

Emploi du temps dans un lycée

Problème

M. Dupond est chargé de construire l'emploi du temps hebdomadaire des deux classes de terminal du lycée Jean-Rostand. Ces deux classes ont les mêmes professeurs, excepté pour les cours de mathématiques et de sport. Dans ce lycée, tous les cours durent deux heures. De plus, tous les élèves d'une même classe suivent exactement les mêmes cours. Du lundi au vendredi, les créneaux de cours sont les suivantes : 8 h-10 h, 10 h 15-12 h 15, 14 h-16 h et 16 h 15-18 h 15. Le tableau 12.5 donne le nombre de cours de deux heures que chaque professeur doit donner aux élèves de ces deux classes chaque semaine.

Tableau 12.5 – Nombre de cours que chaque professeur donne à chaque classe

Professeur	Matière	Nombre de cours de 2 h donnés à la classe 1	Nombre de cours de 2 h donnés à la classe 2
M. Cheese	Anglais	1	1
Mme Insuline	Biologie	3	3
M. Map	Histoire-Géographie	2	2
M. Efdhicks	Mathématiques	0	4
Mme Dérivée	Mathématiques	4	0
Mme Électron	Physique	3	3
M. Béhachel	Philosophie	1	1
M. Muscle	Sport	1	0
Mme Biceps	Sport	0	1

Les cours de sport doivent avoir lieu le jeudi après-midi de 14 h à 16 h. De plus, le premier créneau du lundi matin est réservé aux devoirs surveillés. M. Efdhicks est absent tous les lundis matin car il donne des cours dans un autre lycée. Et Mme Insuline ne travaille pas le mercredi. Enfin, pour ne pas trop lasser les élèves, chaque classe ne doit pas avoir plus d'un cours de la même matière dans la même journée. Ecrire un programme linéaire permettant de déterminer les emplois du temps hebdomadaires des deux classes.

Modélisation

Notons p , c , t et d respectivement le nombre de professeurs, de classes, de créneaux par jour, et de jours considérés. Soit les variables x_{ijk} valant 1 si le professeur i donne un cours à la classe j pendant le créneau horaire k .

Dans la suite, un indice i variant de 1 à $p = 9$ désignera un professeur, un indice j variant de 1 à $c = 2$ désignera une classe, un indice k représentera un créneau (les créneaux successifs de la semaine étant numérotés de 1 à $dt = 20$), enfin l représentera une journée de la semaine (variant de 1 à $d=5$). Le modèle mathématique est le suivant :

- (1) $\text{Min} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^c \sum_{l=0}^{d-1} (x_{i,j,l \times t+1} + x_{i,j,l \times t+t})$
- (2) $\forall i=1 \dots p, j=1 \dots c: \sum_{k=1}^{d \times t} x_{ijk} = NbC_{ij}$
- (3) $\forall j=1 \dots c, k=1 \dots d \times t: \sum_{i=1}^p x_{ijk} \leq 1$
- (4) $\forall i=1 \dots p, k=1 \dots d \times t: \sum_{j=1}^c x_{ijk} \leq 1$
- (5) $\forall i=1 \dots p, j=1 \dots c, l=1 \dots d: \sum_{k=(l-1)t+1}^{l \times t} x_{ijk} \leq 1$
- (6) $x_{8,1,15} = 1$
- (7) $x_{9,2,15} = 1$
- (8) $\forall i=1 \dots p, j=1 \dots c: x_{ij1} = 0$
- (9) $\forall k=1 \dots 2: x_{42k} = 0$
- (10) $\forall j=1 \dots 2, k=9 \dots 12: x_{2jk} = 0$
- (11) $\forall i=1 \dots p, j=1 \dots c, k=1 \dots d \times t: x_{ijk} \in \{0,1\}$

L'objectif du problème est simplement de trouver un emploi du temps respectant toutes les contraintes. On peut cependant se donner comme objectif de minimiser le nombre de *trous* dans l'emploi du temps. Pour cela, il faut placer de préférence les cours dans les créneaux de 10 h 15 à 12 h 15 et de 14 h à 16 h. En effet, si ces créneaux ne sont pas occupés mais que ceux de 8 h à 10 h et de 16 h 15 à 18 h 15 le sont, il y aura des heures creuses dans la journée. Nous devons donc pénaliser au maximum les cours placés dans les créneaux de début et de fin de journée. On va donc chercher à minimiser la somme des cours placés dans les créneaux 1 et 4 de chaque journée. D'où la fonction objectif (1).

Soit NbC_{ij} le nombre de cours que le professeur i doit dispenser à la classe j . La contrainte (2) indique que tous les cours donnés par chaque professeur i à chaque classe j doivent être planifiés. La contrainte (3) spécifie qu'une classe ne peut pas suivre plus d'un cours en même temps, la contrainte (4) qu'un professeur ne peut donner qu'un seul cours à la fois. La contrainte (5) impose que plusieurs cours d'une même matière ne peuvent avoir lieu le même jour.

Les contraintes (6) à (10) traduisent les spécificités du problème : les contraintes (6) et (7) indiquent que les cours de sport donnés respectivement par les professeurs 8 (M. Muscle) et 9 (Mme Biceps) aux classes 1 et 2 ont lieu le jeudi après-midi (créneau 15). Le premier créneau de la semaine étant réservé aux devoirs surveillés, la contrainte (8) spécifie qu'on ne peut planifier de cours à cette période. Les contraintes (9) et (10) interdisent respectivement les cours de mathématiques du professeur 4 (M. Efdchicks) le lundi matin pour la classe 2, les cours de biologie du professeur 2 (Mme Insuline) le mercredi (créneaux

9 à 12) pour les deux classes. Enfin, la contrainte (11) spécifie que les variables sont booléennes.

Travail demandé

Mettre en œuvre le modèle en langage AMPL et résoudre le problème.
Commentez la solution.