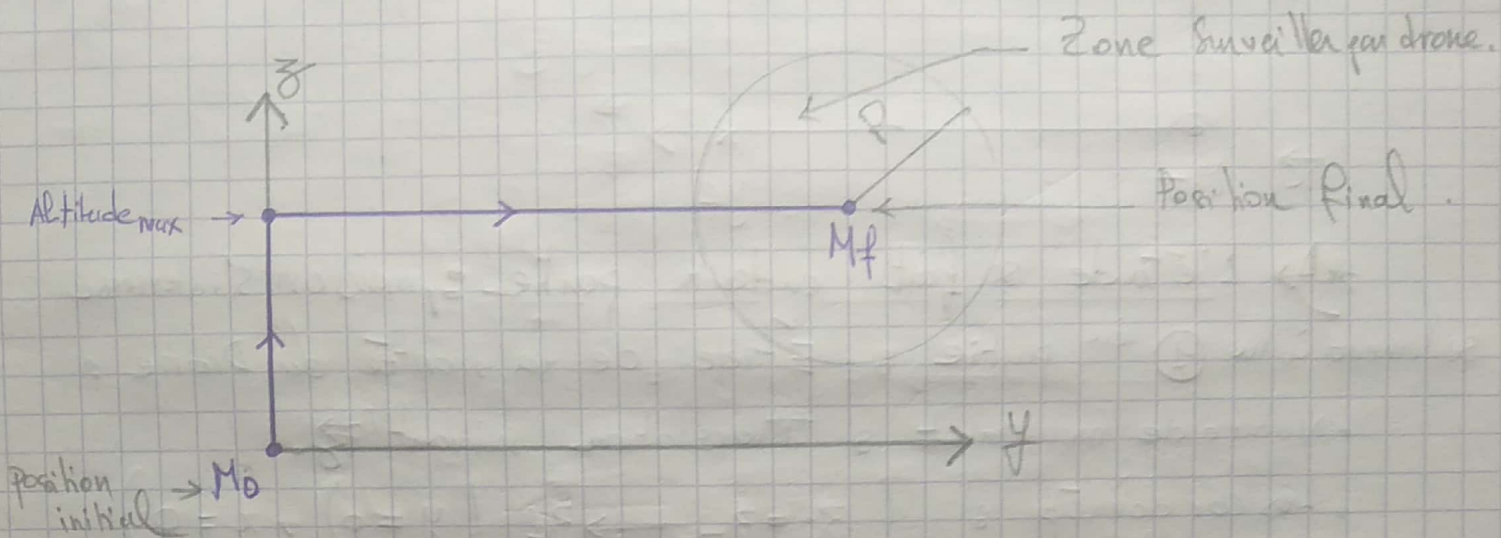


# Élaboration de cahier des charges

\*) Nature de la trajectoire et la zone surveillance par Drone:



\*) Définition des repères:

$R_T(M_T, x_T, y_T, z_T)$   $\Rightarrow$  Repère terrestre supposé galiléen, avec  $M_0$  la position initiale du Drone dans la poste de commande.

$R_D(O_D, \vec{x}_D, \vec{y}_D, \vec{z}_D)$   $\Rightarrow$  Repère liée au corps du drone avec  $G$  le centre d'inertie du drone + 4 Stator

$R_i(O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$   $\Rightarrow$  Repère liée à chaque (Rotor+hélice) avec  $G_i$  le centre d'inertie de la  $i$ ème (Rotor+hélice) tq:  $i \in [1, 4]$

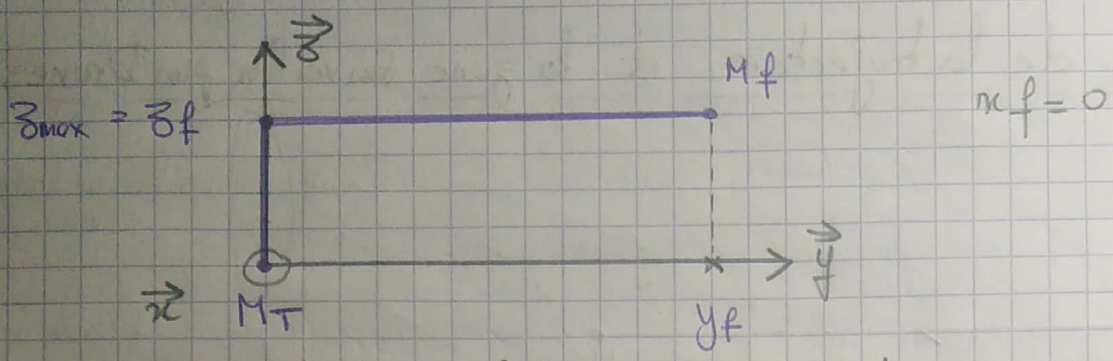
\*) Hypothèses:

- Temp d'arrivée du Drone à  $M_f$ :  $T = T_{zf} + T_{yf}$
- Altitude Maximale par le vol du Drone:  $z_{max} = z_f$
- Les Coordonnées du trajet suivi par Drone:

$$M_T(0, 0, 0) \longrightarrow M_f(x_f, y_f, z_f)$$

- Tous les points du Drone ont  $\hat{m}$  vitesse.
- $M_f(x_f, y_f, z_f)$  position <sup>finale</sup> du centre d'inertie du Drone ( $x_f = 0$ )
- le plan d'étude se fait dans:  $(M_T, \vec{y}, \vec{z})$

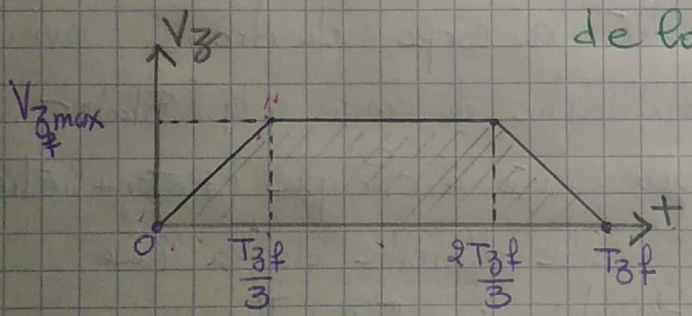
\* ) la figure d'étude :



\* ) L'étude se fait en deux parties, mais on s'intéresse seulement à la ① en partie : Étude de la montée du Drone :

- Nature de mouvement : Translation suivant  $\vec{z}$ .
- Les coordonnées :  $(z_i \rightarrow z_f \mid y=0, x=0)$   
avec :  $z_i$  : Altitude du Drone à un instant  $t$ .
- Distance parcourus :  $z_f - z_i = z_f$

Pour étudier la vitesse de ce mouvement on se base sur la loi Trapèze (car c'est un loi la plus optim de la puissance)



on sait que :  $v_{z_f} = \frac{dz_f}{dt}$

$$\Rightarrow dz_f = v_{z_f} dt$$

$$\Rightarrow z_f = \int_0^{T_{z_f}} v_{z_f}(t) dt = z_{max}$$

et que :  $z_{max} = \frac{(T_{z_f} + \frac{T_{z_f}}{3}) v_{z_f max}}{2}$

$$\Rightarrow z_f = \frac{2 T_{z_f} \cdot v_{z_f max}}{3}$$

$$\text{et } v_{z_f max} = \frac{3 z_f}{2 T_{z_f}}$$

et pour l'accélération a :

pour  $t \in [0, \frac{T_{z_f}}{3}] \Rightarrow$

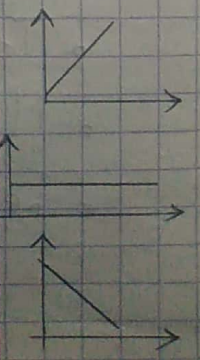
$$a_{z_f 1} = \frac{3 v_{z_f max}}{T_{z_f}}$$

$t \in [\frac{T_{z_f}}{3}, \frac{2T_{z_f}}{3}] \Rightarrow$

$$a_{z_f 2} = 0$$

$t \in [\frac{2T_{z_f}}{3}, T_{z_f}] \Rightarrow$

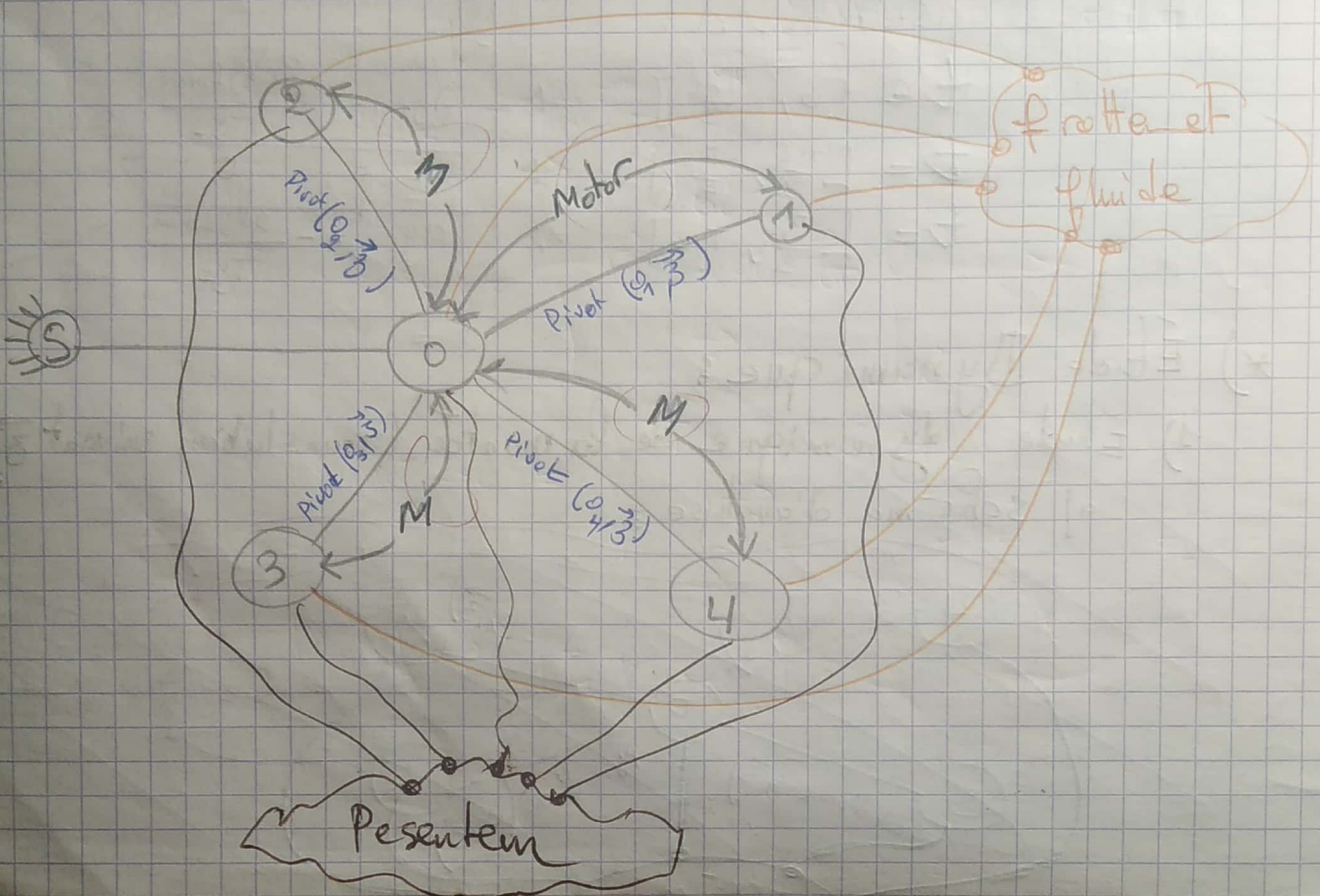
$$a_{z_f 3} = -\frac{3 v_{z_f max}}{T_{z_f}}$$



# \* Etude Dynamique \*

① Etude dynamique de la montée (Translation suivant  $\vec{z}$ )

ⓐ schéma d'analyse :



• Tous les Forces appliquées au Drone :

1) Pesanteur sur  $[0, 1, 2, 3, 4]$

2) La force de traînée sur les hélice  $\vec{T}_h$

3) La force de poussées  $\vec{F}_i, i \in [1, 4]$

• Définition les expressions des forces :

\* La force de poussées :

Note :  $\vec{F}_i = b (\omega_i)^2$  tq :  $i \in [1, 4]$

et  $b$  : Coefficient de portance dépend de la forme et (le nombre des pales + Densité de l'air homogène).

$\omega$  : la vitesse de Rotation de Rotor.

\* La force de traînée : C'est la force de frottement fluide.

Note :  $\vec{T}_h = d (\omega_i)^2$  : Traînée appliqué au hélice x4

$\vec{F}_t = k_f \rho v^2$  : Traînée selon  $\vec{z}$  (appliqué au support)  
 $d$  : coefficient du Drag.

\* le poids :

Note :  $\vec{P} = -m_d g \vec{z}$  avec  $m_d = 4m_p + m_s$

avec :  $m_d$  : masse Totale du Drone

$m_p$  : masse des rotors

$m_s$  : masse du support + stabilisateur du Camera

• Définition les entrées et les sorties du système :

$\omega_i, i \in [1, 4] \rightarrow 4$  entrées  
translation suivant  $\vec{z}$

•) on applique TRD en projection sur  $\vec{z}$  : (sys = Drone Complet)

Bilan des forces :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{P} : \text{poide } \vec{P} = -m_d g \vec{z} \\ \text{Force de trainée sur l'hélice } L \times T_h = d(\omega_i)^2 \\ \quad \rightarrow \text{ sur la translation selon } \vec{z}, \quad F_L = k_{ft} \cdot v \\ \text{Force de portance : } L \times F_i = b(\omega_i)^2 \end{array} \right.$$

PPD :

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{T}_{h1} + \vec{T}_{h2} + \vec{T}_{h3} + \vec{T}_{h4} + \vec{F}_L = m_d \vec{a}_{G/R_T}$$

Prj sur  $\vec{z}$  :

$$-m_d g + b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) - d(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) - k_{ft} \dot{z} = m_d a_{G/R_T}$$

avec :

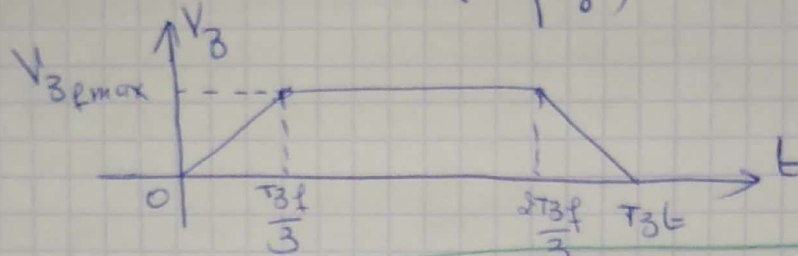
au cours de mtK Verticale tous les rotors tournent avec  $\hat{m}$  vitesse angulaire,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4$

$$-m_d g + 4(b-d) \omega_1^2 - K_{ft} \ddot{z} = m_d \ddot{z}$$

$$\Rightarrow 4(b-d) \omega_1^2 = m_d \ddot{z} + m_d g + K_{ft} \ddot{z}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{(m_d \ddot{z} + m_d g + K_{ft} \ddot{z})}{4(b-d)}}$$

Selon la loi de vitesse (Trapeze):



$$\#) \text{ à } t \in [0, \frac{T_{zf}}{3}] \Rightarrow \ddot{z} = \frac{3v_{zmax}}{T_{zf}} = \frac{g z_f}{2T_{zf}}$$

$$\text{et } \dot{z} = \frac{g z_f}{2T_{zf}} t \quad \rightarrow \text{Variable}$$

Donc:  
Eq. ①

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(g m_d z_f + g K_{ft} z_f t + 2T_{zf} m_d g)}{8(b-d)T_{zf}^2}}$$

$$\#) \text{ à } t \in [\frac{T_{zf}}{3}, \frac{2T_{zf}}{3}] \Rightarrow \ddot{z} = 0, \dot{z} = v_{zmax} = \frac{3z_f}{2T_{zf}}$$

Donc  $\Rightarrow$  Eq. ②

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(m_d g 2T_{zf} + 3K_{ft} z_f)}{8T_{zf}(b-d)}}$$

$$\#) \text{ à } t \in [\frac{2T_{zf}}{3}, T_{zf}]: \ddot{z} = \frac{-g z_f}{2T_{zf}^2} \quad \text{et } \dot{z} = \frac{-g z_f}{2T_{zf}^2} t + \beta$$

$$\text{à } t = T_{zf} \Rightarrow \ddot{z} = 0 \Rightarrow \frac{-g z_f}{2T_{zf}^2} \cdot T_{zf} + \beta = 0$$

Donc:  $\beta = \frac{g z_f}{2T_{zf}} \Rightarrow \dot{z} = \frac{g z_f}{2T_{zf}} \left( \frac{-t}{T_{zf}} + 1 \right)$

$$\Rightarrow \ddot{z} = \frac{g z_f (T_{zf} - t)}{2T_{zf}^2}$$

Donc

Eq. ③

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(-g m_d z_f + 2m_d g T_{zf}^2 + g K_{ft} z_f (T_{zf} - t))}{8(b-d)T_{zf}^2}}$$

$$I_{oi} = \begin{pmatrix} A_{Ri} & 0 & 0 \\ 0 & B_{Ri} & 0 \\ 0 & 0 & C_{Ri} \end{pmatrix}, i \in [1,4]$$

(x<sub>T</sub>, y<sub>T</sub>, z<sub>T</sub>)

et  $\vec{\Omega}(R_i/R_T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} (-1, -1, \vec{z}_D)$

Donc

$$I_{oi} \cdot \vec{\Omega}(R_i/R_T) = \begin{pmatrix} A_{Ri} & 0 & 0 \\ 0 & B_{Ri} & 0 \\ 0 & 0 & C_{Ri} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} (-1, -1, \vec{z}_D)$$

$$= C_{Ri} \omega_1 \vec{z}_D$$

Donc:

$$\vec{S}_{oi}(R_i/R_T) = \frac{d}{dt} (C_{Ri} \omega_1 \vec{z}_D)_{RT}$$

$$= C_{Ri} \left( \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT} \vec{z}_D + \omega_1 \left( \frac{d\vec{z}_D}{dt} \right)_{RT} \right)$$

$$= C_{Ri} \left( \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT} \vec{z}_D + \omega_1 (\vec{\Omega}(R_i/R_T) \wedge \vec{z}_D) \right)$$

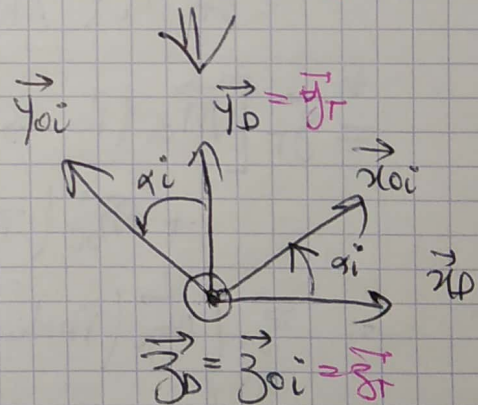
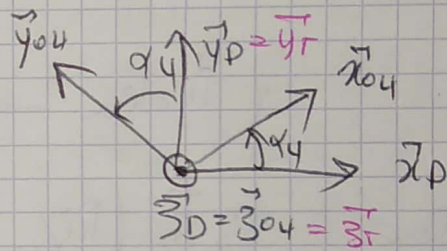
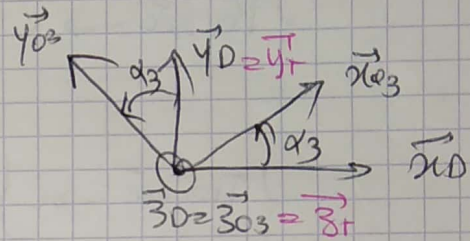
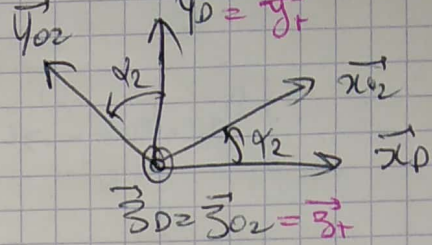
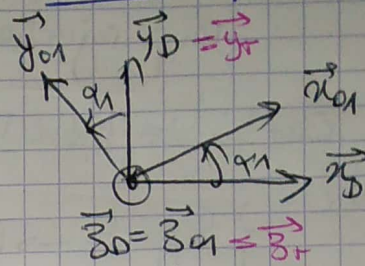
$$= C_{Ri} \left( \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT} \vec{z}_D \right)$$

Donc:

$$\vec{S}_{oi}(R_i/R_T) = C_{Ri} \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT} \vec{z}_D$$

$$\vec{z}_T \cdot \vec{S}_{oi}(R_i/R_T) = C_{Ri} \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT} = C_{Ri} \dot{\omega}_1$$

## Figures plans



$i \in [1,4]$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$$

$$\vec{\omega}_1 = \alpha_1 \vec{z}_D$$

$$\vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_4$$

D'abord selon la loi de vitesse imposée (Loi Trapèze), les 4 moteurs fonctionnent tous avec 3 couples ~~et 3~~ et 3 vitesses angulaires ~~et 3~~.

\* pour  $t \in [0, \frac{T_{3f}}{3}]$ :

$$C_{mi} = C_{ri} \left( \frac{d\omega_1}{dt} \right)_{RT}$$

$$\text{et on a } \omega_1 = \sqrt{\frac{(g m_d \cdot z_f + g k_{ft} \cdot z_f \cdot t + 2 T_{3f}^2 m_d g)}{8(b-d) T_{3f}^2}}$$

$$C_{mi} = C_{ri} \frac{d}{dt} \left( \sqrt{\frac{(g m_d \cdot z_f + g k_{ft} \cdot z_f \cdot t + 2 T_{3f}^2 m_d g)}{8(b-d) T_{3f}^2}} \right)_{RT}$$

$$C_{mi} = \frac{C_{ri}}{T_{3f} \sqrt{8(b-d)}} \times \frac{g k_{ft} \cdot z_f}{2 \sqrt{(g m_d \cdot z_f + g k_{ft} \cdot z_f \cdot t + 2 T_{3f}^2 m_d g)}}$$

\* pour  $t \in [\frac{T_{3f}}{3}, \frac{2T_{3f}}{3}]$ :

$$\text{on a: } \omega_1 = \sqrt{\frac{(2g m_d T_{3f} + 3 k_{ft} \cdot z_f)}{8 T_{3f} (b-d)}}$$

$$C_{mi} = C_{ri} \frac{d}{dt} \left( \sqrt{\frac{2g m_d T_{3f} + 3 k_{ft} \cdot z_f}{8 T_{3f} (b-d)}} \right)$$

$$C_{mi} = \frac{C_{ri}}{\sqrt{8 T_{3f} (b-d)}} \times 0 = 0$$

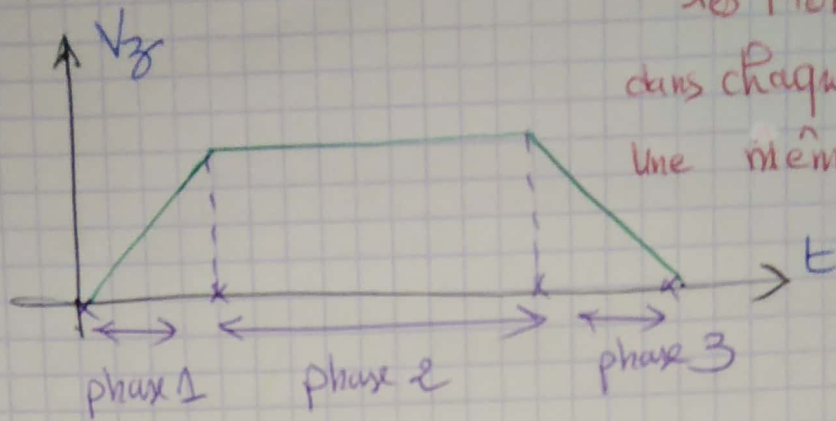
pour  $t \in [\frac{2T_{3f}}{3}, T_{3f}]$ :  $\omega_{12} = \sqrt{\frac{(-g m_d z_f + 2 m_d g T_{3f}^2 + g k_{ft} z_f (T_{3f} - t))}{8(b-d) T_{3f}^2}}$

$$C_{mi} = \frac{C_{ri}}{T_{3f} \sqrt{8(b-d)}} \times \frac{-g k_{ft} \cdot z_f}{2 \sqrt{(-g m_d z_f + 2 m_d g T_{3f}^2 + g k_{ft} z_f (T_{3f} - t))}}$$



Donc le résultat de cahier des charges et l'étude Dynamique :

⚠ au cours du mv  $\leftarrow$  Valable les Moku, bonne dans chaque phase avec une même  $\omega$  et même couple.



\* Pour la phase ① :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \sqrt{\frac{(g m_d \cdot \delta_f + g k_{ft} \cdot \frac{1}{\delta_f} t + 2(T_{\delta_f})^2 m_d \cdot g)}{8(b-d)(T_{\delta_f})^2}}$$

$$\text{et } C_{m1} = C_{m2} = C_{m3} = C_{m4} = \frac{C_{R1}}{2 T_{\delta_f} \sqrt{8(b-d)}} \times \frac{g k_{ft} \cdot \delta_f}{\sqrt{(g m_d \cdot \delta_f + g k_{ft} \cdot \delta_f t + 2 T_{\delta_f}^2 \cdot m_d g)}}$$

\* Pour la phase ② :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \sqrt{\frac{(m_d \cdot g \cdot 2 T_{\delta_f} + 3 k_{ft} \cdot \delta_f)}{8 T_{\delta_f} (b-d)}}$$

$$C_{m1} = C_{m2} = C_{m3} = C_{m4} = 0 \text{ N.m}$$

\* Pour la phase ③ :

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \sqrt{\frac{(-g m_d \delta_f + 2 m_d g (T_{\delta_f})^2 + g k_{ft} \delta_f (T_{\delta_f} - t))}{8(b-d)(T_{\delta_f})^2}}$$

$$C_{m1} = C_{m2} = C_{m3} = C_{m4} = \frac{C_{R1}}{2 T_{\delta_f} \sqrt{8(b-d)}} \times \frac{-g k_{ft} \cdot \delta_f}{\sqrt{(-g m_d \delta_f + 2 m_d g (T_{\delta_f})^2 + g k_{ft} \delta_f (T_{\delta_f} - t))}}$$