

PAR KIRCHHOFF

(1)

mailles :

$$\begin{cases} V_A = E - R_1 I - R_2 I_1 \\ V_B = E - R_1 I - X_1 I_2 \end{cases}$$

noeud :

$$I = I_1 + I_2 \quad \begin{cases} I_1 = \frac{V_C}{2R_2} \\ I_2 = \frac{V_C}{X_1 + X_2} \end{cases}$$

$$V_C = E - R_1 I$$

$$\text{Soit } I = \frac{E - V_C}{R_1} \Rightarrow I \left[1 + \frac{R_1 X_1 + R_1 X_2 + 2R_1 R_2}{2R_2 (X_1 + X_2)} \right] = \frac{E (X_1 + X_2 + 2R_2)}{2R_2 (X_1 + X_2)}$$

$$\Rightarrow I = \frac{E (X_1 + X_2 + 2R_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$V_A = R_2 I_1 = E - R_1 I - R_2 I_1$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E - R_1 I}{2R_2} = \frac{E - \frac{R_1 E (X_1 + X_2 + 2R_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}}{2R_2}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E (X_1 + X_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$\text{d'où } V_A = E \cdot \frac{R_2 (X_1 + X_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$V_B = E - R_1 I - X_1 I_2 = X_2 I_2$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E - R_1 I}{X_1 + X_2} = \frac{E - R_1 \left[\frac{E (X_1 + X_2 + 2R_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)} \right]}{X_1 + X_2}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{2 \cdot E R_2}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$\text{d'où } V_B = X_2 I_2 = \frac{2 \cdot E R_2 X_2}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$V_A - V_B = \frac{E R_2 (X_1 + X_2) - 2 E R_2 X_2}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

$$\text{d'où } V_{AB} = E \cdot \frac{R_2 (X_1 - X_2)}{2R_2 (X_1 + X_2 + R_1) + R_1 (X_1 + X_2)}$$

(CQFD)

