

## 6. AUTRES ASPECTS DES ONDES.

### 6.1 Effet Doppler.<sup>(1)</sup>

Tout le monde a pu remarquer que le bruit que fait un véhicule (notamment les mobylettes à échappement libre) est plus aigu quand le mobile se rapproche de l'auditeur que quand il s'éloigne. On peut aussi remarquer que, entendue du train, la sonnerie d'un passage à niveau semble plus aiguë quand on se rapproche du passage à niveau que quand on l'a dépassé. Ceci est l'effet Doppler.

Cet effet, l'augmentation de la fréquence ressentie par l'observateur quand la distance à la source est en diminution et, réciproquement la diminution de la fréquence quand la distance à la source est en augmentation, n'est pas réservé aux ondes sonores. Il apparaît de la même façon pour tous les types d'ondes. Un voilier qui avance au près "tape" plus qu'au large ou qu'au vent arrière. Aussi la lumière des étoiles et des galaxies qui s'éloignent de nous apparaît décalée vers le rouge (fréquence plus faible que le vert ou le bleu). Même les gendarmes trouvent que les ondes radio réfléchies par nos voitures semblent avoir des fréquences plus élevées que celles avec lesquelles ils nous ont éclairés.

Nous allons distinguer deux cas: celui où la source est immobile et l'observateur se rapproche de la source, et celui où l'observateur est immobile et c'est la source qui se rapproche.

Dans le premier cas (source immobile) la fréquence de la source  $S$  est  $f_o$  et sa longueur d'onde sera  $\lambda = \frac{c}{f_o}$  où  $c$  est la vitesse du son dans le milieu<sup>(2)</sup>. La vitesse à laquelle l'observateur  $O$  se rapproche de la source est  $v$  (voir figure 6.1).

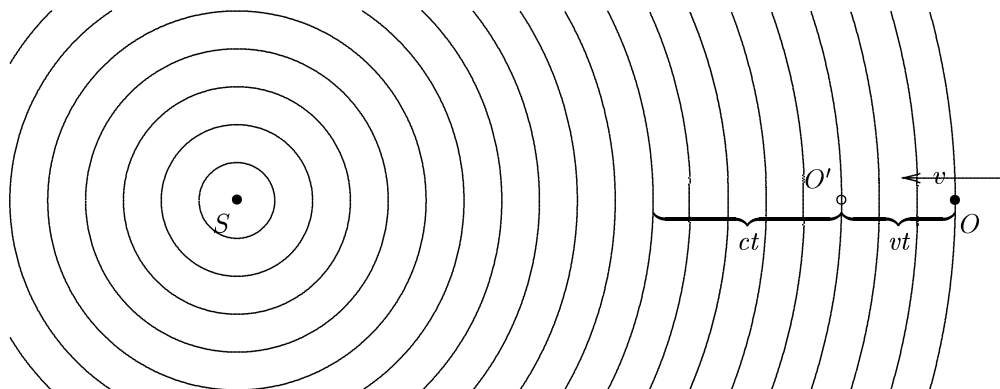


Figure 6.1 Les cercles sont séparés de  $\lambda$ . La source est immobile. Pendant l'intervalle  $t$  l'observateur  $O$  aura avancé vers la gauche de  $vt$  et sera arrivé à la position  $O'$ . Pendant ce temps, tous les cercles auront avancé de  $ct$ .

Dans la figure 6.1 nous avons représenté les ondes par des cercles séparés de  $\lambda$  (vous pouvez imaginer que chaque cercle correspond au sommet d'une vague). Pour mesurer la fréquence apparente, l'observateur va compter le nombre de sommets  $n$  qu'il voit passer pendant un intervalle de temps  $t$ . La fréquence apparente sera, évidemment  $f_a = \frac{n}{t}$ . Si l'observateur était immobile, pendant un temps  $t$  il verrait passer autant de sommets que la distance  $ct$  contient de longueurs d'onde; c'est-à-dire  $n_1 = \frac{ct}{\lambda}$ . Dans la figure cela correspond au nombre de cercles qui coupent l'accolade de gauche. Mais comme pendant ce temps l'observateur s'est déplacé à gauche de  $vt$  il

<sup>(1)</sup> Christian Johan Doppler (1803-1853). Autrichien.

<sup>(2)</sup> Notez qu'ici  $c$  est la vitesse du son et non celle de la lumière.

comptera aussi les sommets contenus dans cet intervalle. Dans la figure cela correspond aux cercles qui coupent l'accolade de droite. Ce nombre sera  $n_2 = \frac{vt}{\lambda}$ .

Le nombre total que l'observateur aura compté sera:

$$n = \frac{ct}{\lambda} + \frac{vt}{\lambda}$$

et comme  $\frac{1}{\lambda} = \frac{f_o}{c}$ , la fréquence apparente  $f_a$  mesurée par l'observateur sera:

$$f_a = \frac{n}{t} = \frac{c}{\lambda} + \frac{v}{\lambda}$$

et

$$f_a = f_o \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad 6.1$$

$v$  est la vitesse d'approche de l'observateur à la cible. Si l'observateur s'éloigne  $v$  sera négative. Si la vitesse de l'observateur n'est pas radiale (par rapport à la cible), seule comptera la composante radiale de sa vitesse.

Le second cas correspond à l'observateur immobile et la source en mouvement.

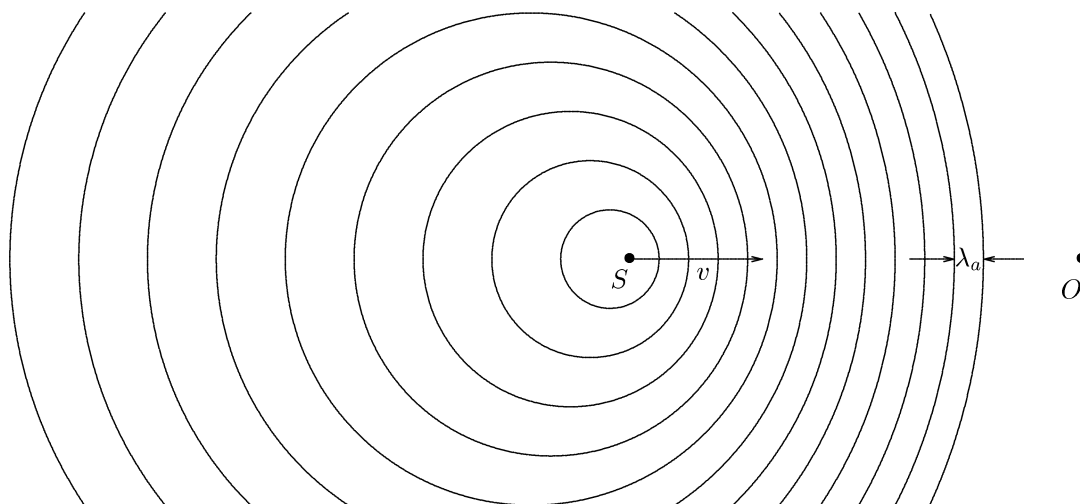


Figure 6.2 La source avance à vitesse  $v$  vers l'observateur. Pendant une période  $T$  le front d'onde avance de  $cT$  et la source avance de  $vT$ . La longueur d'onde apparente est de  $cT - vT$ .

Comme précédemment, nous avons représenté, dans la figure 6.2, les ondes émises par la source par des cercles. Cette fois les cercles ne sont pas concentriques car pendant une période  $T$  la source avance vers la droite de  $vT$  (où  $v$  est la vitesse de la source vers l'observateur). De ce fait, comme les ondes se sont déplacées de  $cT$  (où  $c$  est la vitesse des ondes dans le milieu), la longueur d'onde apparente  $\lambda_a$  sera égale à

$$\lambda_a = cT - vT = (c - v) \frac{1}{f_o} = \frac{c}{f_o} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

et comme  $\lambda_a = \frac{c}{f_a}$ :

$$f_a = \frac{f_o}{1 - \frac{v}{c}} \quad 6.2$$

Les équations 6.1 et 6.2 ne sont applicables que pour des ondes qui se propagent dans un milieu. C'est le cas des ondes sonores ou des vagues dans la mer. Par contre ce n'est pas le cas des ondes électromagnétiques, qui se déplacent dans le vide et dont la vitesse est indépendante du référentiel (dixit Einstein). Pour des vitesses faibles comparées à la vitesse de la lumière ( $3 \cdot 10^8 m/s$ ), les deux formules sont équivalentes. Par contre pour des vitesses élevées il faut utiliser les corrections relativistes que nous n'étudierons pas:

$$f_a = f_o \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - v/c}$$

Cette fois  $c$  est la vitesse de la lumière et  $v$  la vitesse d'approche entre la source et l'observateur, et ceci sans besoin de préciser qui s'approche de qui. De toutes façons, dans le cadre de la relativité, la question ne se pose pas.

Quand la source et l'observateur se déplacent on peut utiliser le produit des deux formules 6.1 et 6.2.

Le cas du radar à effet Doppler, comme celui utilisé par les gendarmes, est intéressant. Le radar émet une fréquence  $f_o$ . La voiture qui s'approche reçoit (et ré-émet) une fréquence  $f_1$  donnée par

$$f_1 = f_o \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Maintenant le récepteur des gendarmes voit une source de fréquence  $f_1$  qui se rapproche à vitesse  $v$ . On utilise l'équation 6.2:

$$f_a = \frac{f_1}{1 - \frac{v}{c}} = f_o \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}$$

Comme la vitesse des véhicules contrôlés par les gendarmes est souvent très inférieure à la vitesse de la lumière, on peut approcher le résultat par un développement limité:

$$f_a \simeq f_o \left(1 + 2\frac{v}{c}\right)$$

Le radar des gendarmes (l'ancien modèle) mesurait la différence entre  $f_a$  et  $f_o$  et calculait:

$$v = \frac{c\Delta f}{2f_o}$$

## 6.2 Vitesse de phase et vitesse de groupe.

Dans le chapitre 2 nous avons dit que la vitesse de propagation des ondes  $v$  était en réalité la **vitesse de phase**  $v_p$ .

$$v_p = \lambda f = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \frac{\omega}{k} \quad 6.3$$

où  $k = 2\pi/\lambda$  est le nombre d'onde.

Dans certains milieux (et dans le vide absolu pour les ondes électromagnétiques), la vitesse de phase est indépendante de la fréquence. C'est ce que nous avons trouvé pour les ondes dans une corde (avec les approximations faites), dans une ligne électrique, et dans des milieux élastiques (à nouveau avec des approximations). Ce type de milieu, dans lequel la vitesse de phase ne dépend pas de la fréquence reçoit le nom de **milieu non-dispersif**.

Contrairement à ce que l'on pourrait souhaiter, les milieux de propagation non-dispersifs sont rares et les milieux les plus courants sont des **milieux dispersifs** dans lesquels la vitesse de phase dépend de la fréquence. C'est le cas des vagues dans l'eau, de la lumière dans la plupart des diélectriques. Le (presque) vide inter galactique est légèrement dispersif (parce que le vide n'est pas parfait).

Maintenant la question est: puisque chaque fréquence se déplace à des vitesses différentes, à quelle vitesse se déplace l'information? La réponse n'est pas immédiate car on ne peut transmettre d'information en utilisant une seule fréquence.

Une vraie sinusoïde ne transporte aucune information. Il ne faut pas confondre un morceau de sinusoïde avec une sinusoïde. Une vraie sinusoïde a débuté avec l'origine des temps (avant le Big Bang) et sera éternelle. Tout le reste n'est que des morceaux de sinusoïde. Vous pouvez transmettre une information, comme le "top" de midi, en démarrant ou arrêtant un générateur de sinusoïdes, mais ce que vous utilisez, dans ce cas, est un morceau de sinusoïde. Ce que vous créez est un signal composé de plusieurs sinusoïdes de fréquences différentes dont l'addition donne une

sinusoïde qui démarre ou qui s'arrête à midi<sup>(3)</sup>. Si chaque sinusoïde se déplace à vitesse différente, l'addition des ces signaux décalés entre eux après s'être déplacés, donnera un résultat différent du signal d'origine. Ce ne sera plus une sinusoïde qui démarre ou s'arrête et il est difficile de prévoir à quelle vitesse s'est déplacé la forme d'onde que nous prendrons comme le moment de démarrage de la "sinusoïde".

Pour fabriquer un "top" de synchronisation il faut un nombre énorme de vraies sinusoïdes qui ont toutes un maximum au moment du "top". Le "top" sera l'endroit où la somme des sinusoïdes est maximum. Si chacune des sinusoïdes se déplace à vitesse différente la vitesse de déplacement du "top" sera une fonction de la dépendance de la vitesse de phase de chacune des sinusoïdes avec la fréquence. La vitesse à laquelle se déplace ce maximum est la vitesse de déplacement de l'information. Cette vitesse reçoit le nom de **vitesse de groupe**.

Pour faire le calcul nous allons prendre le signal le plus simple après une sinusoïde pure: la somme de deux sinusoïdes.

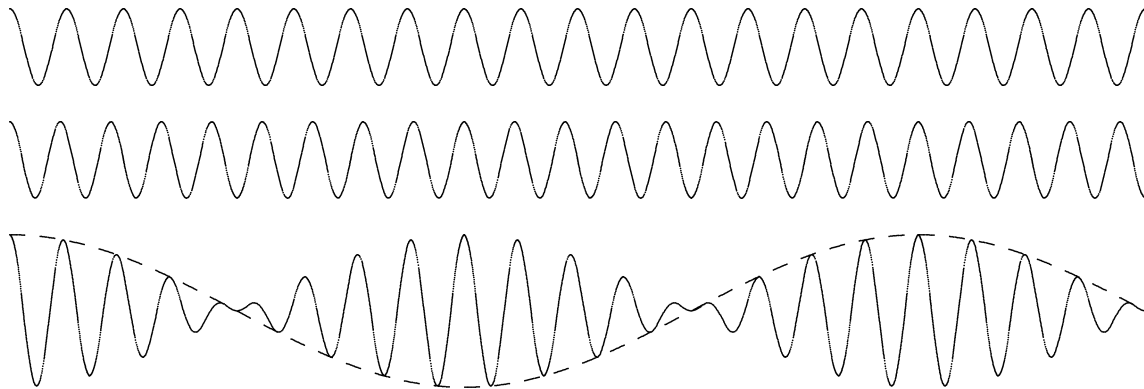


Figure 6.3 La somme de deux sinusoïdes de fréquence proche donne un signal dit de "battements". On peut considérer le résultat comme une sinusoïde de fréquence égale à la moyenne des fréquences, modulée en amplitude par un signal de fréquence égale à la moitié de la différence de fréquences.

Soient les deux signaux:

$$y_1 = A_m \cos(\omega_1 t - k_1 x)$$

$$y_2 = A_m \cos(\omega_2 t - k_2 x)$$

La somme sera:

$$y = y_1 + y_2 = A_m [\cos(\omega_1 t - k_1 x) + \cos(\omega_2 t - k_2 x)]$$

mais  $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{a+b}{2}$ :

$$y = 2A_m \cos \left[ \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x \right] \cos \left[ \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x \right] \quad 6.4$$

Le résultat peut être interprété comme une onde dont la fréquence est la moyenne des deux fréquences, modulée en amplitude par une sinusoïde de fréquence égale à la moitié de la différence de fréquences. Ce type de signal s'appelle des **battements**. Pour les ondes sonores c'est un son très caractéristique. Vous pouvez les obtenir en pinçant deux cordes de guitare à des fréquences très proches (moins d'un Hertz de différence) ou avec deux générateurs de fonctions et un haut-parleur.

Pour ce type de signal extrêmement simple, la vitesse de groupe, celle à laquelle se transmet l'information, est la vitesse à laquelle se déplacent les maxima des battements.

On peut faire le calcul de façon très intuitive avec la figure 6.4. À gauche nous avons représenté le centre d'un des battements, avec les deux signaux qui l'ont produit. Nous avons donné des noms à des sommets des deux sinusoïdes. Nous avons choisi, pour faire le dessin,  $\omega_1 > \omega_2$  et  $v_1 > v_2$  où  $v_1$  et  $v_2$  sont les vitesses de phase des ondes 1 et 2.

<sup>(3)</sup> Les connaisseurs remarqueront que je suis en train d'utiliser la transformée de Fourier sans le dire.

Comme  $v_1 > v_2$ , le sommet  $B$  finira par rattraper le sommet  $D$ . C'est la situation que nous avons dessinée à droite de la figure. Dans le dessin de gauche le sommet du battement se trouvait juste au dessus des sommets  $A$  et  $C$  mais à droite le sommet des battements se situe sur les sommets  $B$  et  $D$ . C'est cela l'astuce: le sommet des battements se déplace à vitesse différente de celle des sommets des sinusoïdes.

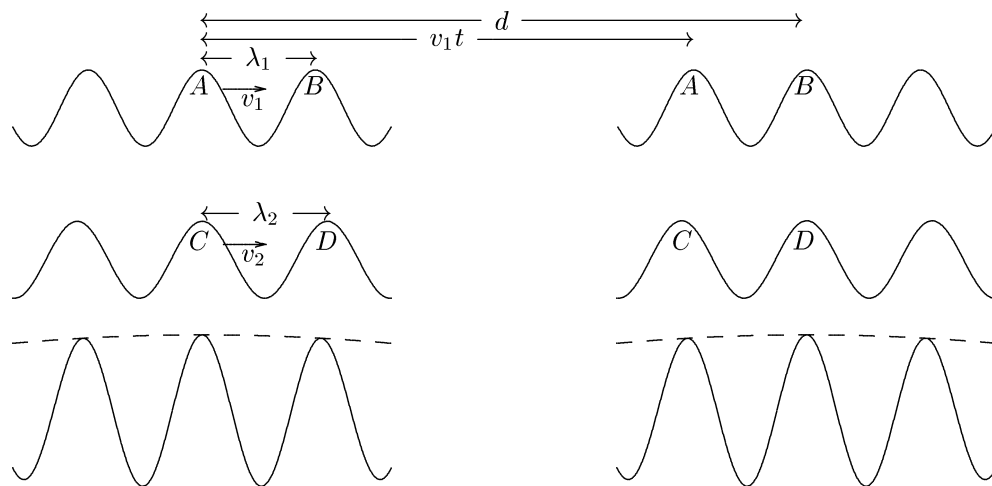


Figure 6.4 Quand le sommet  $B$  rattrapera le sommet  $D$ , le sommet des battements se sera déplacé de  $d$ .

Le temps  $t$  nécessaire au sommet  $B$  pour rattraper le sommet  $D$  est égal à:

$$t = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{v_1 - v_2}$$

Pendant ce temps, le sommet des battements se sera déplacé de:

$$d = v_1 t + \lambda_1$$

La vitesse de groupe est:

$$v_g = \frac{d}{t} = v_1 + \lambda_1 \frac{v_1 - v_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{v_1 \lambda_2 - v_2 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

Si on multiplie le numérateur et le dénominateur par  $\frac{2\pi}{\lambda_1 \lambda_2}$ :

$$v_g = \frac{2\pi v_1 / \lambda_1 - 2\pi v_2 / \lambda_2}{2\pi / \lambda_1 - 2\pi / \lambda_2}$$

mais  $\frac{2\pi v}{\lambda}$  est égal à  $\omega$  et  $\frac{2\pi}{\lambda}$  est égal à  $k$ :

$$v_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Quand la différence des fréquences tend vers zéro:

$$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k} \tag{6.5}$$

On aurait pu déduire ce résultat directement de l'équation 6.4. La vitesse de propagation d'une onde du type  $\cos(\omega t - kx)$  est  $\frac{\omega}{k}$  car  $k = \frac{\omega}{v}$ . Donc, dans l'équation 6.4 l'onde de modulation (le premier cosinus) qui est:

$$\cos \left[ \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x \right]$$

et qui propage l'information, se déplace à la vitesse de groupe:

$$v_g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}$$

Ceci est le même résultat obtenu plus haut.

### 6.2.1 Des ronds dans l'eau.

Vous avez remarqué ce qui arrive quand on jette un caillou dans l'eau calme: il se forme des ronds qui s'éloignent du point d'impact. Les ronds sont formés par quelques ondes, à première vue sinusoïdales, qui se déplacent ensemble (en groupe). La vitesse à laquelle le groupe d'ondes s'éloigne du point d'impact est la vitesse de groupe. Mais si l'on regarde attentivement on peut constater que les ondes qui forment le groupe ne se déplacent pas à la même vitesse.

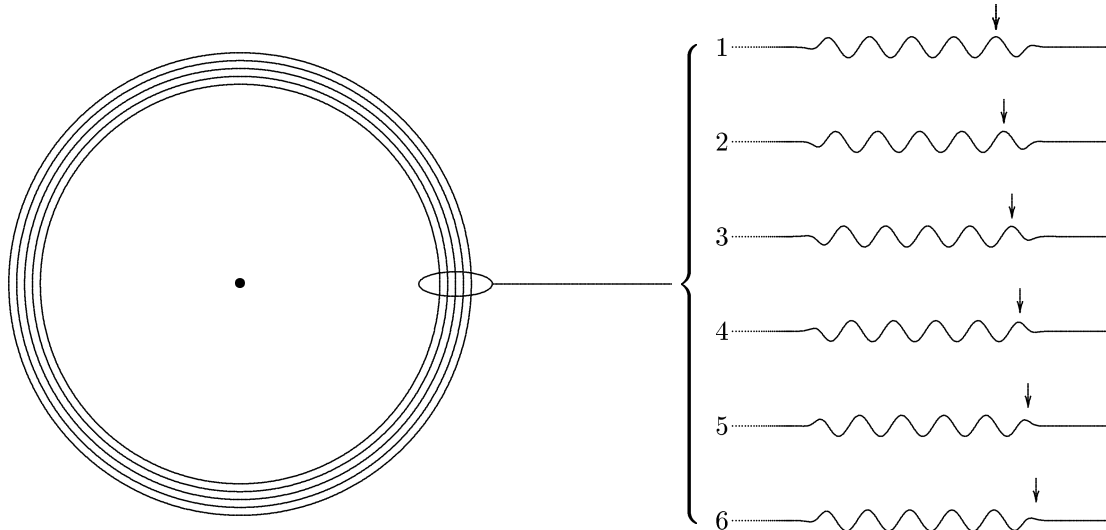


Figure 6.5 Les ronds qui s'éloignent du point d'impact sont formés par un groupe de quelques ondes. À droite nous avons représenté le profil du groupe d'ondes à six intervalles successifs. Remarquez que les ondes individuelles se déplacent plus vite que le groupe. Des ondes sont créées à l'arrière et des ondes disparaissent à l'avant.

Si vous essayez de suivre des yeux la deuxième (par exemple) ondelette du groupe, vous aurez, au bout d'un moment, l'impression que vos yeux vous ont trahi, car vous vous apercevrez que, tout en suivant la deuxième ondelette, vous êtes maintenant en train de suivre la première. En réalité vos yeux ne vous ont pas trahi: la deuxième ondelette est venue prendre la place de la première et la première a tout simplement disparu. En gros, les ondelettes se déplacent à la vitesse de phase et le groupe de ronds se déplace à la vitesse de groupe. Dans le cas de l'eau, et pour les longueurs d'onde des ondelettes qui forment les ronds, la vitesse de phase est plus grande que la vitesse de groupe.

## 6.3 Impédance.

Nous connaissons l'impédance électrique, et nous l'avons déjà utilisée dans l'étude des ondes dans des lignes électriques. Elle réapparaîtra avec l'étude des ondes électromagnétiques. Les impédances acoustiques et mécaniques ont été aussi définies en physique et on peut trouver des analogues électriques à des problèmes acoustiques ou mécaniques. Il serait heureux de pouvoir dire que l'analogie est parfaite mais, malheureusement, elle ne l'est pas. Voici un tableau résumant les différentes grandeurs analogues et leur unité de mesure:

GRANDEURS ANALOGUES		
ÉLECTRIQUE	MÉCANIQUE	CONDUIT ACOUSTIQUE
Résistance ( $\Omega$ )	Coeff. d'amortissement ( $N/\frac{m}{s}$ )	Résistance acoustique ( $N \cdot s/m^5$ )
Capacité (F)	Compliance ( $m/N$ )	Compliance acoustique ( $m^5/N$ )
Inductance (H)	Masse (kg)	Masse acoustique ( $kg/m^4$ )
Courant (A)	Vitesse ( $m/s$ )	Vitesse volumique ( $m^3/s$ )
Tension (V)	Force (N)	Pression ( $P = N/m^2$ )
Impédance= $\frac{V}{I}$	Imp. Mécanique= $\frac{N}{m/s} = \frac{kg}{s}$	Imp. acoustique= $\frac{N \cdot s}{m^5} = \frac{kg}{m^4 s}$

La réalité est plus compliquée que le tableau. Par exemple, pour l'impédance électrique, nous avons vu ce qu'elle est et ce qu'elle représente pour une ligne de transmission électrique (chapitre 3). Nous verrons plus tard, au chapitre 7, que nous trouvons une autre impédance, qui concerne aussi les ondes, mais qui est l'impédance du milieu (ou l'impédance du vide), et qui n'est pas le rapport entre une tension et un courant. Elle se mesure aussi en ohms mais ne représente pas la même grandeur physique.

### 6.3.1 Impédance mécanique.

L'impédance mécanique ne concerne pas vraiment des ondes mais des objets mécaniques oscillants, comme une masse attachée à un ressort ou un pendule. L'impédance mécanique est définie comme le rapport de la force instantanée à la vitesse instantanée.

Revenons aux oscillations forcées d'un oscillateur harmonique que nous avons étudiées dans la section 1.3. Il s'agissait d'un oscillateur (masse plus ressort ou pendule par exemple) qui subissait une force de la forme:

$$F = F_m \cos(\omega t)$$

Puisque nous parlons d'impédance on peut utiliser le formalisme des impédances et utiliser l'expression complexe (on sait comment l'interpréter):

$$F = F_m e^{j\omega t}$$

Nous allons calculer l'impédance de cet objet mécanique vue par le dispositif qui applique la force  $F$ . Pour ceci il suffit de calculer la vitesse et de diviser la force  $F$  par la vitesse trouvée.

Nous avons vu que le déplacement  $\Upsilon$  était (équation 1.14):

$$\Upsilon = A e^{j\omega t}$$

avec

$$A = \frac{F_m}{k} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_o} \frac{1}{Q}} \quad (1.20)$$

La vitesse instantanée est:

$$v = \frac{\partial \Upsilon}{\partial t} = j\omega A e^{j\omega t}$$

L'impédance mécanique  $Z_m$  sera:

$$Z_m = \frac{F}{v} = \frac{F_m e^{j\omega t}}{j\omega A e^{j\omega t}} = \frac{k}{j\omega} \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_o} \frac{1}{Q} \right]$$

Comme l'impédance électrique, l'impédance mécanique peut être complexe, et son interprétation est la même: l'impédance mécanique est complexe quand la force et la vitesse ne sont pas en phase. Il est facile de vérifier que, comme pour le cas électrique, l'impédance mécanique d'un oscillateur est réelle quand la fréquence d'excitation est égale à la fréquence propre du système.

### 6.3.2 Impédance d'une corde.

Nous avons trouvé que la puissance transportée dans une corde était:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} \mu v (\omega A)^2$$

Le terme  $\omega A$  est la vitesse transversale maximum (ou vitesse crête) de la corde. Comme la vitesse est l'analogie du courant, on se retrouve avec une formule similaire à  $\mathcal{P} = \frac{1}{2} R I_{max}^2$ . Le terme  $\mu v$  correspond à la "résistance". Ainsi donc:

$$\text{Impédance d'une corde} = \mu v \quad \text{mesurée en } \frac{kg}{s}$$

Une corde lourde (difficile à faire bouger) a une grande impédance et une corde légère (facile à bouger) a une faible impédance. C'est un peu gênant pour l'intuition car on a tendance à associer tension et déplacement. C'est incorrect, il faut associer tension (force électromotrice) à force, masse à inductance et vitesse à courant. Avec cette association les deux phrases à comparer sont:

*Pour une même tension le courant est grand quand l'impédance (inductance) est faible.*

et

*Pour une même force la vitesse est grande quand l'impédance (masse) est faible.*

Nous pouvons maintenant exprimer l'amplitude des ondes réfléchies et transmises dans une liaison entre deux cordes de masses par unité de longueur  $\mu_1$  et  $\mu_2$ . Comme la tension est la même dans les deux cordes, les formules de la page 2-8 deviennent:

$$A_t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A_i \quad (6.4)$$

$$A_r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A_i \quad (6.5)$$

où  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les impédances mécaniques des cordes (les ondes vont de 1 à 2).

### 6.3.3 Impédance d'un milieu pour des ondes transversales.

Dans le chapitre 4 nous avons vu que la puissance transportée par une onde sonore transversale était (équation 4.4):

$$\frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{1}{2} \rho v (\omega A)^2$$

Le facteur  $\omega A$  est la valeur crête de la vitesse des particules dans le milieu. Par analogie avec la puissance électrique:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} R I^2$$

on peut définir:

$$\text{Impédance d'un milieu pour des ondes transversales} = \sqrt{\rho G} = \rho v$$

où  $\rho$  est la densité du milieu,  $v$  est la vitesse du son dans le milieu et  $G$  est le module de rigidité du milieu.

Les unités de cette impédance sont  $\frac{kg}{m^2 s}$ . Avec cette définition, si nous appelons  $Z_1$  l'impédance du milieu 1 et  $Z_2$  l'impédance du milieu 2, les équations 4.5 et 4.6 donnant les amplitudes des ondes réfléchies et transmises à la frontière entre deux milieux deviennent:

$$A_t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} A_i \quad (6.6)$$

$$A_r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} A_i \quad (6.7)$$



### 6.3.4 Impédance d'un milieu pour des ondes longitudinales.

Cette fois il s'agit d'une situation en trois dimensions et, au lieu de travailler avec la puissance transportée nous travaillerons avec la puissance transportée par unité de surface (que l'on appelle aussi intensité). L'impédance  $Z$  du milieu sera définie par l'équation:

$$I = \frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{1}{2} Z v_{max}^2$$

où  $v_{max}$  est la vitesse des particules, à ne pas confondre avec la vitesse des ondes.

Pour les ondes sonores longitudinales nous avons trouvé que la puissance transportée (équation 5.9) est:

$$\frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{1}{2} \rho_o v (\omega \xi_o)^2$$

où  $\rho_o$  est la densité du milieu et  $\xi_o$  l'amplitude crête du déplacement des particules. Les deux expressions sont donc identiques même si dans un cas le déplacement est transversal et dans l'autre le déplacement est longitudinal. Dans les deux cas l'impédance du milieu sera:

$$\text{Impédance d'un milieu pour des ondes longitudinales} = \rho v$$

les unités sont évidemment  $\frac{kg}{m^3} \frac{m}{s} = \frac{kg}{m^2 s}$

Cette impédance du milieu est souvent appelée **impédance acoustique**. Il ne faut pas la confondre avec l'impédance acoustique d'un conduit (tuyau), qui n'est pas définie de la même manière et qui n'est même pas mesurée dans les mêmes unités. On peut faire un lointain parallèle avec l'impédance électromagnétique d'un milieu et l'impédance électrique d'une ligne.

Avec cette définition d'impédance, les équations 5.14 et 5.15 qui donnent l'amplitude des ondes réfléchi et transmise deviennent, pour deux milieux d'impédance  $Z_1$  et  $Z_2$ :

$$\xi_t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \xi_i \quad (6.8)$$

$$\xi_r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \xi_i \quad (6.9)$$

Voici quelques valeurs d'impédance du milieu pour des ondes longitudinales.

Impédances de milieux	
Matériau	Impédance ( $\frac{kg}{m^2 s}$ )
Air	420
Eau	1 460 000
Aluminium	18 000 000
Acier	47 000 000
Verre	14 000 000

### 6.3.5 Impédance acoustique d'un conduit.

L'impédance acoustique d'un conduit ne concerne que les ondes longitudinales et n'est pas définie pour un milieu mais pour un conduit acoustique rempli d'un milieu. Elle est définie comme le rapport entre la pression acoustique (pascals) et le flux ( $m^3/s$ ) du fluide qui remplit le conduit. Ses unités sont donc  $Pa s/m^3 = N s/m^5$ .

L'impédance acoustique d'un conduit de section  $S$  et de longueur  $\Delta\ell$  rempli d'un milieu de densité  $\rho$  est:

$$Z = j \frac{\rho\omega}{S} \Delta\ell$$

où  $\omega$  est la fréquence.

L'impédance acoustique d'un tuyau fin est plus grande que celle d'un gros tuyau: pour une même différence de pression on obtient plus de flux dans le gros tuyau que dans le petit.

L'impédance acoustique est importante dans l'étude des instruments musicaux. Par exemple une flûte est formée par un tuyau de petit diamètre et de grande impédance acoustique, comparée à celle de l'air libre que le son trouve à la sortie de la flûte. L'impédance est très mal adaptée et une bonne partie du son se réfléchit à l'extrémité de la flûte. Ceci permet de créer une onde stationnaire (avec un grand TOS) dans la flûte. Comme le couplage est mauvais, les pertes sont faibles ce qui permet d'entretenir l'oscillation. En échange la flûte ne fait pas le poids devant une trompette. Par contre dans le cas d'autres instruments comme la trompette ou le saxophone, le tuyau s'élargit progressivement vers la sortie pour adapter la grande impédance du tuyau à la petite de l'espace ouvert. Le couplage est bon et le niveau sonore élevé mais, pour obtenir l'oscillation il faut un roseau (languette oscillante) ou la vibration des lèvres du musicien.

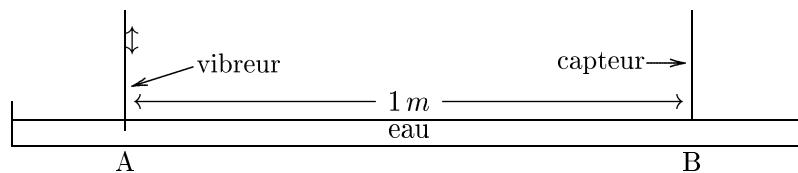
## 6.4 Exercices.

1 - La vitesse de phase des ondes de surface (de grosses vagues aux petites rides) dans l'eau est:

$$v_p = \sqrt{A k + \frac{B}{k}} \quad \text{où } A = 7,3 \cdot 10^{-7} m^3 sec^{-2} \quad \text{et } B = 9,81 m sec^{-2}$$

et  $k$  est le nombre d'onde ( $\frac{2\pi}{\lambda}$ ).

a - Calculez les vitesses de phase et de groupe pour  $\lambda = 6 m$ ,  $10 cm$  et  $1 mm$ , ainsi que les fréquences correspondantes.



b - À l'instant  $t = 0$  le vibreur placé en A commence à exciter la surface de l'eau à la fréquence correspondante à des ondes de  $\lambda = 1 mm$  calculées plus haut. Calculez le temps nécessaire pour que le capteur placé en B (à un mètre de A) commence à "sentir" la vibration.

R.N.: a:  $v_p = 3,06$   $0,395$  et  $0,0784 m/s$   $v_g = 1,53$   $0,197$  et  $0,097 m/s$ . b:  $10,3 s$ .

2 - Calculez le décalage en fréquence dû à l'effet Doppler pour un satellite en orbite basse (à  $\approx 300 km$  de la terre) qui se déplace à  $8 km/s$ . Porteuse du satellite:  $12 GHz$ . Calculez ce décalage quand le satellite est loin de l'observateur (à l'horizon) et quand il passe au dessus de l'observateur.

R.N.:  $\Delta f = 305 KHz$  et zéro.

- 3 - Malgré leur grande dimension, les antennes paraboliques qui suivaient les premières sondes interplanétaires (sans caméras vidéo) ne permettaient pas de déterminer la direction de la sonde avec assez de précision, à partir de la seule direction vers laquelle pointait l'antenne. Pour déterminer la direction avec la précision nécessaire aux corrections de trajectoire, on eut recours à l'effet Doppler dû au fait que l'antenne réceptrice tourne avec la terre et que donc la vitesse relative entre la sonde et l'antenne varie périodiquement. On admettra que la fréquence de l'émetteur de la sonde est parfaitement stable et égale à  $40\text{ GHz}$ .
- a - Si l'on suppose que l'antenne réceptrice est située sur l'équateur et que la sonde est sur le plan équatorial terrestre, calculez l'expression (avec des valeurs numériques) de  $\Delta f$  (écart Doppler mesuré  $\Delta f = f_0 \frac{v_r}{c}$ ) en fonction du temps. Montrez que l'on peut, à partir de ces mesures, déterminer le moment auquel la sonde culmine.
- b - Cette fois la sonde ne se trouve pas sur le plan de l'équateur. Montrez que, à partir des mesures de l'amplitude de  $\Delta f$ , on peut déterminer l'angle formé par la droite antenne-sonde et le plan équatorial. Donnez l'expression de cet angle en fonction de  $\Delta f_{max}$ .

*Suggestion: commencez par supposer la sonde immobile.*

*Suggestion: pour calculer la projection d'un vecteur dans une direction connue on peut utiliser le produit scalaire du vecteur par le vecteur unitaire dans cette direction.*

R.N.: a:  $\Delta f = 61,7\text{ KHz} \sin(7,27 \cdot 10^{-5}t)$  b:  $\Delta f = 61,7\text{ KHz} \cos \beta \sin(7,27 \cdot 10^{-5}t)$

- 4 - Un ancien étudiant de l'I.U.T. s'est fait attraper par les gendarmes pour excès de vitesse. La mesure a été faite avec un radar à effet Doppler. L'étudiant conteste la validité de la mesure en arguant que l'angle que le faisceau du radar faisait avec l'axe de la route était supérieur à celui indiqué par le constructeur de l'appareil. Les gendarmes ne trouvaient pas l'argument valable. Qui avait raison et pourquoi?

