Anexo A

PROPIEDADES TORSIONALES PARA DIFERENTES SECCIONES DE ACERO

Los ingenieros estructurales ocasionalmente necesitan determinar ciertas propiedades del acero que no se encuentran con facilidad en la literatura.

En éste anexo se proporcionan definiciones y las fórmulas para calcular algunas de las propiedades torsionales de diferentes secciones de acero. Las referidas propiedades son: la constante torsional de St. Venant, J, la constante torsional de alabeo, C_w, la localización del centro de cortante, $x_{o,}$ $y_{o,}$ y la constante monosimétrica, β_x. También se incluyen la constante torsional C, y la constante de cortante, C_{RT}.

Para ilustrar las fórmulas se realizan algunos ejemplos sencillos para cada tipo de sección transversal.

Constante torsional de St. Venant, J.

La constante torsional de St. Venant, J, mide la resistencia de un elemento estructural a torsión pura o torsión uniforme. Se utiliza en miembros a compresión para calcular el momento resistente a pandeo en vigas no soportadas lateralmente y a pandeo flexo-torsional.

Constante torsional de alabeo, $C_{w.}$

La constante torsional de alabeo,C_w, mide la resistencia de un elemento estructural sometido a torsión no uniforme o alabeo torsional. Se utiliza en miembros a compresión para calcular el momento resistente a pandeo en vigas no soportadas lateralmente y a pandeo flexo-torsional.

Para secciones estructurales huecas (HSS) las deformaciones de alabeo son pequeñas y la constante torsional de alabeo se toma generalmente como cero.

Centro cortante (x_o, y_o).

El centro de cortante o centro de torsión es el punto en el plano de la sección transversal en donde la torsión ocurre. La localización del centro de cortante es necesario para calcular la constante torsional de alabeo y la constante monosimétrica. También se utiliza para determinar el efecto estabilizador o desestabilizador de la fuerza gravitatoria aplicada por debajo o por encima del centro de cortante. Las coordenadas del centro de cortante se calculan respecto al centro de gravedad.

Constante monosimétrica.

La constante monosimétrica, β_x, se utiliza para el cálculo del momento resistente a pandeo en vigas monosimétrica no soportadas lateralmente cargadas en el plano de simetría.
Para el caso de secciones monosimétricas que son simétricas respecto al eje vertical, la fórmula general es:

$$\beta_x = \frac{1}{I_x}\int_A y\left(x^2 + y^2\right)dA - 2y_o$$

En donde I_x es el momento de inercia respecto al eje centroidal horizontal, y_o es la localización vertical del centro de cortante respecto al centroide y dA es el diferencial de área. La integración se realiza sobre toda la sección transversal.

El valor de β_x es cero para secciones doblemente simétricas.

Constante torsional para secciones HSS.

La constante torsional, C, se utiliza para el calculo de la tensión cortante debido a la aplicación de un torsión.
Se expresa como la relación entre la torsión aplicada, T, y la tensión cortante en la sección transversal, τ :

$$C = \frac{T}{\tau}$$

Constante a corte para secciones HSS.

La constante a corte, C_{RT}, se utiliza para el cálculo de la tensión máxima a cortante debido a la aplicación de fuerza cortante.

Para secciones huecas, la tensión máxima a cortante en la sección transversal viene dado por la expresión:

$$\tau_{\max} = \frac{VQ}{2tI}$$

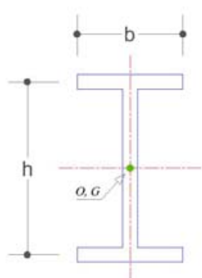
En donde V es la fuerza cortante aplicada, Q es el momento estático de la parte superior de la sección referido al eje neutral, I es el momento de inercia y t es el ancho de la pared.

La constante a corte esta expresada como la relación entre la fuerza cortante aplicada y la tensión máxima.

$$C_{RT} = \frac{V}{\tau_{\max}} = \frac{2tI}{Q}$$

EJEMPLOS

<u>Problema 1</u> Calcular la constante torsional de St. Venant, J, y la constante torsional de alabeo, $C_{w,}$ de una sección W610x125 cuyas propiedades son: h = 592 mm, b = 229 mm, t_f =19.6 mm, t_w =11.9 mm



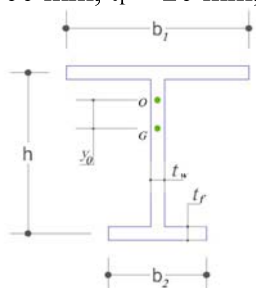
Solución

$$J = \frac{1}{3}\left(2bt_f{}^3 + ht_w{}^3\right) = \frac{1}{3}\left(2\times 229\times 19.6^3 + 592.4\times 11.9^3\right) = 1480\times 10^3\, mm^4$$

$$C_w = \frac{t_f h^2 b^3}{24} = \frac{19.6\times 592^2\times 229^3}{24} = 3440\times 10^9\, mm^6$$

<u>Problema 2</u> Calcular la constante torsional de St. Venant, J, la constante torsional de alabeo, $C_{w,}$ y la ubicación del centro cortante, Y_o, si se conoce que el centro de gravedad se encuentra a 695 mm tomado desde un eje de referencia colocado en la base del ala inferior.

De una sección WRF 1200x244 cuyas propiedades son: d=1200 mm, b_1= 550mm, b_2=300 mm, t_f = 20 mm, t_w= 12 mm



Solución

h = $d - \frac{(2t_f)}{2} = 1200 - \frac{2\times 20}{2} = 1180mm$

$$J = \frac{1}{3}\left(b_1 t_f{}^3 + b_2 t_f{}^3 + h t_w{}^3\right) = \frac{1}{3}\left(300\times 20^3 + 550\times 20^3 + 1180\times 12^3\right) = 2950\times 10^3 mm^4$$

$$C_w = \frac{t_f h^2}{12}\left(\frac{b_1{}^3 \times b_2{}^3}{b_1{}^3 + b_2{}^3}\right) = \frac{20\times 1180^2}{12}\left(\frac{300^3\times 550^3}{300^3 + 550^3}\right) = 53900\times 10^9 mm^6$$

$$e = h\frac{b_1{}^3}{\left(b_1{}^3 + b_2{}^3\right)} = 1180\frac{550^3}{\left(550^3 + 300^3\right)} = 1015mm$$

Por lo tanto y_0= e+ t_f/2- (y)= 1015+10-695=330mm

Problema 3 Calcular la constante torsional de St. Venant, J, la constante torsional de alabeo, C_w, la constante torsional, C y la constante a corte, C_{RT} de una sección circular hueca HSS 324x9.5 cuyas propiedades son: d= 324mm, t= 9.53 mm.

Solución

$$I = \frac{\pi}{64}\left[d^4 - (d-2t)^4\right] = \frac{\pi}{32}\left[324^4 - (324 - 2\times 9.53)^4\right] = 116\times 10^6 mm^4$$

$$J = 2\times I = 2\times 116\times 10^6 = 233\times 10^6 mm^4$$

$$Q = \frac{t}{6}\left[3d^2 - 6dt + 4t^2\right] = \frac{9.53}{6}\left[3\times 324^2 - 6\times 324\times 9.53 + 4\times 9.53^2\right] = 471\times 10^3 mm^3$$

$$C = \frac{2J}{d} = \frac{2\times 233\times 10^6}{324} = 1440\times 10^3 mm^3$$

$$C_{RT} = \frac{2tI}{Q} = \frac{2\times 9.53\times 116\times 10^6}{471\times 10^3} = 4710\ mm^3$$

C_w: se considera igual a cero.

Problema 4 Calcular la constante torsional de St. Venant, J, la constante torsional de alabeo, C_w la constante torsional, C y la constante a corte, C_{RT} de una sección rectangular hueca HSS 203x102x6.4 cuyas propiedades son: d= 203 mm, b=102 mm, t= 6.53 mm.

$J = \frac{4A_p^2 t}{p}$ (válido cuando $b/t \geq 10$)

$A_p = (d-t)(b-t) - R_c^2(4-\pi)$

$p = 2[(d-t)(b-t)] - R_c(4-\pi)$

R_c=1.5t

C_w: se considera igual a cero.

$C = 2tA_p$ (válido cuando $b/t \geq 10$)

$C_{RT} = 2t(h-4t)$

En donde h es la dimensión externa en la dirección de aplicación de la fuerza cortante.

Por lo tanto sustituyendo los datos en las fórmulas anteriores:

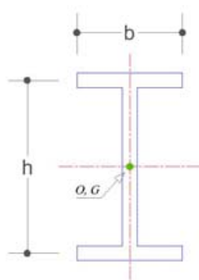
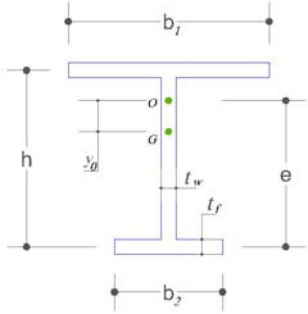
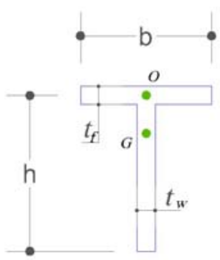
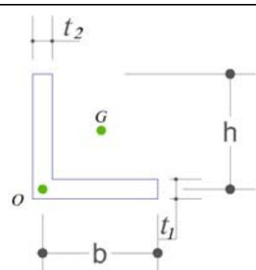
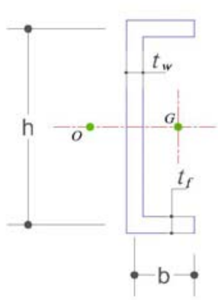
R_c=9.53 mm
p=568 mm
A_p=18700 mm^2
J=15600 mm^4

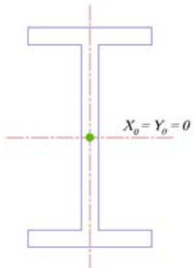
Si se supone que la fuerza cortante actúa en la dirección mas larga, d.

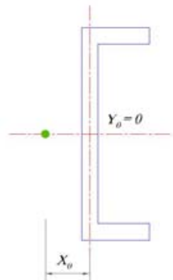
h=d= 203 mm

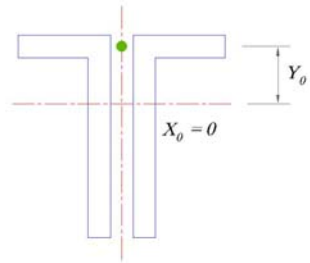
C=238x10^3 mm^3

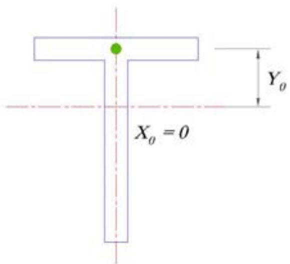
C_{RT}=2260 mm^2

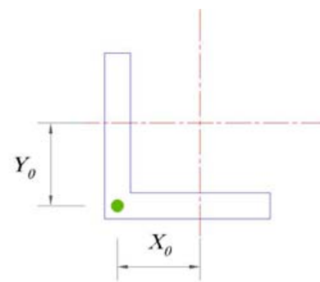
<table>
<tr><th>Posición del Centro Cortante
O(x$_o$, y_o) y Centro de Gravedad G(x,y).</th><th>J y C_w</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$$J = \frac{1}{3}(2bt_f^3 + ht_w^3)$$ $$C_w = \frac{t_f b^3 h^2}{24}$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$J = \frac{1}{3}(b_1 t_f^3 + b_2 t_f^3 + ht_w^3)$$ $$C_w = \frac{t_f h^2}{12}\left(\frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}\right)$$ $$e = h\frac{b_1^3}{b_1^3 + b_2^3}$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$J = \frac{1}{3}(bt_f^3 + ht_w^3)$$ $$C_w = \frac{1}{36}\left(\frac{t_f^3 b^3}{4} + h^3 t_w^3\right)$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$J = \frac{1}{3}(bt_1^3 + ht_2^3)$$ $$C_w = \frac{1}{36}\left(b^3 t_1^3 + h^3 t_2^3\right)$$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$$J = \frac{1}{3}(2bt_f^3 + ht_w^3)$$ $$C_w = \frac{t_f b^3 h^2}{12}\left(\frac{3bt_f + 2ht_w}{6bt_f + ht_w}\right)$$ $$x_o = x + b\alpha - \frac{t_w}{2};\ \alpha = \frac{1}{2 + \frac{\mathrm{ht_w}}{\mathrm{3bt_f}}}$$</td></tr>
</table>


$X_0 = Y_0 = 0$


$Y_0 = 0$
X_0


Y_0
$X_0 = 0$


Y_0
$X_0 = 0$


Y_0
X_0