1.1.2 Exemple: le pendule simple.

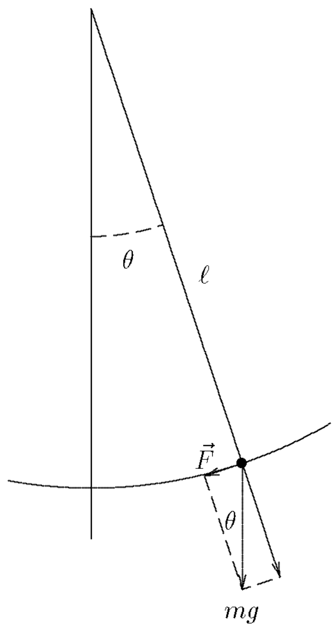

Figure 1.3 Pendule simple. On considère l'angle θ très petit.

Le pendule simple est constitué par une masse ponctuelle m attachée à un point fixe par une ficelle de longueur ℓ inextensible, sans masse et complètement souple.

La composante radiale du poids mg est compensée par la réaction de la ficelle. La composante tangentielle $-mg\sin\theta$ est la force qui tend à ramener la masse à sa position d'équilibre. Les équations de départ seront:

$$y = \ell\theta$$

et

$$F = -mg\sin\theta$$

Pour des angles θ quelconques ces équations ne correspondent pas à un mouvement harmonique et la solution n'est pas une sinusoïde. Nous allons nous limiter au cas simple où l'amplitude du mouvement est faible (θ petit) et pour lequel on peut approcher le sinus à l'angle ($\sin\theta \simeq \theta$). Avec cette simplification, les équations de départ deviennent:

$$y = \ell\theta$$

et

$$F = -mg\theta = -\frac{mg}{\ell}y$$

ce qui nous donne comme équation différentielle:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{g}{\ell}y$$

et la solution sera

$$y = A\cos(\omega t + \varphi)$$

avec

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \tag{1.6}$$

La fréquence (et la période) d'un pendule simple ne dépend pas de la masse. Elle ne dépend que de la longueur et de l'accélération de gravité (g). C'est ce que l'on appelle l'*isochronisme des pendules* et qui fut découvert expérimentalement par Galilée dans les années 1600: tous les pendules de même longueur ont la même période. Mais il ne faut pas oublier que c'est seulement une approximation valable pour des objets très petits et massifs et pour des amplitudes très petites.