

TD 3 : Mouvement relatif

Exercice 01 :

Soit un point matériel M en mouvement par rapport à un repère $O_1x_1y_1z_1$ qui est lui-même en mouvement de rotation par rapport à un autre repère fixe $Oxyz$ avec ω comme vitesse angulaire.

Démontrer que la vitesse et l'accélération absolues du point M ont comme expressions :

$$\vec{v}_a = \frac{d\vec{OO}_1}{dt} + \vec{\omega} \wedge \vec{O_1M} + \frac{dx_1}{dt} \vec{i}_1 + \frac{dy_1}{dt} \vec{j}_1 + \frac{dz_1}{dt} \vec{k}_1$$

$$\vec{\gamma}_a = \frac{d^2x_1}{dt^2} \vec{i}_1 + \frac{d^2y_1}{dt^2} \vec{j}_1 + \frac{d^2z_1}{dt^2} \vec{k}_1$$

$$+ \frac{d^2\vec{OO}_1}{dt^2} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{O_1M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O_1M}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$$

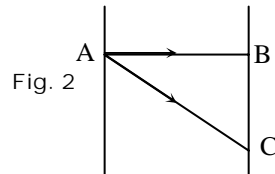
Exercice 02 :

Un nageur se propose de traverser une rivière de 200m de large. Sa vitesse par rapport à l'eau est de 1,2m/s. L'eau s'écoule à une vitesse de 1m/s (Fig. 2).

Le nageur a le choix entre:

1. Nager contre le courant de manière que sa vitesse absolue soit parallèle à AB.
2. Nager perpendiculairement au courant, arriver en C et remonter la berge à pied de C à B.

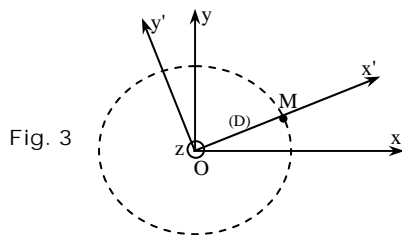
Sachant que sa vitesse à pied est de 2m/s, Quel est le chemin le plus rapide ?



Exercice 03

Soit un axe fixe Ox appartenant à un plan fixe et soit une droite (D) tournant autour du point O en restant constamment dans le plan (Pi). Un point M se déplace sur la droite (D). la position de point M est repérée par la distance OM comptée sur (D) par l'angle θ que fait \vec{OM} avec l'axe Ox.

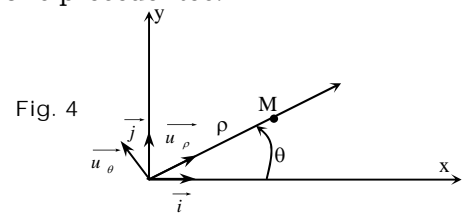
Par application des théorèmes de composition des vitesses et des accélérations, trouver les composantes radiales (suivant \vec{OM}) et orthogonales (suivant l'axe directement perpendiculaire à \vec{OM}) de la vitesse et de l'accélération absolues de M.



Exercice 04

Une mouche M parcourt, avec un mouvement rectiligne uniforme de vitesse v_0 , l'aiguille des secondes d'une horloge située sur un mur vertical. A l'instant $t=0$, la mouche est au centre de l'horloge qui indique "0 secondes". Au bout d'une minute, elle atteint l'extrémité de l'aiguille qui mesure 20 cm.

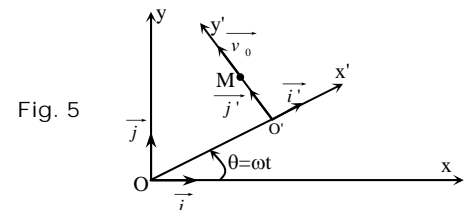
1. Par rapport au mur, exprimer le vecteur vitesse \vec{v}_M de la mouche sur la base mobile $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ liée à M. Calculer les composantes de \vec{v}_M pour $t=0s, 15s, 30s, 45s$ et $60s$.
2. Représenter \vec{v}_M aux points M correspondants aux instants ci-dessus. Donner l'allure de la trajectoire sur le mur.
3. Calculer les composantes de l'accélération de M, $\vec{\gamma}_M$ sur la base mobile. Représenter $\vec{\gamma}_M$ aux cinq positions précédentes.



Exercice 05

Le point M est animé, dans le référentiel lié au repère $(O'x'y')$ d'un mouvement uniforme de vitesse \vec{v}_0 et de direction $O'y'$; la distance OO' étant constante. L'axe $(O'x')$ tourne à la vitesse angulaire ω autour du référentiel $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ supposé fixe.

1. Déterminer la position de M dans (O, \vec{i}, \vec{j}) . Exprimer alors la vitesse puis l'accélération de M dans ce même repère.
2. Vérifier les formules de composition des vitesses et des accélérations.



Exercice 06

On considère un cercle de centre O placé dans un plan vertical. Ce cercle est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical Oz à la vitesse angulaire ω . Un point M du cercle est animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω' .

Déterminer les modules

1. de la vitesse absolue,
2. l'accélération absolue de M par rapport à un repère fixe.

