | 2,5D HLD | × | RANS | 0,147 | 1,37.10 ⁶ |
| Khorrami et al. [15] (2000) | EET HLD | × | URANS | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Khorrami et al. [2, 16] (2002) | EET HLD | × | URANS/FW-H | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Khorrami & Choudhari [45] (2003) | EET HLD | × | URANS/Porous | 0,2 | 7,2.10 ⁶ |
| Khorrami & al. [17] (2004) | MDA 30P30N | × | URANS/FW-H | 0,17 | 3,64.10 ⁶ |
| Jenkins & al. [46] (2004) | MDA 30P30N | PIV | × | 0,17 | 3,64.10 ⁶ |
| Choudhari et al. [18] (2002) | DC-10 EET | PMA | URANS/FW-H | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Singer et al. [14] (2000) | EET HLD | × | FW-H/2D RANS | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Casper et al. [47] (2004) | HLD 3D | × | CFL3D/FW-H | 0,2 | 10 ⁶ |
| Agarwal & Morris [24] (2002) | EET HLD | × | Stab. | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Agarwal & Morris [25] (2004) | EET HLD | × | BEM | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Agarwal [5] (2004) | EET HLD | × | Stab. & BEM | 0,2 | 3,6-19,2.10 ⁶ |
| Guo [23] (2001) | 2D HLD | × | Vortex Elt/FW-H | 0,2 | - |
| Guo et al. [1] (2003) | 737... DC-10, MD-11 | Base de données | Corrél. Empirique | ≈0,2 | - |
| Zheng & Tan [48] (2002) | 2D HLD | × | CFD/Lighthill | 0,2 | - |
| Terracol et al. [13, 49] (2003) | HLD | × | RANS/LES | 65,5 m/s | 2,5.10 ⁶ |
| Manoha et al. [3] (2004) | EAB HLD | × | NLDE/LES/CAA | 65,5 m/s | 2,5.10 ⁶ |

NOVEMBRE 2005

| | Corde (profil/hec) | Δ | δ_s | échelle | d |
|------------------------------|--------------------|------------|--------------|----------------|----------------------------|
| Pérennès & Roger (1998) | 30 cm/? | 15 | 26 | 1/11 | - |
| Roger & Pérennès (2000) | 35 cm/? | 18 | - | 1/11 | - |
| Paschal et al. (2000) | 457,2 mm/? | 4 ; 8 ; 10 | 30 | - | - |
| Mendoza et al. (2002) | ?/3,2" | 26 ; 32 | 10 ; 20 ; 30 | 6% | - |
| Hutcheson & Brooks (2004) | 16"/? | -6,2 - 8,8 | - | - | 0,005" - 0,13" |
| Dobrzynski et al. (1998) | - | 7 | 27 | 1/10 | - |
| Dobrzynski et al. (2001) | - | 7 | - | 1/(10;6;7,5;1) | - |
| Takeda et al. (2001) | 0,764 m/12,5% | 0 - 15 | 25 | 1/5 | - |
| Takeda et al. (2002) | 0,764 m/12,5% | 0 - 15 | 25 | 1/5 | - |
| Takeda et al. (2004) | 0,764 m/12,5% | 0 - 15 | 25 | 1/5 | 33-65.10 ⁻² % C |
| Olson et al. (2000) | 0,559 m/? | 10 | 10 ; 20 | 1/20 ; 25 | - |
| Olson et al. (2001) | 0,559 m/? | 10 | 20 ; 30 | 1/20 ; 25 | - |
| Storms et al. (1999) | 0,76 m/? | 10 | 5 - 25 | - | 2,3 mm (0,3 %) |
| Berkman et al. (1999) | 0,55 m/15% | 5 - 10 | 30 | 1,66 | - |
| Pott-Pollenske et al. (2003) | 0,4 m/68,2 mm | 4 | 26 | - | 0,2 mm |
| Khorrami et al. (2000) | 55 cm/15% | 0 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | 0,39 - 0,5 mm |
| Khorrami et al. (2002a) | 55 cm/15% | 6 - 10 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | - |
| Khorrami & Choudhari (2003) | 55 cm/15% | | | ~10 % 757 | 0,5 mm |
| Khorrami & al. (2004) | 0,457 m/15% | 4 - 8 | 30 | - | 0,36 mm |
| Jenkins & al. (2004) | 0,457 m/15% | 4 - 8 | 30 | - | 0,36 mm |
| Choudhari et al. (2002) | 55 cm/15% | 4-8 | 30 | ~10 % 757 | 0,01" - 0,02" |
| Singer et al. (2000) | 55 cm/15% | 10 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | 0,07 % C |
| Casper et al. (2004) | - | Approach | - | - | - |
| Agarwal & Morris (2002) | 55 cm/15% | 6 - 10 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | 0,39 mm |
| Agarwal & Morris (2004) | 55 cm/15% | 6 - 10 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | 0,39 mm |
| Agarwal (2004) | 55 cm/15% | 6 - 10 | 20 ; 30 | ~10 % 757 | 0,39 mm |
| Guo (2001) | ?/14,5% | 0-8 | 30 | - | - |
| Guo et al. (2003) | - | 0 - 14 | 20 - 50 | - | - |
| Zheng & Tan (2002) | 55 cm/15% | 8 | 30 | - | - |
| Terracol et al. (2003) | 0,61 m/? | 0 | Approach | - | - |
| Manoha et al. (2004) | 0,61 m/? | 0 | Approach | - | - |

NOVEMBRE 2005

8. BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. Guo, K. Yamamoto et R. Stoker,
"Component-Based Empirical Model for High-Lift System Noise Prediction",
Journal of Aircraft, 40 (5) (September-October 2003), pp. 914–922.
- [2] M. Khorrami, B. Singer et D. Lockard,
"Time-accurate simulations and acoustic analysis of slat free shear layer : part II" AIAA
Paper 2002-2579,
Dans 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Breckenridge (June 2002).
- [3] E. Manoha, S. Redonnet, M. Terracol et R. Guénanff,
"Numerical simulation of aerodynamic noise",
Dans ECCOMAS, Jyväskylä (July 2004).
- [4] P. Huerre et P. Monkewitz,
"Local and global instabilities in spatially developing flows",
Annual Review of Fluid Mechanics, 22 (1990), pp. 473–537.
- [5] A. Agarwal,
"The Prediction of Tonal and Broadband Slat Noise",
Thèse de doctorat, The Pennsylvania State University (May 2004).
- [6] S. Pérennès et M. Roger,
"Aerodynamic noise of a two-dimensional wing with high-lift devices" AIAA Paper 1998-
2338,
Dans 4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Toulouse (June 1998).
- [7] M. Roger et S. Pérennès,
"Low-frequency noise sources in two-dimensional high-lift devices" AIAA Paper 2000-
1972,
Dans 6th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Lahaina (June 2000).
- [8] J. Piet, U. Michel et P. Böhning,
*"Localization of the Acoustic Sources of the A340 with a Large Phased Microphone Array
During Flight Tests"* AIAA Paper 2002-2506,
Dans 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, Breckenridge, Colorado
(June, 17-19 2002).
- [9] W. Dobrzynski, K. Nagakura, B. Gehlhar et A. Buschbaum,
"Airframe Noise on Wings with Deployed High-Lift Devices" AIAA Paper 1998-2337
(1998).

NOVEMBRE 2005

- [10] W. Dobrzynski et M. Pott-Pollenske,
"Slat noise source studies for farfield noise prediction" AIAA Paper 2001-2158,
Dans *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Maastricht (2001).
- [11] B. Storms, J. Hayes, P. Moriarty et J. Ross,
"Aeroacoustic Measurements of Slat Noise on a Three-Dimensional High-Lift System"
AIAA Paper 1999-1957.
- [12] M. Berkman, M. Khorrami, M. Choudhari et S. Sadowski,
"Investigation of High-Lift Flow Field of an Energy Efficient Transport Wing" AIAA Paper 1999-0926,
Dans *37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV (11-14 January 1999).
- [13] M. Terracol, E. Labourasse, E. Manoha et P. Sagaut,
"Simulation of the 3D unsteady flow in a slat cove for noise prediction" AIAA Paper 2003-3110,
Dans *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Hilton Head (May 2003).
- [14] B. Singer, D. Lockard et K. Brentner,
"Computational aeroacoustic analysis of slat trailing-edge flows",
AIAA Journal, 38 (9) (2000), pp. 1558–1564.
- [15] M. Khorrami, M. Berkman et M. Choudhari,
"Unsteady flow computations of a slat with a blunt trailing edge",
AIAA Journal, 38 (11) (2000), pp. 2050–2058.
- [16] M. Khorrami, B. Singer et M. Berkman,
"Time-accurate simulations and acoustic analysis of slat free shear layer",
AIAA Journal, 40 (7) (2002), pp. 1284–1291.
- [17] M. R. Khorrami, M. M. Choudhari et L. N. Jenkins,
"Characterization of Unsteady Flow Structures Near Leading-Edge Slat : Part II. 2D Computations" AIAA Paper 2004-2802,
Dans *10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference* (2004).
- [18] M. Choudhari, M. Khorrami, D. Lockard, H. Atkins et G. Lilley,
"Slat cove noise modeling : a posteriori analysis of unsteady RANS simulations" AIAA Paper 2002-2468,
Dans *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Breckenridge (2002).
- [19] J. Mendoza, T. Brooks et W. Humphreys,
"Aeroacoustic measurements of a wing/slat model" AIAA Paper 2002-2604,
Dans *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics conference*, Breckenridge (June 2002).

NOVEMBRE 2005

- [20] F. Hutcheson et T. Brooks,
"Effects of angle of attack and velocity on trailing edge noise" AIAA Paper 2004-1031,
Dans *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Reno (January 2004).
- [21] M. Khorrami, M. Choudhari, B. Singer, D. Lockard et C. Street,
"In search of the physics : the interplay of experiment and computation in slat aeroacoustics" AIAA Paper 2003-0980,
Dans *41st AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Reno (2003).
- [22] S. Olson, F. Thomas et R. Nelson,
"A Preliminary Investigation Into Slat Noise Production Mechanism in a High-Lift Configuration" AIAA Paper 2000-4508,
Dans *18th AIA Applied Aerodynamics Conference*, Denver (14-17 August 2000).
- [23] Y. Guo,
"A Discrete Vortex Model for Slat Noise Prediction",
Dans *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Maastricht, Netherlands (28-30 May 2001).
- [24] A. Agarwal et P. Morris,
"Investigation of the physical mechanisms of tonal sound generation by slats" AIAA Paper 2002-2575,
Dans *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Breckenridge (2002).
- [25] A. Agarwal et P. Morris,
"Broadband noise from the unsteady flow in a slat cove" AIAA Paper 2004-0854,
Dans *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Reno (January 2004).
- [26] C. Tam et N. Pastouchenko,
"Gap Tones",
AIAA Journal, 39 (8) (August 2001).
- [27] K. Takeda, X. Zhang et P. Nelson,
"Unsteady Aerodynamics and Aeroacoustics of a High-Lift Device Configuration" AIAA Paper 2002-0570,
Dans *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Reno (January 2002).
- [28] K. Takeda, X. Zhang et P. Nelson,
"Computational aeroacoustic simulations of leading-edge slat flow",
Journal of Sound and Vibration, 270 (2004), pp. 559–572.
- [29] A. Bers,
"Space-time evolution of plasma instabilities - absolute and convective",
Dans *Handbook of Plasma Physics - Volume 1 : Basic Plasma Physics*, sous la direction de M. Rosenbluth et R. Sagdeev, pp. 451–517. North-Holland Publishing Company (1983).

NOVEMBRE 2005

- [30] P. Huerre et P. Monkewitz,
"Absolute and convective instabilities in free shear layers",
Journal of Fluid Mechanics, 159 (1985), pp. 151–168.
- [31] P. Huerre et M. Rossi,
"Hydrodynamic instabilities in open flows",
Dans *Hydrodynamics and nonlinear instabilities*, sous la direction de C. Godrèche et
P. Manneville, pp. 81–198. Cambridge University Press (1998).
- [32] J.-P. Brazier,
"Calculs d'instabilités convectives et absolues sur une nappe de cisaillement",
Rapport Technique ONERA n° RT 1/08284 DSNA/DMAÉ (Décembre 2003).
- [33] J.-M. Chomaz, P. Huerre et L. G. Redekopp,
"A Frequency Selection Criterion in Spatially Developing Flows",
Studies in Applied Mathematics, 84 (1991), pp. 119–144.
- [34] W. Koch,
"Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows",
Journal of Sound and Vibration, 99 (1) (1985), pp. 53–83.
- [35] R. T. Pierrehumbert,
"Local instability characteristics and frequency determination of self-excited wake flows",
Journal of Atmospheric Science, 41 (1984).
- [36] P. A. Monkewitz et L. N. Nguyen,
"Absolute Instability in the Near-Wake of Two-Dimensional Bluff Bodies",
Journal of Fluids and Structures, 1 (1987), pp. 165–184.
- [37] M. R. Khorrami, M. R. Malik et R. L. Ash,
"Application of Spectral Collocation Techniques to the Stability of Swirling Flows",
Journal of Computational Physics, 81 (1989), pp. 206–229.
- [38] J.-P. Brazier,
*"Étude des modes convectés dans un canal plan. Calcul numérique du déplacement acous-
tique"*,
Rapport Technique ONERA n° RT 13/05628 DSNA/DMAÉ (Juin 2002).
- [39] S. B. Khelil, C. François, F. Moens et I. Mary,
*"Calcul d'écoulements autour d'un profil NACA0012 à bord de fuite tronqué et d'un profil
hypersustenté en vue de la prévision numérique du bruit rayonné"*,
Rapport Technique ONERA n° RT 10/05628/DSNA/DAAP (Novembre 2002).

NOVEMBRE 2005

- [40] P. Drazin et W. Reid,
Hydrodynamic Stability,
Cambridge University Press (1981).
- [41] K. Paschal, L. Jenkins et C. Yao,
"Unsteady Slat-Wake Characteristic of a High-Lift Configuration" AIAA Paper 2000-0139,
Dans 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV (10-13 January 2000).
- [42] K. Takeda, G. Ashcroft et X. Zhang,
"Unsteady Aerodynamics of Slat Cove Flow in a High-Lift Device Configuration" AIAA Paper 2001-0706,
Dans 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV (8-11 January 2001).
- [43] S. Olson, F. Thomas et R. Nelson,
"Mechanisms of slat noise production in a 2D multi-element airfoil configuration" AIAA Paper 2001-2156,
Dans 7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Maastricht (2001).
- [44] M. Pott-Pollenske, J. Alvarez-Gonzalez et W. Dobrzynski,
"Effect of slat gap on farfield radiated noise and correlation with local flow characteristics" AIAA Paper 2003-3228,
Dans 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Hilton Head (2003).
- [45] M. Khorrami et M. Choudhari,
"Application of passive porous treatment to slat trailing edge noise",
Rapport Technique NASA n° TM-2003-212416 (2003).
- [46] L. N. Jenkins, M. R. Khorrami et M. Choudhari,
"Characterization of Unsteady Flow Structures Near Leading-Edge Slat : Part I. PIV Measurements" AIAA 2004-2801,
Dans 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2004).
- [47] J. H. Casper, D. P. Lockard, M. R. Khorrami et C. L. Street,
"Investigation of Volumetric Sources in Airframe Noise Simulations" AIAA Paper 2004-2805,
Dans 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (2004).
- [48] Z. Zheng et B. Tan,
"Vortex element methods and Kutta conditions for slat noise predictions" AIAA Paper 2002-2473,
Dans 8th AIAA/CEAS Aeroacoustics conference, Breckenridge (June 2002).
- [49] M. Terracol, E. Labourasse, E. Manoha et P. Sagaut,
"Noise sources prediction in a slat cove by mean of a hybrid zonal RANS/LES approach",
Dans Euromech Colloquium 449 on Computational aeroacoustics, Chamonix (December 2003).