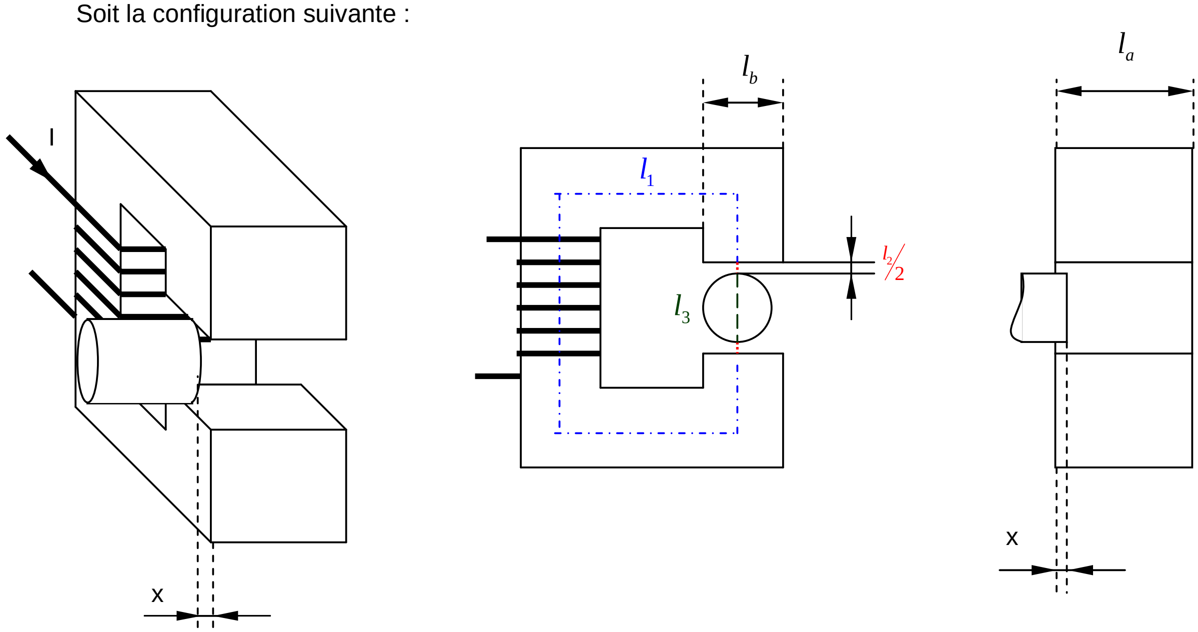
Calcul de la force d'attraction d'un électro aimant

Soit la configuration suivante :



Variables :

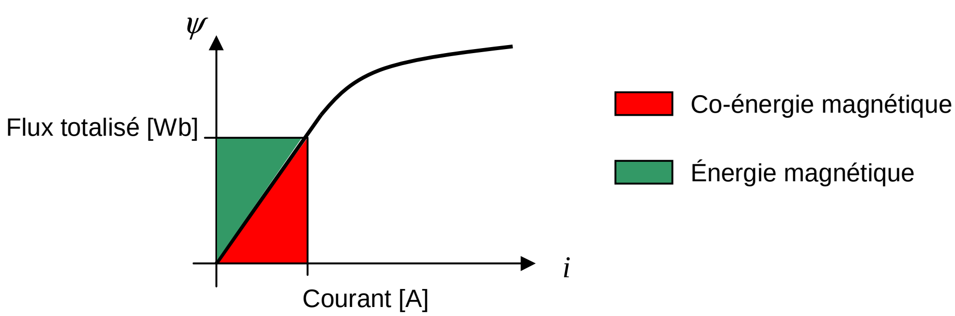
l_1 : Longueur du circuit magnétique dans le fer

l_2 : Longueur de l'entre fer 1

l_3 : Longueur du circuit magnétique du mobile

l_4 : Longueur de l'entre fer 2

La force qu'exerce un champ magnétique sur un masse ferromagnétique placé dans un entre fer est égale à la variation de l'énergie magnétique en fonction de la variation dans l'espace de la dite masse.



Si l'on reste dans la zone non-saturé (env. B<1T pour du fer) la co-énergie et l'énergie sont presque égales.

On peut dans ce cas calculer l'énergie magnétique:

$\psi = L \cdot i$ (où L est l'inductance et psi le flux totalisé)

$$W_{mag} = \frac{\psi \cdot i}{2} = \frac{L \cdot i^2}{2}$$

Maintenant il faut connaitre la variation de l'énergie magnétique Wmag en fonction du déplacement. Pour réaliser cela, nous pouvons établir le modèle suivant, selon que :

$$L = n^2 \cdot \mu_0 \cdot \underbrace{\left(\Lambda_1 + \Lambda_2 + ...\right)}_{\Lambda totale}$$

Ou

n : Nombre de spires de la bobine

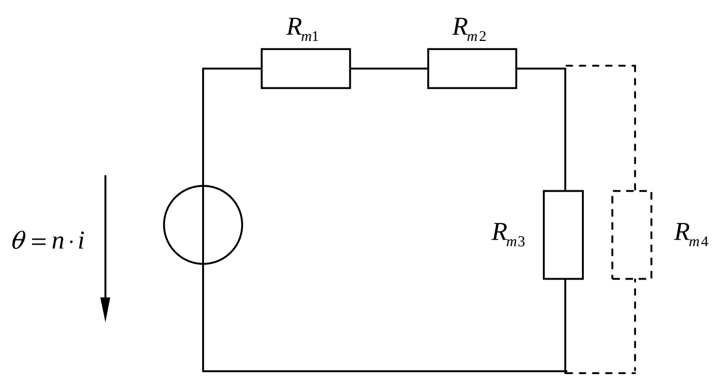
Λ_x : Pérméance (inverse de la résistance magnétique)

$$\Lambda_x = \frac{\mu_{rx} \cdot A_x}{l_x}$$

A_x : Surface du tronçon concerné

l_x : Longueur du tronçon concerné

μ_{rx} : Perméabilité magnétique relative du tronçon



$$R_{m1} = \frac{1}{\Lambda_1} = \frac{l_1}{\mu_{r1} \cdot A_1}$$

$$R_{m2} = \frac{1}{\Lambda_2} = \frac{l_2}{A_2} = \frac{l_2}{x \cdot l_b}$$

$$R_{m3} = \frac{1}{\Lambda_3} = \frac{l_3}{\mu_{r3} \cdot A_3} = \frac{l_3}{\mu_{r3} \cdot x \cdot l_b}$$

Pour être plus exact il faudra ajouter encore une résistance magnétique Rm4 en parallèle de Rm3 (résistance du mobile) qui représente la partie du flux qui passe que par l'air.

Afin de simplifier grandement les calculs nous négligeons Rm4 ce qui fait que quand le mobile est éloigné de l'entrefer l'erreur sera plus grande, par contre elle diminuera à mesure que le mobile entrera dans l'entrefer.

Nous obtenons une pérméance totale de :

$$R_{mtot} = \frac{l_1}{\mu_{r1} \cdot A_1} + \frac{l_2}{x \cdot l_b} + \frac{l_3}{\mu_{r3} \cdot x \cdot l_b}$$

En tenant compte de Rm4 :

$$R_{mtot} = \frac{l_1}{\mu_{r1} \cdot A_1} + \frac{l_2}{l_a \cdot l_b} + \frac{1}{\left(\frac{\mu_{r3} \cdot x \cdot l_b}{l_3} + \frac{(l_a - x) \cdot l_b}{l_4} \right)}$$

On obtient :

$$\Lambda_{tot} = \frac{1}{\frac{l_1}{\mu_{r1} \cdot A_1} + \frac{l_2}{x \cdot l_b} + \frac{l_3}{\mu_{r3} \cdot x \cdot l_b}} = \frac{\mu_{r1} \cdot A_1 \cdot \mu_{r3} \cdot x \cdot l_b}{\mu_{r3} \cdot x \cdot l_b \cdot l_1 + \mu_{r1} \cdot A_1 \cdot (l_2 \cdot \mu_{r3} + l_3)}$$

Et

$$\frac{d\Lambda_{tot}}{dx} = \frac{A_1^2 \cdot \mu_{r1}^2 \cdot \mu_{r3} \cdot l_b \cdot (l_2 \cdot \mu_{r3} + l_3)}{\left(l_1 \cdot l_b \cdot \mu_{r3} \cdot x + A_1 \cdot \mu_{r1} \cdot (l_2 \cdot \mu_{r3} + l_3)\right)^2}$$

On trouve donc une force de :

$$F = \frac{dL}{dx} \cdot \frac{i^2}{2}$$

$$F = \frac{i^2}{2} \cdot n^2 \cdot \mu_0 \cdot \frac{A_1^2 \cdot \mu_{r1}^2 \cdot \mu_{r3} \cdot l_b \cdot (l_2 \cdot \mu_{r3} + l_3)}{\left(l_1 \cdot l_b \cdot \mu_{r3} \cdot x + A_1 \cdot \mu_{r1} \cdot (l_2 \cdot \mu_{r3} + l_3)\right)^2}$$

Ceci nous donne, bien entendu, qu'un ordre de grandeur de la force. Il faudrait faire une simulation numérique (matlab simulink, ou Cedra Flux 2D) pour avoir plus de précision.