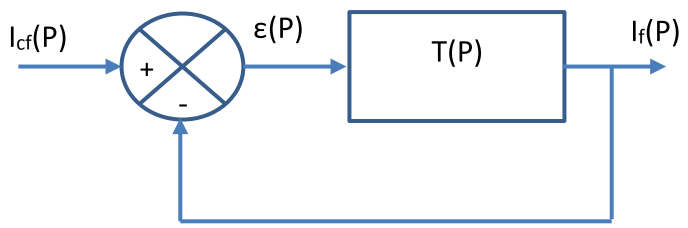
Description du problème (sujet Agrégation Interne 2020 génie électrique – Bras manipulateur ME3 : Q25)

Un système asservi est modélisé selon le schéma suivant :



Avec : $T(P) = \frac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot P}$

Et :

- L_m = 0,17mH
- H_{ond} = 2,4
- ω_m = 958,2 rad/s

Question 25 : *dimensionner le paramètre K_P pour qu'au point de fonctionnement nominal du moteur synchrone ($\omega = \omega_m$), l'erreur sur l'amplitude du courant de ligne I_f soit inférieure à 5%.*

Correction de la question issue du rapport de jury :

On considère la transmittance en boucle fermée :

$$T_{BF}(P) = \frac{T(P)}{1+T(P)} = \frac{\frac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot P}}{1 + \frac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot P}} = \frac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot P + K_P \cdot H_{ond}} = \frac{1}{1 + \frac{L_m}{K_P \cdot H_{ond}} \cdot P}$$

D'où, en régime sinusoïdal :

$$T_{BF}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \cdot \frac{L_m \cdot \omega}{K_P \cdot H_{ond}}}$$

Il faut donc que : $\|T_{BF}(\omega_m)\| = 0{,}95$

D'où :

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}{{K_P}^2 \cdot {H_{ond}}^2}}} = 0{,}95$$

$$1 + \frac{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}{{K_P}^2 \cdot {H_{ond}}^2} = \frac{1}{0{,}95^2}$$

$${K_P}^2 = \frac{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}{{H_{ond}}^2} \times \frac{1}{\frac{1}{0{,}95^2} - 1}$$

$$D'\text{où}: \boldsymbol{K_P = 0,206}$$

Ici il n'y a pas de problème, je comprends le raisonnement.

Ma méthode (qui apparemment ne fonctionne pas) :

L'idée est de partir de la valeur de l'erreur ε.

En effet :

$$\frac{\varepsilon(P)}{I_{cf}(P)} = \frac{1}{1+T(P)} = \frac{1}{1+\dfrac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot P}}$$

D'où :

$$\frac{\varepsilon(j\omega)}{I_{cf}(j\omega)} = \frac{1}{1-j\cdot\dfrac{K_P \cdot H_{ond}}{L_m \cdot \omega}}$$

Il faut donc que :

$$\left\|\frac{\varepsilon(\omega_m)}{I_{cf}(\omega_m)}\right\| = 0.05$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{{K_P}^2 \cdot {H_{ond}}^2}{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}}} = 0{,}05$$

$$1 = 0{,}05^2 \cdot \left(1+\frac{{K_P}^2 \cdot {H_{ond}}^2}{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}\right)$$

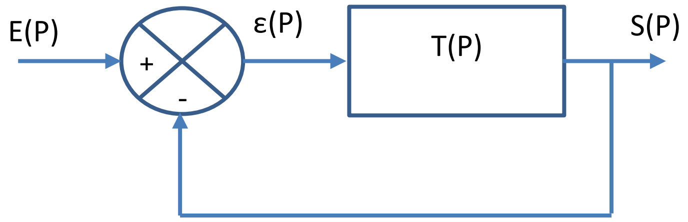
$$1-0{,}05^2 = {K_P}^2 \cdot \frac{0{,}05^2 \cdot {H_{ond}}^2}{{L_m}^2 \cdot {\omega_m}^2}$$

$$D'o\grave{u}: \boldsymbol{K_P = (1-0,05) \times \frac{L_m \cdot \omega_m}{0,05 \cdot H_{ond}} = 1,29}$$

Je n'obtiens pas le même résultat et je ne comprends pas pourquoi. Il ne me semble pas avoir commis d'erreur de calcul. L'erreur semble donc être une erreur de principe.

Or pourtant, lorsque je fais le test avec une fonction de transfert en boucle ouverte purement réelle, les 2 méthodes donnent le même résultat (voir en annexe). Le problème est donc apparemment, que dans le cas d'une fonction de transfert en boucle ouverte complexe, le principe de passer par la valeur de l'erreur ε est faux. Mais je n'arrive pas à comprendre pourquoi ! Je vous seraisdonc très reconnaissant si vous arriviez à m'expliquer ce qui cloche dans mon raisonnement.

<u>Annexe :</u> raisonnement sur un cas particulier où la fonction de transfert de la chaine directe est purement réelle.



Avec : $T(P) = K \cdot H_D$

K et H_D sont réels.

On cherche K pour avoir une erreur sur S de 5%.

- Calcul avec la fonction de transfert en boucle fermée.

$$\frac{S(P)}{E(P)} = \frac{K \cdot H_D}{1 + K \cdot H_D} = 0{,}95$$

$$K \cdot H_D \cdot (1 - 0{,}95) = 0{,}95$$

$$D'où\ \boldsymbol{K = \frac{0,95}{0,05 \cdot H_D} = \frac{19}{H_D}}$$

- Calcul avec l'erreur ε.

$$\frac{\varepsilon(P)}{E(P)} = \frac{1}{1 + K \cdot H_D} = 0{,}05$$

$$K \cdot H_D = \frac{1}{0{,}05} - 1$$

$$D'où{:}\ \boldsymbol{K = \frac{1}{H_D} \cdot \left(\frac{1 - 0,05}{0,05}\right) = \frac{0,95}{0,05 \cdot H_D} = \frac{19}{H_D}}$$

Dans ce cas, on voit que les 2 méthodes sont équivalentes.