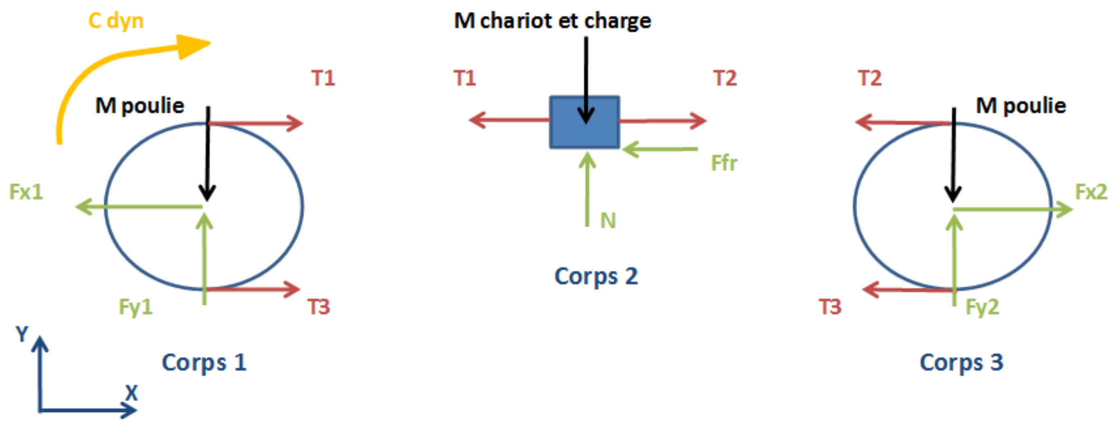
Couple dynamique en fonction de l'accélération



Soit un moteur entrainant le corps 1 dans le sens horlogique avec un certain couple. Le chariot et sa charge se déplacent donc vers la droite. Les deux poulies sont identiques. Le corps 2 est considéré comme ponctuel.

Avec :

- $C\ dyn$ = couple dynamique en [Nm]
- $M\ poulie$ = masse de la poulie en [kg]
- $M\ chariot\ et\ charge$ = masse du chariot et de la charge en [kg]
- N = effort normal en [N]
- Ffr = Force frottement en [N]
- $Fx\ et\ Fy$ = les réactions d'appuis en [N]
- $T1\ et\ T3$ = les tensions dans la courroie en [N]
- α = accélération angulaire en [rad/s²]
- R = rayon de la poulie en [m]
- $g = accélération\ de\ la\ pesanteur = 9{,}81\ [\frac{m}{s^2}]$
- a_{x2} = accélération linéaire du corps 2 suivant l'axe X

Il y a huit inconnues : $N,\ C\ dyn,\ Fx1,\ Fx2,\ Fy1,\ Fy2,\ T2\ et\ T3, ax2$

On impose : $M\ poulie,\ M\ chariot\ et\ charge,\ Ffr, \alpha\ et\ T1$

Par la dynamique nous avons à notre disposition huit équations ainsi qu'une équation de cinématique :

Corps 1 :

$\sum F_x = masse \times a_{x1} = 0 \quad <=> \quad F_{x1} = T_1 + T_3$ (éq. 1)

$\sum F_y = masse \times a_{y1} = \ 0 <=> \ F_{y1} = M_{poulie} \times g$ *(éq. 2)*

$\sum M_{par\ rapport\ a\ l'axe\ de\ la\ poulie} = I \times \alpha <=> C_{dyn} + T_1 \times R - T_3 \times R = I_{poulie} \times \alpha$ *(éq. 3)*

Corps 2 :

$\sum F_x = masse \times a_{x2} \quad <=> \quad -T_1 + T_2 - F_{fr} = M_{chariot\ et\ charge} \times g \times a_{x2}$ *(éq. 4)*

$\sum F_y = masse \times a_{y2} = \ 0 <=> \ N = M_{chariot\ et\ charge} \times g$ *(éq. 5)*

Corps 3 :

$\sum F_x = masse \times a_{x3} = 0 \quad <=> \quad F_{x2} = T_2 + T_3$ *(éq. 6)*

$\sum F_y = masse \times a_{y3} = 0 \quad <=> \quad F_{y2} = M_{poulie} \times g$ *(éq. 7)*

$\sum M_{par\ rapport\ a\ l'axe\ de\ la\ poulie} = I \times \alpha \quad <=> \quad T_2 \times R - T_3 \times R = I_{poulie} \times \alpha$ *(éq. 8)*

Cinématique :

$a_{x2} = \ \alpha \times \mathrm{R}$ *(éq. 9)*

Expression du couple :

Par (éq. 4) et (éq. 9):

$$T_2 = M_{chariot\ et\ charge} \times g \times \alpha \times R + T_1 + F_{fr} \quad \textit{(éq. 10)}$$

Par (éq. 8) et (éq. 10):

$$T_3 = M_{chariot\ et\ charge} \times g \times \alpha \times R + T_1 + F_{fr} - \frac{I_{poulie} \times \alpha}{R} \quad \textit{(éq. 11)}$$

Par (éq. 3) et (éq. 11):

$$C_{dyn} = \left(M_{chariot\ et\ charge} \times g \times \alpha \times R + F_{fr}\right) \times R \quad \textit{(éq. 12)}$$