Chapitre 10

La loi de Faraday

10.1 Introduction

Ce fut le physicien américain Joseph Henry qui, le premier, réussit à « convertir le magnétisme en électricité ». Il eut l'idée de placer un barreau entre les 2 pôles d'un électro-aimant et d'enrouler une bobine de fil isolé autour du barreau. Ayant relié les bornes de la bobine à un galvanomètre, il observa une déviation momentanée de l'aiguille du galvanomètre au passage du courant dans l'électro-aimant, alors qu'il n'y avait aucune connexion électrique entre la bobine et les fils de l'électro-aimant. Il avait ainsi découvert la présence d'un courant induit dans la bobine lorsque le champ magnétique qui la traverse varie. Un an plus tard et indépendamment, Michael Faraday fit la même découverte avec un montage similaire, interpréta correctement les résultats obtenus et les publia.

L'induction électromagnétique désigne 2 phénomènes distincts :

- **la création d'un courant induit dans un conducteur en mouvement dans un champ magnétique . Cet effet peut être déduit de ce que l'on sait de la force magnétique sur des charges en mouvement. En effet, les porteurs de charge se déplacent avec le conducteur dans un champ magnétique. La force qui s'exerce alors sur ceux-ci génère le courant induit dans le conducteur.**

- **la création d'un champ électrique associé à un champ magnétique variable dans le temps. Ainsi on observe les effets d'un champ électrique induit dans un circuit quelconque, dans le vide ou dans la matière, placé dans un champ magnétique variable.**

L'induction électromagnétique est à l'origine du fonctionnement des générateurs et des transformateurs. D'autre part, de même qu'un champ magnétique variable génère un champ électrique, un champ électrique variable génère un champ magnétique. Ces deux phénomènes sont à la base du processus de propagation des ondes électromagnétiques.

10.2 Le flux magnétique

Dans les trois expériences qui suivent, un courant induit est créé dans un conducteur.

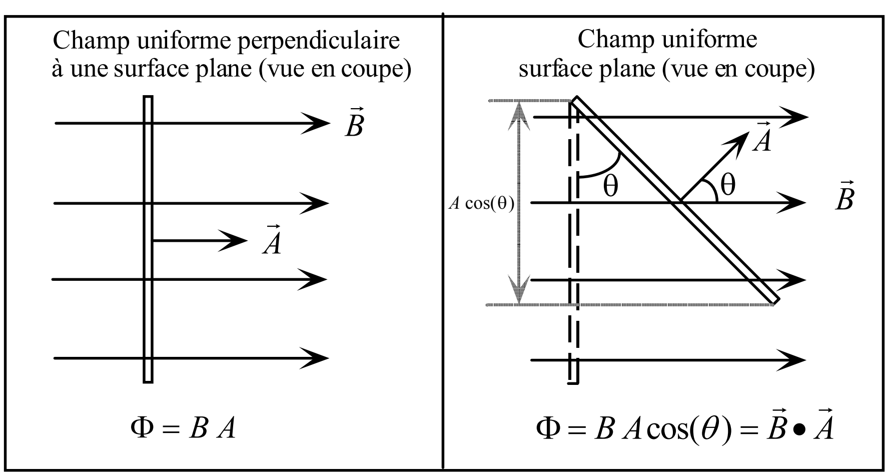
1. Le mouvement relatif d'un aimant par rapport à un anneau conducteur.

2. Le changement de l'aire d'un anneau conducteur dont la surface est traversée par un champ magnétique.

3. Le changement de l'orientation de la surface d'un anneau conducteur dans un champ magnétique.

Ces trois expériences permettent de déduire que la variable importante pour expliquer la création d'un courant induit dans chacune de ces expériences est le flux du champ magnétique. Toute variation de celui-ci à travers la surface de l'anneau conducteur génère un courant induit dans cet anneau.

La figure qui suit présente la définition du flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface plane.



L'unité SI de flux magnétique est le weber (Wb) .

Si le champ $\vec{B}$ n'est pas uniforme et/ou la surface A n'est pas plane, le flux est donné par

$$\Phi = \int_A \vec{B} \bullet d\vec{A}$$

L'une des propriétés importantes du champ magnétique s'illustrant dans la configuration des lignes de champ est que celles-ci sont des courbes fermées. Cela implique que le flux total du champ magnétique sur toute surface fermée est nul :

$$\int_{S_{fermée}} \vec{B} \bullet d\vec{A} = 0$$

Cette relation est la forme intégrale de la deuxième équation de Maxwell. En terme d'interprétation physique, elle exprime la non existence des monopoles magnétiques. Cela signifie, par exemple, que la division d'un aimant en donne deux, avec chacun un pôle nord et un pôle sud.

10.3 La loi de Faraday

La loi de Faraday, telle qu'énoncée par celui-ci, s'exprime ainsi :

« La force électromotrice induite dans un circuit fermé est proportionnelle au taux de variation du flux du champ magnétique traversant la surface délimitée par le circuit par rapport au temps »

On a pu démontrer par la suite que l'expression de la f.é.m (qui s'exprime en volts) est donnée par :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Le signe négatif qui apparaît dans cette expression s'explique avec la loi de Lenz qui sera introduite dans la section qui suit.

Si on considère une boucle conductrice constituée de N spires, on obtient

$$\varepsilon \; = \; -N \, \frac{d\,\Phi}{d\,t} \; = \; -\frac{d\left(N\Phi\right)}{d\,t}$$

Dans cette expression, la quantité $N\Phi$ désigne le flux total à prendre en considération dans le calcul de la f.é.m., égale à la somme des flux Φ à travers chacune des spires. Il convient également de signaler que la f.é.m n'est pas confinée en un point particulier de l'espace. Elle se manifeste, associée à un champ électrique dont l'action est la création d'un courant induit dans les spires de la boucle conductrice .

Pour une spire on peut exprimer la relation entre le champ électrique induit $\vec{E}_i$ et la f.é.m ε_1 par

$$\varepsilon_1 \; = \; \oint \vec{E}_i \bullet d\vec{l}$$

Pour N spires on trouve donc

$$\varepsilon \; = \; N\,\varepsilon_1$$

puisque les spires produisent chacune des f.é.m en séries.

On peut développer l'expression de la f.é.m induite en utilisant l'expression du flux déterminée précédemment :

$$\left\{ \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{l} N\,\Phi \; = \; N\,\vec{B} \bullet \vec{A} = N\,B\,A\cos(\theta) \\ \\ \varepsilon = -\dfrac{d\,(N\Phi)}{d\,t} \end{array} \right. \\ \Rightarrow \\ \varepsilon \; = \; -\,NA\cos(\theta)\left(\dfrac{d\,B}{d\,t}\right) \; - \; NB\cos(\theta)\left(\dfrac{d\,A}{d\,t}\right) \; + \; NBA\left(\sin(\theta)\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)\right) \end{array} \right.$$

Il convient d'interpréter les trois termes figurant dans l'expression de la f.é.m. ε obtenue, chacun référant à un processus particulier.

Il faut également souligner que plus d'un processus peut être en cause dans la variation du flux. Il faut alors les prendre en considération en les intégrant explicitement au calcul du flux.

- **Champ magnétique variable**

  Dans le cas d'un champ magnétique variable, le premier terme du développement de la f.é.m donne l'expression de la f.é.m. induite par ce processus

$$\frac{dB}{dt} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \;=\; -NA\cos(\theta)\left(\frac{d\,B}{d\,t}\right)$$

  (voir les exercices 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 17 et 19, les problèmes 7 et 10 du livre de référence) .

- **Aire variable**

  Dans le cas aire variable, le deuxième terme du développement de la f.é.m donne l'expression de la f.é.m. induite par ce processus

$$\frac{dA}{dt} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{\mathrm{A}} \;=\; -NB\;\cos(\theta)\;\left(\frac{d\,A}{d\,t}\right)$$

  (voir les exercices 10,11 et 18, ainsi que le problème 2 du livre de référence) ;

- **Orientation relative variable**

  Dans le cas orientation variable, le troisième terme du développement de la f.é.m donne l'expression de la f.é.m. induite par ce processus

$$\frac{d\theta}{dt} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon \;=\; N B A \sin(\theta) \left(\frac{d\theta}{dt}\right)$$

  (voir les exercices 16, 19, 20, 21, et 22 du livre de référence).

10.4 La loi de Lenz

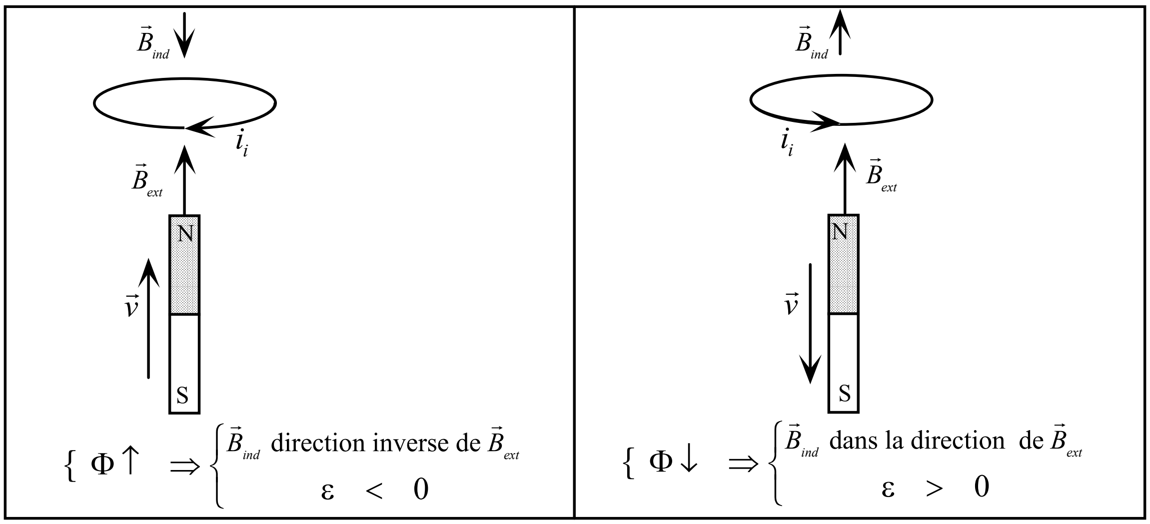
Maxwell proposa la formulation suivante de la loi de Lenz, formulation permettant de déduire le sens du courant induit par la force électromotrice induite :

« L'effet de la f.é.m. induite est tel qu'il s'oppose à la variation de flux qui le produit »

La formulation suivante est plus « opérationnelle » met en relation le champ magnétique induit et le courant induit dans le cadre de la loi de Lenz:

« Le courant induit circule de manière à produire un champ magnétique induit $\vec{B}_i$ dont l'effet est de contrer la variation de flux du champ extérieur $\vec{B}$ qui produit ce courant ».

La figure illustre la formulation proposée.



En 1851, von Helmotz fit remarquer que cette loi est en fait une conséquence de la loi de la conservation de l'énergie. De fait, si le champ magnétique induit venait renforcer le champ extérieur, il entraînerait une augmentation du courant induit qui à son tour viendrait augmenter le champ induit, augmentant ainsi le courant induit et ainsi de suite. Il est clair que cette escalade est impossible au plan énergétique. On verra plus loin qu'il faut transformer de l'énergie mécanique pour produire de l'énergie électrique.

Le signe (-) dans l'expression déterminée de ε dans le contexte d'une application particulière signifie que le champ magnétique induit $\vec{B}_i$ associé au courant induit est dans la direction inverse du champ magnétique extérieur $\vec{B}$. Si le signe est positif, $\vec{B}_i$ est dans la direction de $\vec{B}$. Cela permet de déterminer la direction du courant induit.

10.5 Cheminement habituel pour la résolution des problèmes

Pour résoudre les exercices reliés aux calculs des f.é.m. induites, il faut généralement procéder en suivant les étapes qui suivent.

1. Identifier le (ou les) processus produisant la variation du flux du champ magnétique.

2. Déterminer l'expression du flux total

$$\Phi_{tot}(t) = N\varphi_1(t)$$

   où $\varphi_1(t)$ désigne le flux dans une spire et N le nombre total de spires dans lesquelles est produite la variation de flux.

3. Déterminer l'expression de la f.é.m.

$$\varepsilon = -\frac{d\left(N\varphi_1(t)\right)}{dt} \quad .$$

4. Utiliser la loi de Lenz pour déterminer le sens du courant induit i_i.

Si le circuit comporte une résistance R, le courant dans celle-ci est donné par

$$i_i = \frac{|\varepsilon|}{R}$$

et la puissance dissipée est donnée par

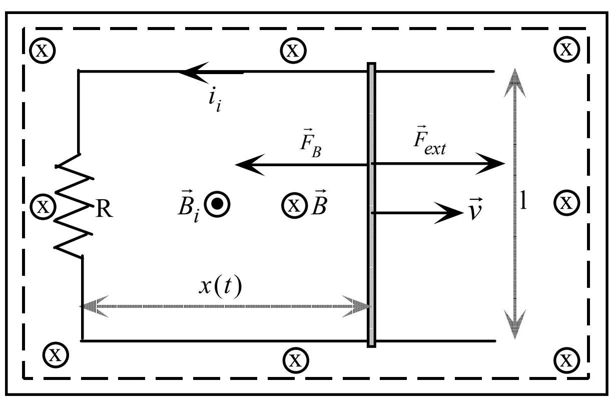
$$P = R\, i_i^2 .$$

Finalement, les expressions qui précèdent dépendent généralement du temps. Dans ces conditions, il faut parfois calculer la valeur numérique de ces expressions à des instants donnés.

10.6 Analyse d'un cas

L'analyse du cas examiné dans cette section vise à démontrer que pour produire de l'énergie électrique, il faut transformer de l'énergie mécanique en énergie électrique.

La figure qui suit illustre une tige conductrice se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ constante sur un rail conducteur comportant une résistance R. Ce circuit est situé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ entrant et perpendiculaire au plan de la surface formée par le rail et la tige.



Dans ce cas, le processus provoquant la variation du flux en est un à surface variable.

1. Le flux est donné par

$$\Phi = B\,l\,x(t) \quad \text{où} \quad x(t) = x_o + v\,t$$

2. La force électromotrice induite est donnée par

$$\begin{cases} A = l\,x(t) \\ \Rightarrow \;\; \Phi \;=\; B\,l\,x(t) \;=\; B\,l\left(x_o + v\,t\right) \\ \Rightarrow \;\; \varepsilon \;=\; -\dfrac{d\Phi}{dt} \;=\; -B\,l\dfrac{dx}{dt} \;=\; -B\,l\,v \end{cases}$$

3. Dans cet exemple, le signe (-) dans l'expression déterminée de ε signifie que le champ magnétique induit $\vec{B}_i$ associé au courant induit est dans la direction inverse du champ magnétique extérieur $\vec{B}$. Cela permet de déterminer la direction du courant induit. Dans cet exemple, cela permet de conclure que le courant induit circule dans le sens anti-horaire, tel qu'illustré dans la figure. L'expression du courant induit est donnée par

$$i_i \;=\; \frac{|\varepsilon|}{R} \;=\; \frac{B\,l\,v}{R}$$

4. La puissance instantanée dissipée dans la résistance est donnée par

$$P \;=\; R\,i_i^2 \;=\; \frac{B^2\,l^2\,v^2}{R}$$

5. Du fait qu'un courant circule dans la tige, celle-ci sera soumise à une force

$$\begin{cases} \vec{F}_B = i_i \vec{l} \times \vec{B} \quad \text{où } \vec{B} \perp \vec{l} \\ \\ F_B = \left(\dfrac{B l v}{R} \right) lB = \dfrac{B^2 l^2 v}{R} \end{cases}$$

dirigée vers la gauche. Pour maintenir la vitesse $\vec{v}$ constante, il faudra donc qu'une force extérieure s'exerce sur la tige. Cette force doit être dans la direction inverse et de même grandeur que $\vec{F}_B$. On a donc

$$\begin{cases} \vec{F}_{ext} = -\vec{F}_B \\ \\ F_{ext} = \dfrac{B^2 l^2 v}{R} \end{cases}$$

La puissance extérieure instantanée associée à cette force est donnée par

$$\begin{cases} P_{ext} = \vec{F}_{ext} \bullet \vec{v} \\ \\ P_{ext} = \dfrac{B^2 l^2 v^2}{R} \end{cases}$$

Il est important de signaler que la puissance extérieure instantanée pour maintenir constante la vitesse de la tige est précisément égale à la puissance instantanée dissipée dans la résistance. Au plan de l'interprétation, il est clair que pour maintenir cette puissance dissipée en chaleur dans la résistance, il faut une source d'énergie extérieure et que le circuit de la figure illustre une manière de transformer de l'énergie mécanique en énergie électrique.

Exercices et problèmes sur ce chapitre

Ancienne édition ou nouvelle édition du livre de référence

Exercices : 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 17, 19 et 21
problèmes : 1, 7 et 9