

TD 1 : Rappels Mathématiques

Exercice 01 : Dimensions, Unités

Ecrire les équations aux dimensions des grandeurs suivantes:

- masse volumique ρ
- moment d'inertie I_A
- quantité de mouvement \vec{P}
- moment cinétique $\vec{\sigma}$
-

Exercice 02 : Dimensions, Unités

Le module de a force qui s'exerce entre deux charges q_1 et q_2 distantes de r est

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

ϵ est la permittivité du milieu où sont placées les charges électriques. Quelle est la dimension de ϵ .

Exercice 03 : Dimensions, Unités

L'expérience a montré que la force subie par une sphère immergée dans un fluide en mouvement dépend:

- du coefficient de viscosité η ,
- du rayon r de la sphère,
- de leur vitesse relative \vec{v} .

Trouver l'expression de cette force en la supposant de la forme:

$$F = k\eta^x r^y v^z$$

k étant un coefficient numérique sans dimensions et

$$[\eta] = L^{-1} M T^{-1}$$

Exercice 04 : Calcul d'erreurs

Pour mesurer l'épaisseur d'un cylindre creux on mesure le diamètres intérieur (D_1) et extérieur (D_2) et on trouve :

$$D_1 = 19.5 \pm 0.1 \text{ mm.}$$

$$D_2 = 26.7 \pm 0.1 \text{ mm.}$$

Donner le résultat de la mesure et sa précision.

Exercice 05 : Calcul d'erreurs

On monte en parallèle deux résistances $R_1 = 2200\Omega$ et $R_2 = 120\Omega$ (fabriquées à 10% près).

1. Quelle est la valeur de résistance équivalente R_{eq} et avec quelle incertitude est-elle connue?
2. montrer qu'on surestime l'incertitude relative si l'on ne tient pas compte de l'existence d'erreurs liées.

Exercice 06: Calcul d'erreurs

Pour déterminer la valeur en eau μ d'un calorimètre, on applique la méthode des mélanges. Une certaine quantité d'eau m' , à la température θ_1 , est versée dans une quantité d'eau m , à la température θ_0 ($\theta_1 > \theta_0$), la température finale est θ_2 .

En écrivant que la chaleur cédée par la masse d'eau m' sert à faire passer la masse d'eau m et le calorimètre de θ_0 à θ_2 , on obtient l'équation:

$$m'(\theta_1 - \theta_2) = (m + \mu)(\theta_2 - \theta_0)$$

Montrer que

$$\frac{\Delta\mu}{m+\mu} = \frac{\Delta m'}{m'} + \frac{\Delta m}{m+\mu} + \frac{\Delta\theta_1}{\theta_1 - \theta_2} + \frac{\Delta\theta_0}{\theta_2 - \theta_0} + \frac{\theta_1 - \theta_0}{\theta_1 - \theta_2} \frac{\Delta\theta_2}{\theta_2 - \theta_0}$$

Exercice 07 : Calcul vectoriel

\vec{i}, \vec{j} et \vec{k} étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires Oxyz. On considère les vecteurs $\vec{r}_1 = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{r}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ et $\vec{r}_3 = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$.

1. calculer leur module;
2. calculer les composantes et les modules des vecteurs:

$$\vec{A} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 \quad \text{et} \quad \vec{B} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2 - \vec{r}_3$$

3. déterminer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur $\vec{C} = \vec{r}_1 + 2\vec{r}_2$
4. calculer les produits $\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2$ et $\vec{r}_1 \wedge \vec{r}_2$

Exercice 08 : Calcul vectoriel

Soit les trois points A(2, -1, 1), B(1, 0, 3) et C(-1,4,5). B' et C' étant les milieux respectifs de AC et AB;

vérifier que $\vec{B'C'} = -\frac{1}{2}\vec{BC}$.

Exercice 09 : Calcul vectoriel

Dans un repère orthonormé direct Oxyz un point M de c coordonnées xyz est repéré par le vecteur $\vec{r} = \vec{OM}$.

1. montrer que les composantes du vecteur unitaire \vec{u} de \vec{OM} sont les cosinus directeurs de α, β, γ de $\vec{r} = \vec{OM}$;
2. Application: calculer les cosinus directeurs pour le point M(4, 3, 0).

Exercice 10 : Calcul vectoriel

On considère dans le plan xOy d'un repère orthonormé Oxyz, deux vecteurs unitaires perpendiculaires \vec{u} et \vec{v} d'origine O. leurs sens est tel que \vec{u}, \vec{v} et Oz forment un trièdre direct; \vec{u} et \vec{v} tournant autour de Oz.

On pose $(\vec{Ox}, \vec{u}) = \theta$, calculer $\frac{d\vec{u}}{d\theta}$ et $\frac{d\vec{v}}{d\theta}$.