Mouvement d'une particule dans un champ magnétique Effet de miroir magnétique

Le but de ce projet Python est d'étudier le mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique.

0) Rappeler la force qui s'exerce sur une particule de masse m, de charge q et de vitesse $\vec{v}$ lorsqu'elle est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$.

1. Mouvement dans un champ magnétique uniforme

Dans cette première partie, le champ magnétique étudié est uniforme et stationnaire.

1.1. Etude analytique

Soit $(\mathcal{R})$ le référentiel d'étude du laboratoire, supposé galiléen, associé au repère d'espace cartésien $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$, dont l'axe (Oz) est orienté dans la direction du champ magnétique.

On considère une particule de charge q et de masse m, assimilée à un point matériel M et soumise à un champ magnétique uniforme et stationnaire :

$$\vec{B} = B_0 \overrightarrow{u_z}$$

La particule chargée est lancée depuis l'origine O du repère d'espace avec une vitesse initiale :

$$\overrightarrow{v_0} = v_0 \cos\alpha\, \overrightarrow{u_x} + v_0 \sin\alpha\, \overrightarrow{u_z}$$

1.1) En prenant pour particule un électron,, montrer que le poids est négligeable devant la force de Lorentz magnétique.

1.2) Déterminer les équations différentielles régissant l'évolution des paramètres du mouvement.

1.2. Modélisation numérique

On souhaite ici modéliser numériquement le mouvement hélicoïdal de la particule chargée.
Pour les modélisations, on étudiera un électron, avec les valeurs numériques suivantes :

- $B_0 = 10\ \mathrm{T}$
- $m = 9{,}1.10^{-31}\ \mathrm{kg}$
- $q = -1{,}6.10^{-19}\ \mathrm{C}$
- $v_0 = 10^6\ \mathrm{m.s^{-1}}$
- $\alpha = 45°$

1.3) Dans l'éditeur, importer les modules scientifiques nécessaires pour le problème.

1.4) Déclarer et affecter les variables nécessaires pour le problème.

1.5) Tracer la carte de champ magnétique dans le plan (xOz).

1.6) Représenter la trajectoire dans le plan (xOy) puis en 3D.

2. Mouvement dans un champ magnétique non uniforme

Dans cette première partie, le champ magnétique étudié est toujours stationnaire, mais non uniforme.

2.1. Etude analytique

Soit $(\mathcal{R})$ le référentiel d'étude du laboratoire, supposé galiléen, associé au repère d'espace cartésien $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$, dont l'axe (Oz) est orienté dans la direction du champ magnétique.

On considère une particule de charge q et de masse m, assimilée à un point matériel M et soumise à un champ magnétique stationnaire de la forme :

$$\vec{B} = B_x\overrightarrow{u_x} + B_y\overrightarrow{u_y} + B_z\overrightarrow{u_z} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} B_x = -B_0 \dfrac{xz}{l^2} \\ B_y = -B_0 \dfrac{yz}{l^2} \\ B_z = B_0\left(1 + \dfrac{z^2}{l^2}\right) \end{cases}$$

La particule chargée est lancée depuis l'origine O du repère d'espace avec une vitesse initiale :

$$\overrightarrow{v_0} = v_0 \cos\alpha\, \overrightarrow{u_x} + v_0 \sin\alpha\, \overrightarrow{u_z}$$

2.1) Déterminer les nouvelles équations différentielles régissant l'évolution des paramètres du mouvement.

2.2. Modélisation numérique

On souhaite ici modéliser numériquement le mouvement hélicoïdal de la particule chargée.
Pour les modélisations, on étudiera un électron, avec les valeurs numériques suivantes :

- $B_0 = 10\ \mathrm{T}$
- $m = 9{,}1.10^{-31}\ \mathrm{kg}$
- $q = -1{,}6.10^{-19}\ \mathrm{C}$
- $v_0 = 10^6\ \mathrm{m.s^{-1}}$
- $\alpha = 45°$
- $l = 1\ \mathrm{cm}$

2.2) Tracer la carte de champ magnétique dans le plan (xOz) puis dans le plan (xOz).

2.3) Représenter la trajectoire dans le plan (xOy) puis en 3D.

2.4) Qu'appelle-t-on "effet de miroir magnétique" ?