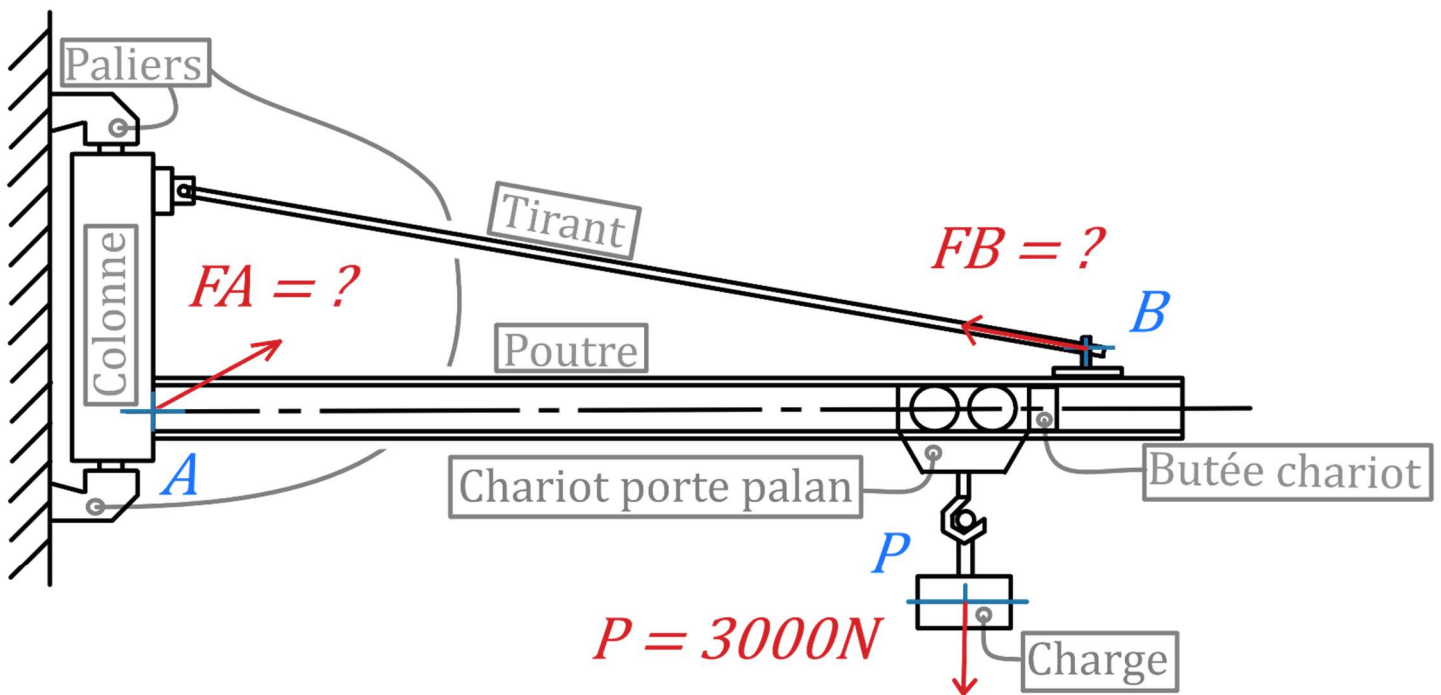


2.10 – Calcul de statique

2.10.1 – Statique graphique

Mon système est soumis à plusieurs forces, il m'a été nécessaire de les calculer pour déterminer certaines solutions.

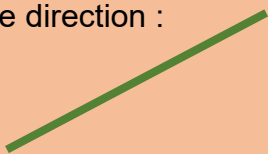
Tout d'abord, j'ai réalisé un schéma de mon système. Je me suis ensuite demandé, quelles sont les forces auxquelles mon système était soumis. En sachant que la somme des forces est égale à 0, ce qui revient à dire que le système est en position d'équilibre.



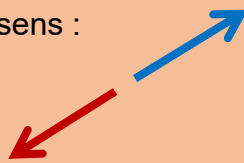
Une fois que j'ai identifié toutes les forces qui s'appliquent à mon système j'ai cherché à les calculer. J'ai alors décidé de faire un calcul de statique graphique. L'objectif est de déterminer les forces grâce aux tracés des forces avec une échelle spécifique.

Une force est composée de 3 éléments :

Une direction :



Un sens :



Une norme (exemple) :

1000N

Dans mon cas, je connais entièrement la charge \vec{P} , je connais la direction et le sens de la force de résistance appliquée par le tirant \vec{FB} et la dernière force m'est totalement inconnue \vec{FA} . Pour effectuer cette méthode rapide mais peu précise j'ai suivi plusieurs étapes que voici :

- **Etape 1** : Réaliser un schéma du système, y ajouter les points d'applications des forces présentes et choisir une échelle pour ces forces (*Exemple : 1cm = 500N*).
- **Etape 2** : Tracer des droites dans les directions des forces connues. Les forces sont concourantes au même point.
- **Etape 3** : Tracer maintenant la force connue.
- **Etape 4** : Tracer les parallèles des autres forces à chaque extrémité de la force connue.
- **Etape 5** : Les forces doivent former une boucle.

On va donc pouvoir déterminer le sens de la force inconnue grâce à cette étape.

- **Etape 6** : Mesurer et déterminer l'ensemble des forces grâce à l'échelle.

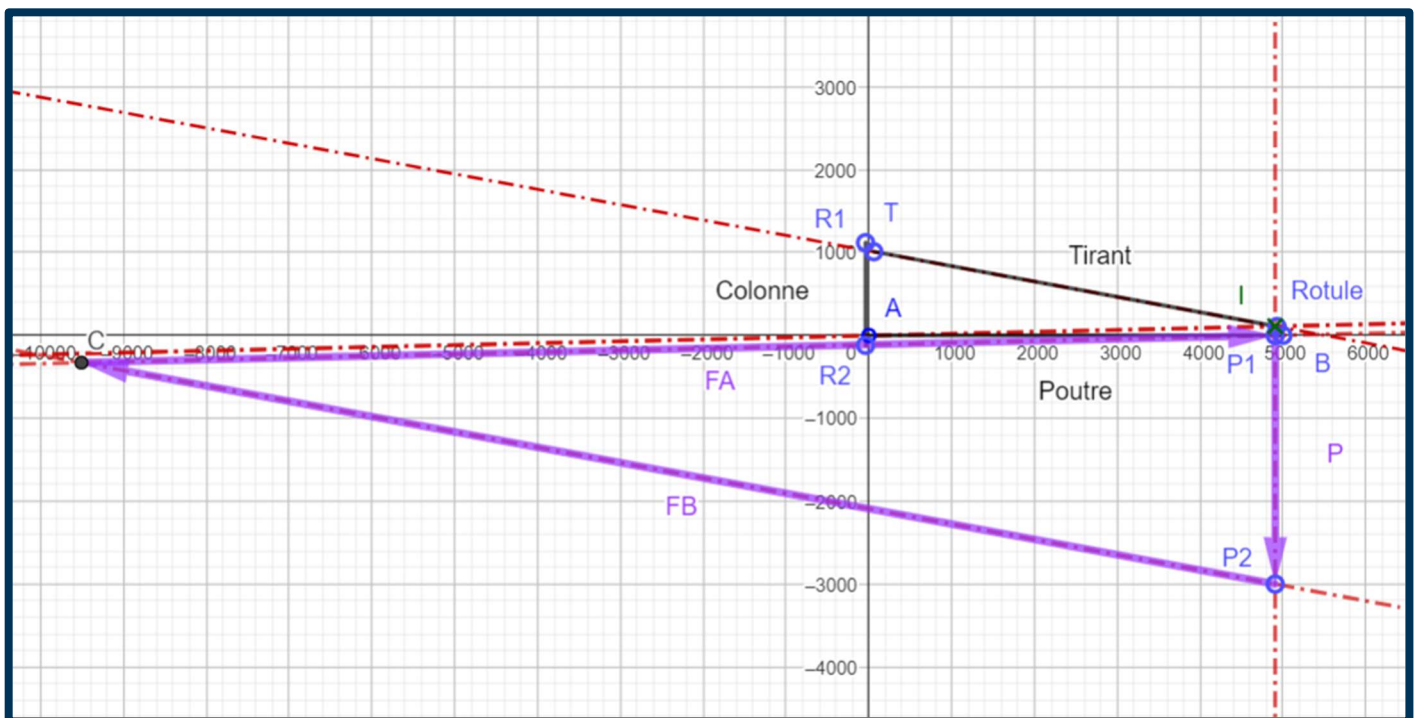


La statique graphique est applicable pour un système qui subit 3 forces.

J'ai d'abord effectué la statique graphique à la main sur une feuille A3 en suivant la méthode. Cependant, le tracé sortait de la feuille et la précision en était impacté.

Je me suis donc orienté sur une solution numérique. J'ai utilisé le logiciel gratuit GeoGebra qui est un outil pédagogique complet pour les modélisations graphiques en maths notamment. A l'aide de ce logiciel j'ai réalisé un schéma de mon système à base de point et de segment à l'échelle 1 :1. Puis j'ai suivi les étapes de la démarche présentée ci-dessus afin de déterminer les différentes forces de mon système.

Capture d'écran du logiciel GeoGebra :



LEGENDE :

(en bleu) : Les différents points du système

(en vert) : Le point d'intersection des droites

(en rouge) : Les parallèles des forces

(en violet) : Les forces

(en noir) : Les éléments du système

Ayant utilisé une échelle 1 :1 sur le logiciel j'obtiens les coordonnées des différentes forces :

$$FA \begin{pmatrix} 14414,33 \\ 328,8 \end{pmatrix} \rightarrow FA = \sqrt{14414,33^2 + 328,8^2} = 14418,08N$$

$$FB \begin{pmatrix} -14414,33 \\ 2671,2 \end{pmatrix} \rightarrow FB = \sqrt{(-14414,33)^2 + 2671,2^2} = 14659,75N$$

$$P \begin{pmatrix} 0 \\ -3000 \end{pmatrix} \rightarrow P = \sqrt{0^2 + (-3000)^2} = 3000N$$

J'ai donc obtenu les valeurs des forces qui s'appliquent aux points A, B et P. J'ai ensuite cherché à calculer ces forces, pour vérifier les résultats obtenus avec la statique graphique.

2.10.1 – Statique par le calcul

Pour cela, je suis reparti des données initiales c'est-à-dire que je connais entièrement la force \vec{P} , je connais la direction et le sens de la force \vec{FB} et la force \vec{FA} m'est totalement inconnue.

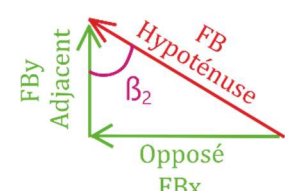
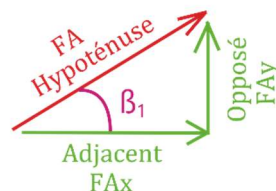
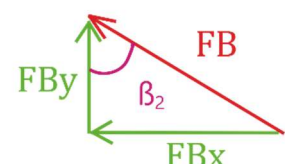
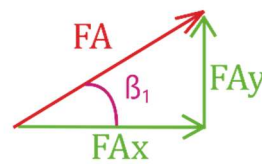
Dans un premier temps, je vais détailler les composantes des forces :

$$FA \begin{pmatrix} FAx \\ FAy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|FA\| \times \cos \beta_1 \\ \|FA\| \times \sin \beta_1 \end{pmatrix}$$

$$FB \begin{pmatrix} FBx \\ FBy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\|FB\| \times \sin \beta_2 \\ \|FB\| \times \cos \beta_2 \end{pmatrix}$$

$$P \begin{pmatrix} Px \\ Py \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3000 \end{pmatrix}$$

$$FA + FB + P = 0$$



$$FAx = \text{Adj./Hyp.} = \cos \beta_1$$

$$FAy = \text{Opp./Hyp.} = \sin \beta_1$$

$$FBx = \text{Opp./Hyp.} = \sin \beta_2$$

$$FBy = \text{Adj./Hyp.} = \cos \beta_2$$

Deux des forces me sont totalement inconnues je vais donc devoir utiliser les moments pour les déterminer. La première chose à savoir est que :

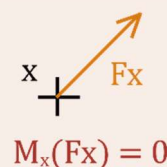
$$M(FA) + M(FB) + M(P) = 0$$

Je vais donc choisir un point d'application pour les moments. Etant donné que je ne connais pas l'angle β_1 je vais prendre le point A ce qui va donner :

$$M_A(FA) = 0$$

Propriété :

Le moment d'une force qui a pour départ le point d'application O qui est orientée en direction de ce même point est égal à 0.



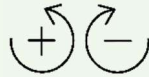
Il me reste donc :

$$M_A(F_A) = 0 + M_A(F_B) + M_A(P) = 0$$

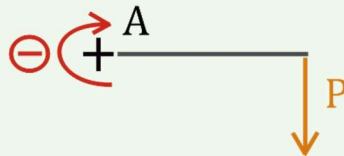
La formule du moment est la suivante : $M_A(F) = \pm d \times F$

Le signe \pm du moment se détermine par rapport à la rotation autour du point de référence du moment.

Par exemple :



La force P est vers le bas donc si on considère que le point A est fixe et que l'unique force appliquée est la force P le système tourne alors dans le sens horaire. Le signe est alors **négatif**.

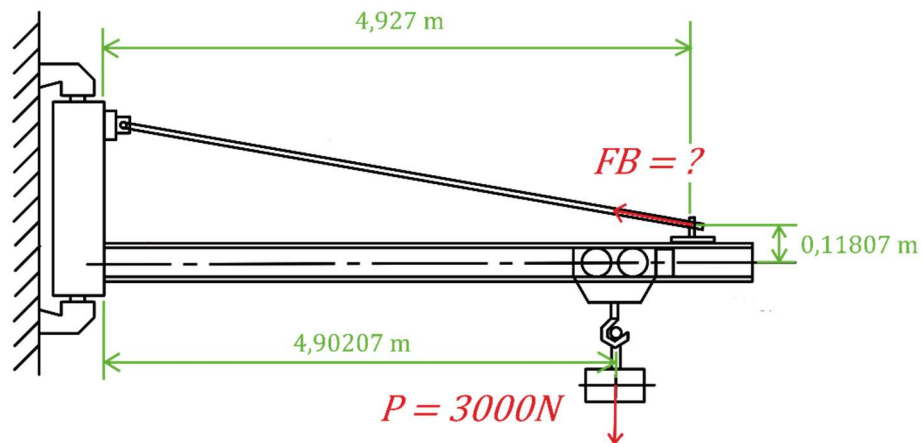


Je vais maintenant calculer le moment de P au point A :

$$M_A(P) = - d_{A/P} \times \vec{P}$$

$$M_A(P) = -4,90207 \times 3000$$

$$M_A(P) = -14\,706,21 \text{ N}$$



Je n'ai plus qu'à faire la même chose pour la force FB :

$$M_A(FB) = + dx_{A/B} \times \overline{FB}_y + dy_{A/B} \times \overline{FB}_x$$

Je vais maintenant remplacer les composantes FB_x et FB_y :

$$M_A(FB) = dx_{A/B} \times (-\|FB\| \times \sin \beta_2) + dy_{A/B} \times (\|FB\| \times \cos \beta_2)$$

Désormais, je factorise cette équation pour isoler la force FB :

$$M_A(FB) = \|FB\| \times (-dx_{A/B} \times \sin \beta_2 + dy_{A/B} \times \cos \beta_2)$$

$$M_A(FB) = \|FB\| \times (-4,927 \times \sin 79,61 + 0,11807 \times \cos 79,61)$$

Après avoir déterminé les moments de la force P et FB. Je peux trouver la valeur de la force FB grâce à cette relation évoquée plus haut :

$$M_A(F_A) = 0 + M_A(F_B) + M_A(P) = 0$$

$$M_A(F_B) + M_A(P) = 0$$

$$\|FB\| \times (-4,927 \times \sin 79,61 + 0,11807 \times \cos 79,61) - 14\,706,21 = 0$$

$$\|FB\| \times (-4,927 \times \sin 79,61 + 0,11807 \times \cos 79,61) = 14\,706,21$$

$$\|FB\| = \frac{14\,706,21}{-4,927 \times \sin 79,61 + 0,11807 \times \cos 79,61} = 3447,52 \text{ N}$$

J'ai maintenant la valeur de la force FB. A partir de cela et en utilisant la relation suivante, $F_A + F_B + P = 0$, je peux déterminer la force FA :

$$F_A + F_B + P = 0$$

$$F_A = -F_B - P$$

$$F_A = -3447,52 - 3000 = -6447,52 \text{ N}$$

J'ai maintenant mes 3 forces :

$$F_A = -6447,52 \text{ N}$$

$$F_B = 3447,52 \text{ N}$$

$$P = 3000 \text{ N}$$