

UL244

SESSION 2002

Filière : 2<sup>ème</sup> concours – Concours F/S (Paris)

**PHYSIQUE**

(Epreuve commune aux ENS Ulm et Lyon)

Durée : 3 heures

*Les calculatrices ne sont pas autorisées.*

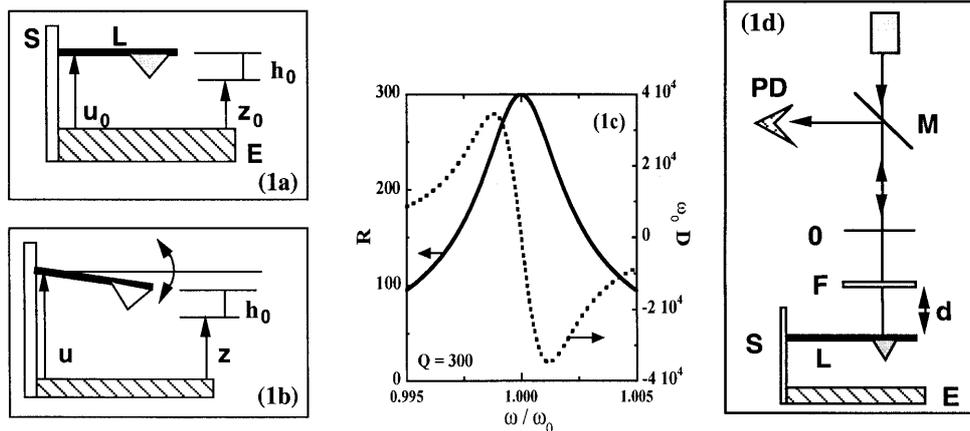
**Tournez la page S.V.P.**

## Principe de fonctionnement d'un microscope à force atomique

On se propose de discuter le principe de fonctionnement d'un microscope à force atomique. Dans la première partie, on aborde quelques aspects théoriques du problème d'oscillation d'une pointe très fine au voisinage d'une surface. Dans la deuxième partie, on décrit une méthode expérimentale basée sur la mesure optique de l'amplitude des oscillations de la pointe.

### 1) Quelques considérations théoriques

Le système que l'on considérera est composé de trois parties : un levier (L), le support (S) et l'échantillon (E) à étudier (voir figure 1a). Le levier est formé d'un bras flexible au bout duquel est fixée une pointe très fine (son extrémité comporte quelques atomes). Dans la suite, nous étudierons le mouvement du bras de levier dans trois situations : (1A) son mouvement "libre", quand il se trouve loin de la surface de l'échantillon et lié au support S immobile ; (1B) son mouvement "forcé" loin de E lorsque le support S effectue un mouvement oscillatoire et (1C) son mouvement forcé au voisinage de la surface de E avec laquelle la pointe interagit. On notera  $Oz$  l'axe vertical,  $z$  la distance de l'extrémité de la pointe à la surface de E et  $u$  celle du point de liaison de L sur S.



**1A) Mouvement libre du bras de levier.** Lorsqu'il est attaché par l'extrémité à un support immobile, le levier flexible effectue un mouvement oscillatoire de petite amplitude le long de l'axe vertical (figure (1b)) qui peut être décrit par :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -\gamma \frac{dz}{dt} - \kappa (z - z_0)$$

où  $m$ ,  $\gamma$  et  $\kappa$  sont des constantes positives caractéristiques de L. Dans toute la suite, on supposera  $(m\kappa)^{1/2} \gg \gamma$ . On repérera par  $u_0$  la position fixe du support et par  $z_0$  la position d'équilibre de la pointe.

**1A-1) Définir l'origine des forces régissant le mouvement libre du levier. Que représentent les constantes  $\omega_0 = (\kappa/m)^{1/2}$  et  $\tau = m/\gamma$  ?**

**1A-2)** Décrire succinctement le mouvement libre de la pointe, déplacée initialement de sa position d'équilibre. Quel est le sens physique de la condition  $\omega_0 \tau \gg 1$  ?

**1B) Mouvement forcé du bras de levier.** On supposera dans la suite que le support effectue un mouvement oscillatoire décrit par  $u(t) = u_0 + a \cos(\omega t)$ .

**1B-1)** Montrer que l'équation dynamique régissant le mouvement de la pointe peut être écrite sous la forme :

$$d^2z / dt^2 + \alpha dz / dt + \omega_0^2 (z - \xi) = \beta \cos(\omega t)$$

Exprimer les constantes  $\alpha$ ,  $\xi$  et  $\beta$  comme fonctions des paramètres du levier et du support.

(Suggestion : montrer que le terme de rappel est dans ce cas proportionnel à  $z - [u(t) - h_0]$ ).

**1B-2)** On cherchera une solution à cette équation sous la forme  $z(t) = \xi + A \cos[\omega t - \phi]$

**1B-3)** L'amplitude de vibration  $A$  est fonction des pulsations  $\omega$  et  $\omega_0$ . Montrer que :

$$A(\omega, \omega_0) = a \omega_0^2 / \{ [\omega^2 - \omega_0^2]^2 + (\omega \omega_0)^2 / Q^2 \}^{1/2}$$

Exprimer la constante  $Q$  en fonction des paramètres du levier. Montrer ensuite que la condition  $(m\kappa)^{1/2} \gg \gamma$  implique que  $Q \gg 1$ .  $Q$  est appelé facteur de qualité du levier. La figure (1c) représente les variations de l'amplitude réduite  $R = A/a$  et de sa dérivée  $D = dR/d\omega$  au voisinage de  $\omega = \omega_0$  ( $Q = 300$ ).

**1B-4)** Trouver la valeur de la pulsation du support pour laquelle  $R(\omega)$  est maximale. Ce résultat est-il cohérent avec les courbes en figure (1c) ?

**1C) Mouvement forcé en proximité d'une surface.** Lorsque le levier est placé au voisinage d'une surface, son mouvement est affecté par les interactions entre les atomes de la pointe et de l'échantillon. La microscopie à force atomique (AFM, de l'anglais Atomic Force Microscopy) utilise cette variation du mouvement du levier (en particulier de son amplitude d'oscillation) pour étudier les forces à l'échelle atomique et/ou pour "cartographier" la surface de  $E$ . Dans la suite, on considérera un modèle simplifié pour décrire le fonctionnement de l'AFM. On supposera que la force (attractive ou répulsive) exercée par  $E$  sur la pointe peut être décrite par une fonction  $F_{int}(z)$  qui dépend uniquement de la distance  $z$  entre l'extrémité de la pointe et la surface (voir figure (1b)). Ainsi, pendant son mouvement, la pointe subit des forces différentes suivant qu'elle est proche ou éloignée de  $E$ . On supposera néanmoins que son amplitude de vibration est suffisamment petite et donc que la variation de  $F_{int}(z)$  sur la trajectoire de la pointe est également petite. On utilisera l'expression approchée :  $F_{int}(z) \approx F_{int}(z_0) + k_1 (z - z_0)$  où  $k_1 = (dF_{int}(z)/dz)_{z=z_0}$ .

**1C-1)** Donner le signe de  $k_1$  suivant que l'interaction avec  $E$  est attractive ou répulsive.

**1C-2)** Ecrire l'équation dynamique de la pointe attachée à un support oscillant près de  $E$ . Mettre cette équation sous une forme analogue à celle de **1B-1** (pointe loin de la surface de  $E$ ).

**1C-3)** Montrer que l'amplitude de vibration du levier peut être écrite sous la forme :

$$A(\omega, \omega_1) = a C_0 / \{ [\omega^2 - \omega_1^2]^2 + (\omega \omega_0)^2 / Q^2 \}^{1/2}$$

Exprimer les constantes  $C_0$  et  $\omega_1$  en fonction des paramètres du levier et de  $k_1$ .

**1C-4)** Montrer que la variation relative de la pulsation propre du levier due à l'interaction de la pointe avec l'échantillon vaut approximativement  $(\omega_1 - \omega_0)/\omega_0 \approx -k_1/(2\kappa)$  si  $|k_1/\kappa| \ll 1$ .

Dans la suite, on se restreindra à cette limite d'interaction « faible ».

**1C-5)** La variation d'amplitude de vibration du levier s'écrit approximativement :

$$A(\omega, \omega_1) \approx A(\omega, \omega_0) + J(\omega, \omega_0) (\omega_1 - \omega_0) + K(\omega, \omega_0) (\omega_1 - \omega_0)^2$$

Déterminer les coefficients J et K de ce développement limité.

**1C-6)** Déterminer la valeur (ou les valeurs) de la pulsation du support qui annulent les coefficients J et K. (Suggestion : on utilisera l'approximation  $(\omega_A)^2 - (\omega_B)^2 \approx 2\omega_A(\omega_A - \omega_B)$  pour deux fréquences  $\omega_A$  et  $\omega_B$  très proches).

## 2) Discussion d'une méthode expérimentale

On a établi dans la première partie comment l'interaction avec l'échantillon modifie la pulsation et l'amplitude du mouvement forcé de la pointe. On peut donc déterminer le gradient vertical  $k_1$  de la force à partir d'une mesure de ces variations. Dans cette partie, on étudie une méthode expérimentale, basée sur la mesure de la variation de l'amplitude d'oscillation de la pointe.

**2A) Choix des paramètres de travail.** Dans la pratique, on choisit initialement la fréquence de travail  $\omega_T$  pour le support. A celle-ci correspond une amplitude  $A(\omega_T, \omega_0)$  pour le levier loin de E. On mesure ensuite la variation de l'amplitude de vibration résultant de l'interaction de la pointe avec la surface.

**2A-1)** Quelle condition doit satisfaire la fréquence de travail optimale, permettant d'obtenir la plus grande variation d'amplitude  $\Delta A = A(\omega_T, \omega_1) - A(\omega_T, \omega_0)$  :  $J(\omega_T, \omega_0) = 0$  ou  $K(\omega_T, \omega_0) = 0$  ? Justifier ce résultat.

**2A-2)** Montrer que la variation d'amplitude à la fréquence optimale est approximativement donnée par  $\Delta A \approx 2 (k_1/\kappa) Q A_0 / (3\sqrt{3})$  et que la sensibilité au gradient de la force est d'autant plus grande que le facteur Q est grand ( $A_0 = aQ$  est l'amplitude d'oscillation loin de E pour  $\omega = \omega_0$  et  $Q \gg 1$ ).

**2A-3)** A.N. Considérons les paramètres :  $\kappa = 30$  N/m et  $Q = 300$ . Estimer l'ordre de grandeur de la force minimale que l'on peut détecter, si la précision sur la mesure de la variation de l'amplitude d'oscillation vaut  $\Delta A \approx 2 \text{ \AA}$ . (Suggestion : approximer  $k_1 \approx \Delta F/\Delta z \approx \Delta F / A_0$ ).

**2A-4)** Comparer la valeur obtenue en **2A-3** avec la force d'attraction électrostatique entre l'électron et le proton dans l'atome d'hydrogène. Discuter ce résultat. (charge élémentaire  $\approx 1,6 \cdot 10^{-19}$  C ; rayon de Bohr  $\approx 0,5 \text{ \AA}$  ;  $1/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^9$  unités MKS).

**2B) Système optique de détection homodyne.** Le système de détection est schématisé en figure (1d). Le faisceau laser traverse un miroir semi-transparent (M) et est focalisé par l'objectif (O) d'un microscope sur un ensemble optique constitué de deux plans partiellement réfléchissants formant une cavité optique de type Fabry-Perot : une lame rigide (F) fixe et le bras du levier (L). La lumière réfléchie est renvoyée sur le miroir M et finalement détectée par une photodiode (PD) qui convertit l'intensité lumineuse  $I$  en un signal électrique  $i_{PD}$  proportionnel à  $I$ .

**2B-1)** On peut montrer que l'intensité  $I_{RE}$  de l'onde réfléchie par la cavité optique est donnée par :

$$I_{RE} / I_0 = 4\mathcal{R}\sin^2(\theta/2) / \{ (1-\mathcal{R})^2 + 4\mathcal{R}\sin^2(\theta/2) \}$$

où  $I_0$  est l'intensité incidente,  $\theta = 4\pi d / \lambda$  est le déphasage,  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser,  $d$  est l'épaisseur de la cavité,  $\mathcal{R}$  une constante dépendante des coefficients de réflexion du levier et de la lame.  $I_{RE}(\theta)$  présente une série de maxima pour des valeurs de  $\theta$  que l'on précisera. Discuter l'origine physique de ce résultat.

**2B-2)** Dans la pratique on a  $\mathcal{R} \ll 1$  (Fabry-Perot de "mauvaise" qualité optique). Montrer qu'au voisinage d'un maximum de réflexion on a  $I_{RE}(d) \approx g \{ 1 - \cos[4\pi d / \lambda] \}$ , où la constante  $g$  sera explicitée.

**2B-3)** Dans l'AFM, l'épaisseur de la cavité oscille avec le temps à cause du mouvement du levier. Soit  $d(t) = d_0 + \mathcal{A} \sin(\omega_T t)$ , où  $\mathcal{A} \ll d_0$  et  $4\pi \mathcal{A} / \lambda \ll 1$ . Montrer que le signal de la photodiode est composé d'une série d'harmoniques  $i_{PD}(t) = i_0 + i_1 \sin(\omega_T t) + i_2 \cos(2\omega_T t) + \dots$

**2B-4)** Dans la pratique, on peut ajuster le déphasage  $4\pi d_0 / \lambda$ . Donner l'expression des coefficients  $i_0(p)$ ,  $i_1(p)$  et  $i_2(p)$  générés dans les cas où  $\cos[4\pi d_0 / \lambda] = p = -1, 0$  et  $+1$ .

**2B-5)** Montrer finalement que l'amplitude d'oscillation de la pointe peut s'écrire comme

$$A = \mathcal{A}_0 i_2(p=-1) / i_1(p=0)$$

où la constante  $\mathcal{A}_0$  sera précisée. On discutera les implications expérimentales de ce résultat.

**2B-6)** Décrire qualitativement comment utiliser les mesures de  $A$  pour : (i) étudier l'interaction entre les atomes de la pointe et ceux de la surface de E et (ii) pour "cartographier" la surface de E. (Suggestion : on notera que  $A$  est fonction de la distance pointe-échantillon).