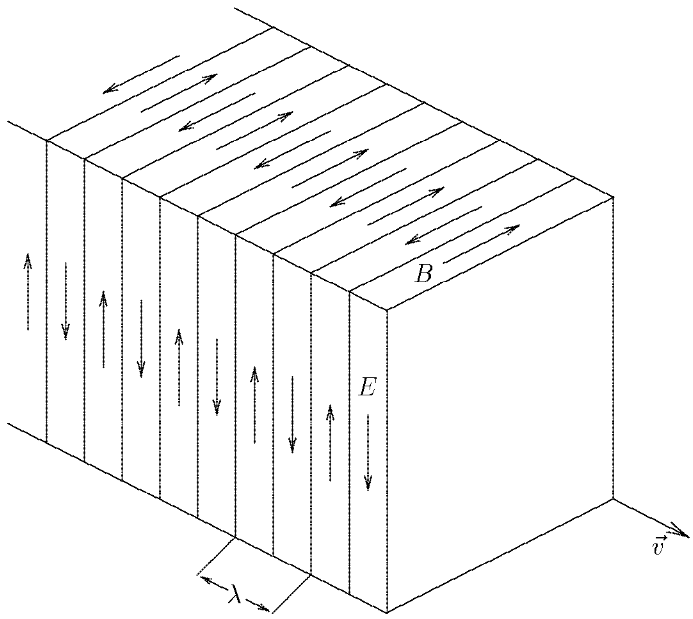

Figure 7.2 Morceau d'une onde plane se propageant vers la droite et vers le bas de l'observateur. Chaque tranche d'espace correspond à une orientation opposée des champs. La longueur d'onde est égale à l'épaisseur de deux tranches. Les tranches se déplacent vers la droite à la vitesse de la lumière.

Il s'agit d'un parallélépipède droit, dont une face est parallèle aux plans caractéristiques de l'onde plane. À l'intérieur de ce parallélépipède j'ai dessiné des tranches (comme dans un pain de mie tranché). L'onde se propage vers l'observateur, un peu à droite et vers le bas. Chaque tranche correspond à une orientation des champs. Dans la tranche la plus proche de l'observateur le champ électrique est dirigé vers le bas et le champ magnétique est orienté vers la droite. Dans les tranches successives l'orientation des champs est alternée. Juste à frontière des tranches les champs sont nuls.

Il faut voir que la valeur des champs à l'intérieur de chaque tranche n'est pas constante. Les champs sont maximum (positifs ou négatifs) au milieu des tranches, puis diminuent sinusoïdalement pour arriver à zéro aux frontières des tranches.

Dans une onde plane les tranches sont de dimensions infinies mais l'épaisseur de chaque tranche est égale à $\lambda/2$. L'ensemble des tranches se déplace vers l'observateur à la vitesse de la lumière.

Quant aux dimensions du dessin et de l'observateur, tout dépend de la valeur de la longueur d'onde. S'il s'agit des ondes radio dans la gamme des "grandes ondes" (p. ex. France Inter à 162 KHz), l'observateur ne sera qu'une poussière minuscule dans le dessin. Par contre, s'il s'agit de lumière visible ($\lambda \simeq 0{,}5\mu m$), le dessin est microscopique par rapport à votre pupille.

7.3.1 Puissance transportée

Les ondes électromagnétiques transportent de l'énergie. Cela au moins on peut le sentir en se chauffant au soleil. On peut aussi le constater quand on se sert d'un four à micro-ondes.

Curieusement on ne sait pas calculer l'énergie par unité de volume d'un champ électromagnétique. Par contre on sait que si l'on fait le calcul comme si les champs électriques et magnétiques étaient des champs statiques (champ électrostatique et champ magnétostatique), les résultats obtenus correspondent aux valeurs expérimentales. C'est cela que nous allons faire.

Du cours d'électrostatique nous apprenons que l'énergie par unité de volume, due au champ électrostatique, d'une zone de l'espace où ce champ vaut E est:([6])

$$\frac{W}{Vol} = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$$

Nous allons calculer l'énergie contenue dans un parallélépipède de deux tranches de longueur et de surface S (voir figure 7.3). Nous choisirons l'axe des x parallèle au sens de propagation des ondes et nous placerons l'origine des x au début de la tranche de gauche.

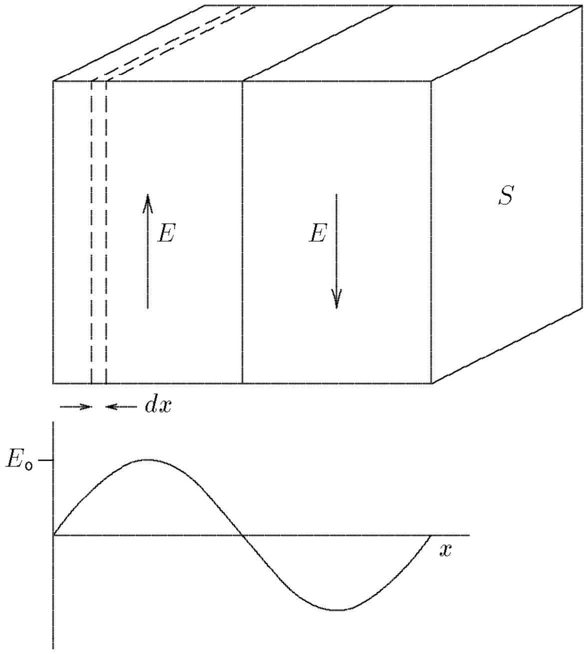

Figure 7.3 Morceau de tranches de surface S. Le volume du petit morceau (en pointillé) sera Sdx.

La valeur du champ électrique sera:

$$E = E_o \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = E_o \sin kx$$

Le volume indiqué par les pointillés sera Sdx et l'énergie contenue dans ce volume sera:

$$dW = \frac{1}{2}S\varepsilon_o E^2 dx = \frac{1}{2}S\varepsilon_o E_o^2 \sin^2 kx\, dx$$

Il faut intégrer entre zéro et λ:

$$W = \int_0^\lambda \frac{1}{2}S\varepsilon_o E_o^2 \sin^2 kx\, dx = \frac{1}{2}S\varepsilon_o E_o^2 \int_0^\lambda \sin^2 kx\, dx$$

On laisse au lecteur le soin de prouver que l'intégrale vaut $\lambda/2$([7]). L'énergie contenue dans le parallélépipède sera:

$$W = \frac{1}{4}S\lambda\varepsilon_o E_o^2$$

Cette énergie sera sortie complètement du parallélépipède quand l'onde électromagnétique aura avancé de λ. Ce temps est évidemment une période $T = \lambda/c$. La puissance qui traverse la surface S sera W/T:

$$\mathcal{P}_é = \frac{W}{T} = \frac{1}{4}Sc\varepsilon_o E_o^2$$

([6]) Nous allons utiliser la lettre W (pour work) pour l'énergie car E est déjà utilisée pour le champ électrique.

([7]) Vous pouvez faire le changement de variable $\theta = kx$ (sans oublier de changer les limites d'intégration), puis remplacer $\sin^2\theta$ par $\frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$.

et la puissance par unité de surface sera:

$$\frac{\mathcal{P}_é}{\mathcal{S}} = \frac{1}{4} c\varepsilon_\circ E_\circ^2$$

Cette puissance par unité de surface est due au champ électrique, nous allons calculer celle due à l'induction magnétique B.

La magnétostatique nous apprend que l'énergie par unité de volume due au champ magnétique est:

$$\frac{W}{Vol} = \frac{1}{2\mu_\circ} B^2$$

Le calcul est identique à celui fait pour le champ électrique le seul changement est que, à la place de $\varepsilon_\circ$ nous avons $1/\mu_\circ$ et que, à la place de E nous avons B. Le résultat sera:

$$\frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{S}} = \frac{1}{4\mu_\circ} cB_\circ^2$$

Mais nous avions trouvé que $B = E/c$. Donc, si l'on exprime la puissance par unité de surface transportée, due au champ magnétique, mais exprimée en fonction du champ électrique, on obtient:

$$\frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{S}} = \frac{1}{4\mu_\circ c} E_\circ^2$$

et comme $\frac{1}{\mu_\circ c} = \varepsilon_\circ c$:

$$\frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{S}} = \frac{1}{4} c\varepsilon_\circ E_\circ^2$$

Ce qui est exactement égal à la puissance par unité de surface transportée par le champ électrique.

Dans une onde électromagnétique la puissance transportée est répartie en parts égales entre le champ électrique et le champ magnétique. La puissance totale sera donc:

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{S}} = \frac{1}{2} c\varepsilon_\circ E_\circ^2$$

Si, à la place d'utiliser la valeur crête $E_\circ$ du champ on utilise la valeur efficace E_{eff}:

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{S}} = c\varepsilon_\circ E_{eff}^2$$

De plus, si l'on fait l'approximation $c = 3\,10^8$([8]) on obtient $c\varepsilon_\circ = \frac{1}{\mu_\circ c} \simeq \frac{1}{120\pi}$ et:

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{S}} = \frac{E_{eff}^2}{120\pi}$$

Cette formule n'est valable que dans le vide et le résultat est exprimé en $Watts/m^2$.

Si nous faisions le calcul dans la matière et non dans le vide, le résultat obtenu serait:

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{S}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\mu_r}} \frac{E_{eff}^2}{120\pi}$$

où ε_r est la **permittivité relative** du milieu et μ_r est la **perméabilité relative** du milieu.

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_\circ} \qquad \mu_r = \frac{\mu}{\mu_\circ}$$

La permittivité relative ε_r est plus connue sous le nom de **constante diélectrique**.

([8]) Une valeur plus précise est $2{,}998\,10^8 m/s$